

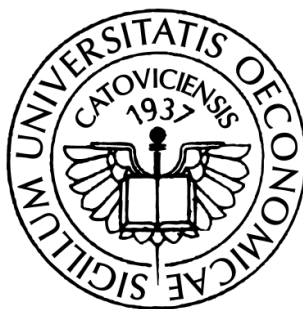


Modelowanie preferencji a ryzyko '19-'20

Praca naukowa

Modelowanie preferencji a ryzyko '19-'20

Redakcja naukowa
Tadeusz TRZASKALIK
Krzysztof S. TARGIEL



Katowice 2020

Komitety Redakcyjny

Janina Harasim (przewodnicząca), Monika Ogrodnik (sekretarz),
Adam Drobnik, Małgorzata Pańkowska, Jacek Pietrucha, Irena Pyka,
Anna Skórska, Artur Świerczek, Tadeusz Trzaskalik, Janusz Wywiół, Ewa Ziemia

Recenzent

Józef Stawicki

Redakcja i korekta językowa

Alicja Bronder

Skład tekstu

Marzena Safian

Projekt okładki

Janusz Gumulak

Ilustracja na okładce © wykres autorstwa Józefa Stawickiego

Druk i oprawa

EXDRUK Spółka Cywilna Wojciech Żuchowski, Adam Filipiak
ul. Rysia 6, 87-800 Włocławek
e-mail: biuroexdruk@gmail.com, www.exdruk.com

Publikacja została ponownie udostępniona w modelu otwartego dostępu (Open Access)
i jest dostępna bezpłatnie na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowa (CC BY 4.0),
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.pl>

Egzemplarze elektroniczne publikacji mogą być również oferowane w komercyjnych kanałach dystrybucji.
Udostępnienie ich w takich kanałach nie wpływa na otwarty charakter publikacji ani na prawa użytkowników
wynikające z powyższej licencji

ISBN 978-83-7875-646-0
e-ISBN 978-83-7875-647-7

© Copyright by Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach 2020



WYDAWNICTWO UNIwersytetu Ekonomicznego w KATOWICACH
ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, tel.: +48 32 257-76-33, faks: +48 32 257-76-43
www.wydawnictwo.ue.katowice.pl e-mail: wydawnictwo@ue.katowice.pl



Spis treści

Wstęp (<i>Tadeusz Trzaskalik, Krzysztof S. Targiel</i>).....	7
---	---

Część I

ANALIZA PREFERENCJI

1. Uwarunkowania rozwoju wybranej infrastruktury gmin wiejskich województwa małopolskiego (<i>Michał Chwastek, Elżbieta Badach, Jacek Strojny</i>).....	17
2. O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej (<i>Aleksandra Łuczak, Małgorzata Just</i>).....	29
3. Ocena głównych miast europejskich w kontekście koncepcji inteligentnego miasta na podstawie danych Eurostat (<i>Adam Sojda, Maciej Wolny</i>)	46
4. Paretooptymalizacja równowag wybranych gier w metastrategiach kwantowych (<i>Marek Szopa</i>)	59
5. Relacje przedziałowe jako modele preferencji (<i>Zbigniew Świtalski</i>)	77

Część II

ANALIZY WIELOKRYTERIALNE

1. Zróżnicowanie państw Unii Europejskiej w kontekście eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017 (<i>Anna Iwacewicz-Orłowska, Dorota Sokołowska</i>)	97
2. Analiza wielokryterialna w budowie metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw (<i>Ewa Roszkowska, Paweł Konopka</i>).....	114
3. Zastosowanie metod TOPSIS do wspomagania wyznaczania portfeli efektywnych (<i>Ewa Pośpiech</i>)	137
4. Analiza porównawcza badania ryzyka technologicznego w projektach badawczo-rozwojowych przedsiębiorstw (<i>Anna Prusak, Konrad Kułakowski, Jacek Szybowski</i>)	152

Część III
OPTYMALNE DECYZJE

1. Stochastyczna optymalizacja liniowa (*Jan Gajda, Paulina Nowacka*) 173
2. System Wczesnego Ostrzegania jako narzędzie wspomagania decyzji polityki fiskalnej (*Agnieszka Przybylska-Mazur*) 187

Część IV
POMIAR I ZARZĄDZANIE RYZYKIEM

1. Odporna estymacja miar zagrożenia dla cen energii elektrycznej (*Alicja Ganczarek-Gamrot*) 203
2. Czynniki ryzyka dla notowań złota i srebra (*Dominik Krężołek*) 215

Część V
RYZYKO NA RYNKU KAPITAŁOWYM

1. Publikacja danych makroekonomicznych a reakcja rynku walutowego w Polsce (*Jarosław Janecki*) 233
 2. Efekt kapitalizacji na rynku NewConnect (*Monika Mościbrodzka*) 243
- Spis rysunków 255
- Spis tabel 257



Wstęp

Niniejsza monografia obejmuje szeroką problematykę modelowania preferencji z uwzględnieniem pojawiającego się ryzyka. Poszczególne rozdziały pracy, będące efektem rozważań wielu Autorów, zarówno opisują zagadnienia metodologiczne, jak i stanowią propozycje rozwiązania istotnych problemów aplikacyjnych. Wśród podejmowanych zagadnień znajdują się: analiza preferencji, analiza wielokryterialna, optymalne decyzje, pomiar i zarządzanie ryzykiem oraz ryzyko na rynku kapitałowym, co zostało odzwierciedlone w układzie opracowania.

I. Analiza preferencji

Rozdział *Uwarunkowania rozwoju wybranej infrastruktury gmin wiejskich województwa małopolskiego* (Michała Chwastka, Elżbiety Badach i Jacka Strojnego) poświęcono znalezieniu powiązań pomiędzy stanem infrastruktury technicznej a poziomem i strukturą dochodów gmin wiejskich województwa małopolskiego. W analizie wykorzystano dane obrazujące stan infrastruktury technicznej, tj. sieci wodociągowej, kanalizacyjnej i gazowej, oraz dane dotyczące dochodów 121 gmin wiejskich z lat 2010-2017, zaczerpnięte z bazy GUS. W oparciu o algorytm CART wygenerowano drzewo klasyfikacyjne, które pozwoliło dokonać podziału gmin na grupy jednorodne pod względem składowych infrastruktury. Ustalono, że gminy zlokalizowane wokół dużych miast posiadają dobrze rozwiniętą infrastrukturę techniczną i wysokie dochody podatkowe. Gminy peryferyjne zaś mają słabiej rozwiniętą infrastrukturę i mały lub ujemny przyrost liczby mieszkańców.

Celem rozdziału *O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej* (Aleksandry Łuczak i Małgorzaty Just) jest przedstawienie możliwości zastosowania kompleksowej procedury porządkowania liniowego wykorzystującej metodę Hellwiga konstrukcji miary syntetycznej oraz teorię wartości ekstremalnych (*Extreme Value Theory – EVT*) do oceny rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej. W badaniu zastosowano kla-

syczną i pozycyjną metodę Hellwiga w zależności od rodzaju cech, natomiast analiza wykresu MEF została wykorzystana do ograniczenia wpływu wartości ekstremalnych cech. Podejście to zastosowano w ocenie rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w skali krajowej, regionalnej i lokalnej w Polsce w 2017 r.

Rozdział ***Ocena głównych miast europejskich w kontekście koncepcji inteligentnego miasta na podstawie danych Eurostat*** (Adama Sojdy i Macieja Wolnego) odnosi się do fenomenu Smart City, który dotyczy obszarów miejskich. Miasta stają się inteligentne, spełniając oczekiwania mieszkańców w celu polepszenia jakości życia ludzi. Smart City definiuje się jako koncepcję rozwoju miast najczęściej w sześciu obszarach: gospodarka, ludzie, zarządzanie, mobilność, środowisko, jakość życia. Celowość oceny miast pod tym względem zawiera się w jej znaczeniu poznawczym – może służyć do celów preparacyjnych i porównawczych. Miasto będące liderem kreuje trendy, a rozwiązania w nim zastosowane stają się źródłem inspiracji dla innych miast. Inspiracje te czerpać można z publikowanych raportów – raportowanie danych jest w dużej mierze obligatoryjne dla krajów Europy, a w szczególności Unii Europejskiej. Baza Eurostat, wiodąca w tym zakresie, znajduje swoje umocowanie w systemie prawnym Europy. W tekście zaprezentowano metodykę oceny oraz możliwość wykorzystania tej bazy do oceny miast w ramach zaproponowanego systemu oceny Smart City.

Kolejny rozdział ***Paretooptimalizacja równowag wybranych gier w metastrategiach kwantowych*** (Marka Szopy) koncentruje się na poszukiwaniu równowag Nasha, które byłyby bliższe wynikom optymalnym w sensie Pareto niż odpowiednie równowagi gier klasycznych. Zbadano trzy gry: dylemat więźnia, walkę płci i dwie wersje gry w cykora. Wiadomo, że dla każdej z tych gier istnieją równowagi skorelowane, które poprawiają rezultaty wspomnianych gier. Zaproponowano wykorzystanie rozszerzenia gier do domeny kwantowej w formalizmie Eiserta–Wilkensa–Lewensteina, w którym strategie graczy są zdefiniowane jako transformacje pełnej grupy $SU(2)$. Pokazano, że tak zdefiniowane kwantowe odpowiedniki gier klasycznych mają równowagi Nasha wyrażone w metastrategiach kwantowych, które są bardziej zbliżone do paretooptimalnych niż ich klasyczne odpowiedniki.

Relacje przedziałowe są to funkcje, które każdej parze wariantów decyzyjnych (x,y) przyporządkowują podprzedział domknięty przedziału $[0,1]$ (oznaczony symbolem $R(x,y)$). Przedział $R(x,y)$ jest interpretowany jako nieprecyzyjnie określony stopień przewagi wariantu x nad wariantem y . Relacje przedziałowe mogą być wykorzystane do modelowania preferencji w systemach wspomagania decyzji w sytuacji nieokreśloności, niedokładności lub niepełnej informacji o pre-

ferencjach decydenta. W rozdziale *Relacje przedziałowe jako modele preferencji* (Zbigniewa Świtalskiego) zdefiniowano bardzo ogólne warunki racjonalności (zgodności, przechodności) dla relacji przedziałowych posiadających własność ipsodualności. Warunki te są z jednej strony uogólnieniem warunków FG-przechodności zdefiniowanych w pracy Z. Świtalskiego (2003 r., *General Transitivity Conditions for Fuzzy Reciprocal Preference Matrices*; zob. Literatura rozdziału I.4), a z drugiej – warunków zgodności z publikacji *On Additive Consistency of Interval Fuzzy Preference Relations* (J. Krejci, 2017 r.; zob. Literatura rozdziału I.4). Udowodniono również dwa twierdzenia charakteryzujące niektóre z tych warunków.

II. Analizy wielokryterialne

Celem rozdziału *Zróźnicowanie państw Unii Europejskiej w kontekście eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017* (Anny Iwacewicz-Orłowskiej i Doroty Sokołowskiej) jest opracowanie rankingu państw Unii Europejskiej w aspekcie eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017. Wykorzystano dane Eurostatu dotyczące trzech wybranych Celów Zrównoważonego Rozwoju: Cel 1 (brak ubóstwa), Cel 10 (zmniejszenie nierówności) oraz Cel 11 (zrównoważone miasta i społeczności). Dotyczą one jednego z pięciu głównych aspektów realizacji zrównoważonego rozwoju, czyli eliminacji głodu i ubóstwa. W badaniach wykorzystano metodę TOPSIS oraz analizę skupień. Druga część pracy zawiera analizę wybranych wskaźników, a w szczególności analizę różnic i podobieństw państw połączonych w grupy z wykorzystaniem analizy skupień, przy wykorzystaniu algorytmu grupowania drzewkowego według metody aglomeracji Warda.

Ocena zdolności kredytowej przedsiębiorstwa jest procesem złożonym i wieloetapowym. Proces ten przebiega w oparciu o przyjętą przez instytucję finansującą metodykę postępowania uwzględniającą dwa zasadnicze etapy: ocenę formalną oraz ocenę merytoryczną aplikacji kredytowej. Ocena formalna odnosi się do takich obszarów, jak np. zdolność prawna do zaciągania zobowiązań, i jest oceną z reguły zero-jedynkową (spełnia wymagania formalne lub nie spełnia ich). Ocena merytoryczna odnosi się w głównej mierze do zbadania kondycji finansowej przedsiębiorstwa, przy czym co do zasady badane są historyczne wyniki finansowe oraz projekcja przyszłych wyników finansowych firmy. W rozdziale *Analiza wielokryterialna w budowie metodyki oceny zdolności kredyto-*

wej przedsiębiorstw (Ewy Roszkowskiej i Pawła Konopki) wskazano możliwość wykorzystania wybranych metod wielokryterialnych, m.in. SAW, TOPSIS, UTA, metody Hellwiga, MARS, WINGS, w opracowaniu metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw na etapie oceny merytorycznej wniosku.

Metody wielokryterialne stosowane są w analizie zjawisk ocenianych przez pryzmat wielu charakterystyk. Jedną z najbardziej powszechnych, umożliwiających wykorzystanie w problemach, w których dane przedstawione są w różny sposób (ostry, nieostry, nieilościowy), jest rodzina metod TOPSIS. Budowę portfela efektywnego można realizować przy użyciu charakterystyk mierzących ryzyko i zysk. Warto jednak wspomóc tę budowę np. analizą fundamentalną, posiłkującą się różnymi wskaźnikami stanowiącymi kryteria oceny spółki, określającymi jej kondycję. Wielość wskaźników wskutek uwzględnienia podejścia fundamentalnego sprawia, że w budowie portfela można implementować metody wielokryterialne. W rozdziale *Zastosowanie metod TOPSIS do wspomagania wyznaczania portfeli efektywnych* (Ewy Pośpiech) przedstawiono ocenę zysków wygenerowanych portfeli oraz uzasadniono stosowania w tym procesie wybranych ujęć wielokryterialnych.

W rozdziale *Analiza porównawcza badania ryzyka technologicznego w projektach badawczo-rozwojowych przedsiębiorstw* (Anny Prusak, Konrada Kulakowskiego i Jacka Szybowskiego) pokazano możliwości zastosowania metody porównań parami w procesie analizy ryzyka technologicznego występującego w projektach badawczo-rozwojowych (B+R), prowadzących do wytworzenia innowacyjnego produktu, i realizowanych przez przedsiębiorstwa. Ryzyko technologiczne jest w przypadku takich projektów szczególnie istotne. Tego typu projekty są coraz częściej realizowane przez małe i średnie przedsiębiorstwa w Polsce, co wiąże się m.in. z dużą dostępnością środków unijnych w perspektywie lat 2014-2020. W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących zastosowania metody porównań parami w analizie czynników i skutków ryzyka technologicznego w projektach B+R oraz strategii zarządzania takim ryzykiem. Badanie zostało przeprowadzone wśród kierowników projektów B+R wspartych z funduszy unijnych i realizowanych przez przedsiębiorstwa MŚP. Badanie składało się z dwóch etapów. W pierwszym etapie zidentyfikowano listę najczęściej występujących czynników i skutków zagrożeń związanych z opracowaniem i wdrażaniem innowacyjnych technologii oraz strategii zarządzania ryzykiem. W etapie drugim respondenci dokonali ich analizy za pomocą porównań parami przy zastosowaniu metody analitycznego procesu hierarchicznego (AHP), a także przy użyciu tradycyjnych metod analizy ryzyka (macierz ryzyka). Po-

zwoliło to na powiązanie skutków i czynników w kontekście określonej strategii zarządzania ryzykiem technologicznym oraz na porównanie wyników uzyskanych za pomocą porównań parami i „tradycyjnych” metod analizy ryzyka.

III. Optymalne decyzje

W pracy *Stochastyczna optymalizacja liniowa* (Jana Gajdy i Pauliny Nowackiej) wykorzystano metody deterministycznej optymalizacji liniowej w sytuacji, gdy parametry modelu liniowego mają charakter niepewny (losowy), przy zastosowaniu symulacji stochastycznej. Metoda simpleks wykorzystywana jest do wielokrotnego rozwiązywania modelu liniowego po wylosowaniu wartości niepewnych (losowych) parametrów modelu.

W obliczu rosnącego długu i nadmiernego deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych, a także niekorzystnych zjawisk demograficznych i społecznych, w wielu krajach głównym problemem okazuje się utrzymanie stabilności fiskalnej. Ponadto nadmierny dług i deficyt ma negatywny wpływ na gospodarkę. W identyfikacji prawdopodobieństwa nadmiernego długu istotne znaczenie ma System Wczesnego Ostrzegania, który pozwala na szybką reakcję na niekorzystne zmiany i przeciwdziała negatywnym skutkom zbyt wysokiego długu, często hamującego rozwój gospodarczy danego kraju. W rozdziale *System Wczesnego Ostrzegania jako narzędzie wspomagania decyzji polityki fiskalnej* (Agnieszki Przybylskiej-Mazur) zastosowano wybrane metody Systemu Wczesnego Ostrzegania uwzględniające zmienne fiskalne i zmienne wpływające na równowagę makroekonomiczną jako narzędzie pomocne przy ocenie ryzyka niestabilności fiskalnej. W analizie została wykorzystana analiza sygnałów. System Wczesnego Ostrzegania dostarczający wczesnych informacji o zagrożeniach niestabilnością fiskalną został przedstawiony jako narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji fiskalnych.

IV. Pomiar i zarządzanie ryzykiem

W pracy *Odporna estymacja miar zagrożenia dla cen energii elektrycznej* (Alicji Ganczarek-Gamrot) skupiono się na analizie nietypowych wartości ceny energii elektrycznej z rynku dobowo-godzinowego Europejskiej Giełdy Energii (EEX) w okresie od 5 października 2008 r. do 31 grudnia 2016 r. Ryzy-

ko wystąpienia niepożądanych cen zostało oszacowane przy użyciu wartości zagrożonej estymowanej na bazie modeli autoregresyjnych klasy ARIMA-GARCH. Celem pracy była próba odpowiedzi na pytania, czy ujemne ceny można traktować jako wartości odstające oraz czy zastosowanie odpornej korekty danych wpływa na wyniki estymacji ryzyka. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że nie wszystkie ujemne wartości cen to obserwacje odstające oraz że zastosowanie odpornej korekty danych nie wpływa istotnie na wyniki estymacji ryzyka za pomocą wartości zagrożonych.

Problem nieprzewidywalności procesów ekonomicznych generuje ryzyko w zakresie realizowanej działalności inwestycyjnej. W okresie kryzysów gospodarczych poszukiwane są alternatywne formy lokowania kapitału i zabezpieczania się przed sytuacjami niekorzystnymi, które mogą negatywnie wpływać na efekt końcowy aktywności rynkowej. W pracy ***Czynniki ryzyka dla notowań złota i srebra*** (Dominika Krężółka) rozważa się analizę stóp zwrotu dla notowań złota i srebra w kontekście czynników ryzyka, które determinują poziom stopy zwrotu. Czynniki te wprowadzają zaburzenia w trajektoriach procesów dla tej klasy aktywów, co objawia się wzrostem poziomu zmienności oraz nieprzewidywalnym kierunkiem zmian trendu. Zakłada się, że identyfikacja tych czynników pozwala znacznie zredukować poziom ryzyka. W badaniu skoncentrowano się na pomiarze ryzyka za pomocą miar kwantylowych.

V. Ryzyko na rynku kapitałowym

Odchylenia publikowanych danych makroekonomicznych od konsensusu rynkowego stanowią pozytywny lub negatywny element zaskoczenia dla inwestorów i mogą przekładać się na zmienność wyceny aktywów na rynkach finansowych, w tym m.in. na rynku walutowym. Element zaskoczenia jest szczególnie interesujący w przypadku krótkich interwałów, tuż po publikacji danych makroekonomicznych. Celem rozdziału ***Publikacja danych makroekonomicznych a reakcja rynku walutowego w Polsce*** (Jarosława Janeckiego) jest ocena ewentualnych efektów publikacji danych makroekonomicznych na kurs walutowy EUR/PLN. Analiza przeprowadzona została dla danych z polskiego rynku, przy wykorzystaniu modeli GARCH (1,1). Obliczenia przeprowadzono dla krótkich interwałów 10, 20 i 30 minut po publikacji danych. Stwierdzono statystycznie istotny wpływ informacji o inflacji (w przypadku zaskoczenia negatywnego) na kurs walutowy krótko po publikacji danych. W przypadku publikacji innych

danych makroekonomicznych nie zaobserwowano wyraźnej reakcji kursu walutowego EUR/PLN.

Efekt kapitalizacji, zwany również „efektem małych spółek”, to statystycznie istotna zależność stóp zwrotu z akcji od wielkości spółki, nieobjaśniona innymi zmiennymi, przede wszystkim ryzykiem systematycznym. Polega ona na tym, iż spółki o niskiej kapitalizacji giełdowej przynoszą w dłuższym okresie wyższe stopy zwrotu w porównaniu z dużymi spółkami. Badanie tej anomalii było przeprowadzane na rozwiniętych rynkach giełdowych w kontekście analizy efektywności rynku. Zauważyć należy jednak, że obok regulowanych rynków funkcjonują od dłuższego już czasu alternatywne platformy obrotu papierami wartościowymi, takie jak NewConnect, na których tego typu analizy są rzadko przeprowadzane. W rozdziale ***Efekt kapitalizacji na rynku NewConnect (Moniki Mościbrodzkiej)*** przeprowadzono analizę wielkości stóp zwrotu z akcji notowanych na NewConnect pod kątem występowania anomalii, polegającej na możliwości osiągnięcia ponadprzeciętnych zysków z inwestycji w papiery wyemitowane przez spółki o małej kapitalizacji w stosunku do inwestycji w spółki duże. W tym celu przeprowadzono zarówno analizę istotności korelacji pomiędzy osiąganymi stopami zwrotu a wielkością kapitalizacji, jak i zbadano istotność różnic pomiędzy przeciętnymi stopami zwrotu z portfeli spółek zbudowanych ze względu na ich wielkość. Dodatkowo dla utworzonych portfeli analizie poddano wielkości premii za ryzyko inwestycyjne (w tym premii za wielkość spółki), uzyskanych z trójczynnikowego modelu Famy i Frencha. Otrzymane wyniki sugerują występowanie efektu kapitalizacji na omawianym rynku.

Prezentowana monografia prezentuje szerokie spektrum rozważań prowadzonych w obszarze Badań Operacyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem modelowania preferencji i analizy ryzyka. Znalazły się tutaj tematy związane z analizą wielokryterialną, podejmowaniem optymalnych decyzji czy też zarządzaniem ryzykiem na rynku kapitałowym. Monografia jest skierowana do teoretyków i praktyków zajmujących się Badaniami Operacyjnymi. Można mieć nadzieję, iż znajdą w niej rozwiązanie nurtujących ich problemów lub inspiracje do rozwiązania kolejnych.

Tadeusz Trzaskalik¹, Krzysztof S. Targiel²

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Informatyki i Komunikacji, Katedra Badań Operacyjnych, tadeusz.trzaskalik@ue.katowice.pl.

² Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Informatyki i Komunikacji, Katedra Badań Operacyjnych, krzysztof.targiel@ue.katowice.pl.

Część I



ANALIZA PREFERENCJI



Uwarunkowania rozwoju wybranej infrastruktury gmin wiejskich województwa małopolskiego

Michał Chwastek¹, Elżbieta Badach², Jacek Strojny³

Wprowadzenie

Województwo małopolskie to region o dużym zróżnicowaniu zarówno krajo-
obrazowym, jak i gospodarczym. Polityka zrównoważonego rozwoju wymaga
wspierania rozwoju obszarów o słabszej kondycji ekonomicznej. Do takich nale-
żą gminy wiejskie województwa. Zajmują one znaczną jego część, tj. 9879 km²,
co stanowi 65,4% całkowitej powierzchni województwa. Według danych GUS
z 2017 r. w gminach wiejskich zamieszkuje 1 218 260 osób. Na poziom życia
mieszkańców, a także na rozwój przedsiębiorczości, zdecydowany wpływ ma
infrastruktura techniczna, zaś rozwinięta infrastruktura warunkuje rozwój społeczno-
gospodarczy gminy, województwa i całego kraju [Witkowski, Starościc, 2008].

Wśród gmin wiejskich województwa małopolskiego zauważyć można dużą
polaryzację w poziomie rozwoju infrastruktury. Jedną z podstawowych determi-
nant warunkujących jej stan i kształtujących rozwój są dochody. Gminy wiejskie
charakteryzuje przy tym znaczne zróżnicowanie poziomu dochodów, a zwłaszcza
poszczególnych składowych tych dochodów oraz ich struktury.

Celem niniejszej pracy jest znalezienie powiązań pomiędzy stanem infra-
struktury technicznej a poziomem i strukturą dochodów gmin wiejskich. Ze
względu na potrzebę porównawczego oceniania stanu infrastruktury konstruuje
się różne mierniki i wskaźniki, które są w tej ocenie pomocne [Kapusta, 2012].
W niniejszym opracowaniu do badania wybrano infrastrukturę wodociągową,

¹ Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny,
Katedra Statystyki i Polityki Społecznej, mchwastek@wp.pl.

² Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny,
Katedra Statystyki i Polityki Społecznej, rrbadach@cyfronet.pl.

³ Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny,
Katedra Statystyki i Polityki Społecznej, rrstojn@cyfronet.pl.

kanalizacyjną oraz gazową. Wskaźniki ekonomiczne wykorzystane w analizie to m.in. wybrane dochody własne gmin: podatek rolny, podatek od nieruchomości, udział w podatku PIT, udział w podatku CIT oraz środki zewnętrzne, w tym w ramach funduszy UE przeznaczone na finansowanie inwestycji w środki trwałe. Przy wyborze zmiennych diagnostycznych kierowano się istniejącymi w tej sprawie zaleceniami, zgodnie z którymi powinny one charakteryzować się: uniwersalnością, mierzalnością, dostępnością, jakością danych, ekonomicznością, interpretowalnością i sposobem oddziaływania zmiennych [Zeliaś, 2000, s. 37]. Do analizy wykorzystano drzewa klasyfikacyjne typu CART (*Classification And Regression Trees*). Badanie opiera się na danych pochodzących z zasobów Banku Danych Lokalnych GUS opisujących stan infrastruktury technicznej w 2017 r., zaś w analizach uzupełniających i w dyskusji wyników wykorzystano dane z lat 2010-2017.

1.1. Metodyka przeprowadzonych badań

Badaniu poddano 121 gmin wiejskich z obszaru województwa małopolskiego. Dla każdej z nich wyodrębniono trzy zmienne reprezentujące stan infrastruktury technicznej; były to odsetki mieszkańców korzystających odpowiednio z sieci: wodociągowej, kanalizacyjnej oraz gazowej. Podstawowe charakterystyki wykorzystanych zmiennych prezentuje tabela I.1.

Tabela I.1. Charakterystyka zmiennych użytych do analizy

Zmienna	Maximum	Minimum	Średnia	Odchylenie standardowe
Odsetek mieszkańców korzystających z sieci wodociągowej	100%	0,6%	64,75%	24,83%
Odsetek mieszkańców korzystających z sieci kanalizacyjnej	99,9%	0%	36,56%	23,94%
Odsetek mieszkańców korzystających z sieci gazowej	98,3%	0%	44,74%	31,81%

Źródło: Opracowanie własne.

Opisane zmienne poddano normalizacji według wzoru:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, \dots, 121.$$

Uzyskane w ten sposób wartości po uśrednieniu posłużyły do skonstruowania zmiennej syntetycznej charakteryzującej każdą z badanych gmin:

$$w_j = \frac{z_{1j} + z_{2j} + z_{3j}}{3}, j = 1, \dots, 121.$$

Zmienna ta pozwoliła na dokonanie wstępnej klasyfikacji gmin na cztery klasy. Zbiór najlepszych stanowiły te obiekty, dla których wartość wskaźnika w_j przewyższała $\bar{w}_j + s_j$, (gdzie $\bar{w}_j$ oznacza wartość średnią wskaźnika, zaś s jego odchylenie standardowe obliczone dla 121-elementowej populacji), klasę drugą tworzyły gminy ze wskaźnikiem pomiędzy $\bar{w}_j$ a $\bar{w}_j + s_j$, trzecią te obiekty, dla których wskaźnik mieścił się granicach od $\bar{w}_j - s_j$ do $\bar{w}_j$, a klasę czwartą tworzyły gminy ze wskaźnikiem poniżej progu $\bar{w}_j - s_j$. Takie skategoryzowanie badanych obiektów stanowiło punkt wyjścia do konstrukcji drzewa klasyfikacyjnego. Drzewo klasyfikacyjne opisać można jako graf skierowany, posiadający korzeń i węzły, w których sprawdzane są warunki dotyczące zmiennych, a także gałęzie wyposażone w pewne reguły decyzyjne. Analiza wykorzystująca algorytm budowy drzew polega na znalezieniu zbioru logicznych warunków podziału zbioru obiektów na klasy możliwie jednorodne [Łapczyński, 2010]. Zaletami stosowania drzew są relatywnie prosta interpretacja wyników, przejrzysta ich prezentacja oraz dobre rezultaty predykcji [Kutyłowska, 2017, s. 534]. Dodatkowo dane nie wymagają spełnienia często restrykcyjnych założeń wstępnych, co jest konieczne przy metodach klasycznych.

1.2. Dyskusja i wyniki

Charakterystyka dochodów badanych gmin

Podstawowe grupy dochodów gmin stanowią dochody własne, subwencja ogólna, dotacje celowe z budżetu państwa. Dochodami mogą być także: środki pochodzące ze źródeł zagranicznych niepodlegające zwrotowi, środki pochodzące z budżetu Unii Europejskiej, inne środki określone w odrębnych przepisach. [Ustawa o dochodach jednostek samorządu terytorialnego, 2018]. Najważniejszą pozycją dochodową w budżetach gmin są dochody własne. Wśród nich można wyodrębnić tzw. dochody podatkowe, które stanowią podstawę do wyliczania wskaźnika dochodów podatkowych na jednego mieszkańca w gminie, zwanego dalej wskaźnikiem G . Składowymi do wyliczenia wskaźnika G są wpływy z: po-

datku od nieruchomości, podatku rolnego, podatku leśnego, podatku od środków transportowych, podatku od czynności cywilnoprawnych, podatku od osób fizycznych opłacanego w formie karty podatkowej, wpływów z opłaty skarbowej, wpływów z opłaty eksploatacyjnej, udziału we wpływach z podatku dochodowego od osób fizycznych, udziału we wpływach z podatku dochodowego od osób prawnych. Wskaźnik G stanowi podstawę wyliczenia m.in. wysokości subwencji ogólnej w części wyrównawczej. Ministerstwo Finansów na podstawie sprawozdań z wykonania dochodów podatkowych za 2017 r. z uwzględnieniem aktualnych założeń wyliczyło wskaźnik G na rok 2019, który jest podstawą do obliczania subwencji na 2019 r. Dochody podatkowe gmin wiejskich województwa małopolskiego wykazano w tabeli I.2.

Tabela I.2. Średnie wartości wskaźnika dochodu podatkowego G w przedziałach dla gmin wiejskich województwa małopolskiego w 2019 r.

Wyszczególnienie	Wskaźnik G^* w 2019 r., zł/mieszkańca	Liczba gmin w grupie
Wskaźnik G dla kraju	1 790,33	2478
Średnia G dla gmin województwa małopolskiego	1 162,98	182
Średnia G dla gmin wiejskich województwa małopolskiego	1 014,63	121
Przedział wskaźnika G		
$Gg^{**} > 150\% G$	2 807,02	1
$100\% Gg < G \leq 150\% Gg$	2 196,49	5
$92\% Gg < G \leq 100\% Gg$	1 738,62	2
$75\% Gg < G \leq 92\% Gg$	1 533,69	5
$40\% Gg < G \leq 75\% Gg$	985,18	85
$Gg \leq 40\% G$	608,78	22

* G – wskaźnik dochodów podatkowych na jednego mieszkańca w gminie.

** Gg – wskaźnik dochodów podatkowych dla wszystkich gmin w Polsce.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: *Wskaźniki dochodów podatkowych...* [2018].

Tylko jedna gmina wiejska z obszaru województwa małopolskiego przekracza próg 150% wskaźnika dochodów podatkowych dla wszystkich gmin w Polsce Gg – gmina Wielka Wieś. Ma ona najwyższy wskaźnik nie tylko wśród gmin wiejskich, ale również w skali wszystkich gmin małopolskich, przewyższając nawet wartości uzyskiwane przez Kraków. W grupie powyżej 92% Gg znajduje się tylko 8 gmin. Poniżej 75% Gg plasuje się aż 107 gmin, w tym 22 poniżej 40% Gg . Gminom o wysokości wskaźnika G poniżej 92% Gg przysługuje subwencja, która wyrównuje dochody gmin. Wyrównanie jest wynikiem braku możliwości pokrycia wydatków wyłącznie z dochodów własnych [Koch, 2012, s. 95].

Źródło: Opracowanie własne.

W tabeli I.3 zaprezentowano wartości średnie zmiennych niezależnych dla poszczególnych grup oraz średnie wybranych charakterystyk.

Tabela I.3. Charakterystyka grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego

ID węzła	Liczba obiektów	Średnia z klas	Odsetek mieszkańców korzystających z wodociągów w %	Odsetek mieszkańców korzystających z kanalizacji w %	Odsetek mieszkańców korzystających z gazu sieciowego w %	Dochód z tytułu podatku rolnego w zł/ha	Gęstość zaludnienia, osoba/km ²	Przyrost względny liczby mieszkańców w %
12	4	4,00	71,90	0,00	0,05	83,56	57,24	-1,97
13	24	3,08	69,00	48,06	3,59	61,68	101,86	1,38
18	9	2,89	71,63	11,82	51,92	93,45	120,66	1,44
19	17	2,18	75,69	41,86	47,91	69,61	129,81	2,34
23	15	1,07	92,78	53,77	87,43	146,27	210,59	6,15
24	24	2,08	65,62	31,19	71,65	96,59	138,83	3,14
25	6	1,17	98,20	38,58	71,97	98,66	177,93	2,72
4	22	3,77	18,39	30,26	26,47	32,59	114,34	2,90

Źródło: Opracowanie własne.

Powstałe w wyniku klasyfikacji CART grupy charakteryzuje spore zróżnicowanie. Jedną z najsłabszych jest grupa o ID12. Tworzą ją gminy, które nie posiadają w ogóle sieci gazowej i kanalizacyjnej. Gminy o ID12 mają dość dobre wyposażenie w sieć wodociągową. Grupa ta ma najsłabiej rozwiniętą infrastrukturę. Jednocześnie gminy te charakteryzują najmniejsza gęstość zaludnienia oraz ujemny przepływ ludności, gdzie w latach 2010-2017 o prawie 2% zmniejszyła się liczba mieszkańców. Gminy z ID12 są zlokalizowane na północnych obrzeżach województwa małopolskiego, jedna z nich to gmina górską. Jedną z grup charakteryzujących się najlepszą infrastrukturą jest grupa o ID23. Średnio aż 92,78% mieszkańców korzysta z sieci wodociągowej, 53,77% korzysta z kanalizacji i 87,43% z sieci gazowej. Ta grupa ma największą średnią gęstość zaludnienia. Jednocześnie w tej grupie w latach 2010-2017 przybyło 6,15% mieszkańców. Z grupy ID23, liczącej 15 gmin, 8 gmin znajduje się w otoczeniu Krakowa, dwie w pobliżu Tarnowa, dwie w pobliżu Oświęcimia. Charakterystyczny dla tych gmin jest wysoki dochód z podatku rolnego. Dochód z podatku rolnego przeliczony został na zł/ha użytków rolnych. Wysokość dochodu z podatku rolnego jest proporcjonalna do jakości gleb. Gminy z grupy ID23 mają gleby o wysokich klasach bonitacyjnych, są to najlepsze gleby w Małopolsce. Wyso-

kość tego wskaźnika potwierdza mocne historyczno-geograficzne uwarunkowania rozwoju. Jest to zgodne z poglądami dotyczącymi wagi czynników rozwoju, jak uznaje A. Gałązka [2017]. Relacje przestrzenne stanowią jedną z podstawowych determinant procesów społeczno-gospodarczych.

Tabela I.4. Przyrosty w infrastrukturze technicznej w latach 2010-2017 według grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego

ID drzewa	Przyrosty w okresie 2010-2017					
	Długość sieci wodociągowej, km/100 km ²	Odsetek mieszkańców korzystających z wodociągów w p.p.	Długość sieci kanalizacyjnej, km/100 km ²	Odsetek mieszkańców korzystających z kanalizacji w p.p.	Długość sieci gazowej, km/100 km ²	Odsetek mieszkańców korzystających z sieci gazowej w p.p.
12	16,80	10,48	0,00	0,00	0,00	0,00
13	11,92	14,48	21,38	15,13	1,91	0,60
18	24,89	16,88	14,32	7,03	12,30	2,96
19	18,37	10,17	39,35	17,55	6,81	1,86
23	20,55	7,78	66,13	22,77	47,33	5,16
24	39,13	16,59	42,95	12,77	15,17	0,19
25	7,15	2,97	17,33	16,60	16,67	1,77
4	8,50	2,55	28,39	12,53	7,20	0,32

Źródło: Opracowanie własne.

Najmniejszy przyrost infrastruktury wodociągowej wystąpił w grupie o ID25. Gminy w tej grupie są najlepiej zwodociągowane, a inwestycjami w latach 2010-2017 doprowadzono do wskaźnika o wartości ponad 98% korzystających z wodociągu. W grupie oznaczonej jako ID4 zrealizowano z kolei podobne co do skali inwestycje wodociągowe (o długości 8,5 km/100 km²), jednakże średni odsetek osób korzystający z wodociągów osiągnął poziom tylko 18,39%. Wynika to ze specyfiki grupy ze sporym udziałem gmin górskich. Największe inwestycje wodociągowe (o średniej długości 39,13 km/100 km²) zrealizowane zostały w grupie o ID24, co przyczyniło się do wzrostu korzystających z wodociągów o 16,59 p.p. W grupie identyfikowanej jako ID13, przy zmianie długości sieci o 11,92 km/100 km², uzyskano efekt przyrostu odsetka osób korzystających o 14,48 p.p. Najwięcej sieci kanalizacyjnej powstało w grupie ID23. Średnia zmiana o 66 km/100 km² spowodowała wzrost odsetka korzystających o 22,77 p.p. Najbardziej efektywne inwestycje zrealizowano w grupie ID25, gdzie wzrost gęstości sieci kanalizacyjnej o 17,33 km/100 km² spowodował przyrost odsetka korzystających z kanalizacji o 16,60 p.p. Tak wysoka efektywność związana jest z tym, że przy małym procencie skanalizowania w pierwszej kolejności realizowane są przedsięwzięcia najbardziej efektywne pod względem liczby osób korzystających. W grupie ID12 nie zrealizowano żadnych inwestycji kanalizacyjnych. Jednym z czynników warunkujących brak inwestycji w tym zakresie jest niska gęstość

zaludnienia. Rozwój sieci gazowej również następował nierównomiernie, w grupie o ID23 był on najbardziej intensywny. W pozostałych grupach można zauważyć relatywnie niską efektywność długości rozbudowywanej sieci w stosunku do przyrostu odsetka osób korzystających. Może być to spowodowane brakiem realizacji przyłączy gazowych nawet w sytuacji dostępności do sieci.

Uwarunkowania ekonomiczne wyposażenia gmin w infrastrukturę techniczną

Dla ośmiu grup powstałych w wyniku zastosowania drzewa klasyfikacyjnego dokonano analizy dochodów. Wysokość średnich dochodów własnych gmin jest znacząco zróżnicowana w grupach i mieści się ona w przedziale od 1423,96 PLN/osobę w grupie ID23 do 768,83 PLN/osobę w grupie ID4.

Tabela I.5. Średnie dochody gmin w przeliczeniu na mieszkańca według grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego w latach 2010-2017

ID drzewa	Suma dochodów własnych i subwencji bez części oświatowej	Subwencja ogólna bez części oświatowej	Dochody własne na mieszkańca	Dotacje ogółem inwestycyjne, w tym z funduszy UE	Dotacje inwestycyjne z funduszy UE	Wydatki inwestycyjne	Wydatki na obsługę długu publicznego
12	1 452,29	607,02	845,27	110,21	34,07	492,34	38,13
13	1 576,30	546,15	1 030,15	174,35	86,00	628,26	38,62
18	1 444,81	512,51	932,30	252,66	117,11	640,21	34,03
19	1 549,50	514,93	1 034,56	209,27	91,91	608,03	32,58
23	1 637,09	213,13	1 423,96	148,84	92,42	602,03	38,56
24	1 436,10	525,67	910,43	149,55	56,94	527,84	29,49
25	1 471,14	258,81	1 212,34	72,85	25,19	406,44	24,03
4	1 456,67	687,84	768,83	180,58	78,93	584,38	34,01

Źródło: Opracowanie własne.

Niemniej dochody z subwencji w trybie wyrównywania dochodów powodują zmniejszenie dysproporcji występujących w dochodach własnych. Zgodnie z mechanizmem subwencji największą kwotę otrzymują gminy z grupy o ID4 i kolejnej o ID12. Najmniejszą subwencję otrzymują gminy z grupy ID23 i ID25. W pozycji suma dochodów własnych i subwencji, bez części oświatowej, widać, że grupa o ID23 ma najwyższe dochody. To w tej grupie znajdują się wszystkie gminy o dochodach podatkowych G powyżej średniej G_g dla kraju. Spośród pozostałych grup wyróżniają się jeszcze dwie o wyższych wartościach: grupa

o ID13 o sumarycznych dochodach 1576,30 PLN/osobę oraz grupa o ID19 o dochodach 1549,50 PLN/osobę. Reszta grup ma zbliżone dochody na poziomie 1400 PLN na mieszkańca. Na przykładzie grup o ID13 i ID19 widać mechanizm różnicowania subwencji. Dwie grupy o zbliżonych dochodach własnych, różniących się tylko kwotą 4,41 PLN na mieszkańca, otrzymują subwencję różniącą się o 31,22 PLN na mieszkańca. Spowodowane jest to różnicą w gęstości zaludnienia pomiędzy gminami w tych grupach.

Bardzo istotną kategorią dochodów gmin, zwłaszcza w aspekcie nakładów na infrastrukturę, są dotacje inwestycyjne. Grupa o ID18 pozyskała najwyższą średnią kwotę dotacji inwestycyjnych na mieszkańca (w kwocie 252,66 PLN). Jest to równocześnie grupa, która pozyskała najwyższą kwotę dotacji inwestycyjnych z UE (w kwocie 117,11 PLN/mieszkańca). Wiąże się to bezpośrednio z najwyższymi wydatkami inwestycyjnymi na mieszkańca (w kwocie 640,21 PLN/mieszkańca). W grupie tej udział funduszy UE w wydatkach inwestycyjnych wynosi 18,29% i jest to najwyższy wynik wśród wszystkich grup. W grupie o ID18 znaczący udział mają gminy, na terenie których realizowano projekty wsparcia związane z likwidacją negatywnych skutków powodzi (miała ona miejsce w 2010 r.). Mogło to mieć wpływ na wysokie wskaźniki wydatków inwestycyjnych i wartości pozyskanego dofinansowania. Najniższy udział funduszy UE w wysokości 6,2% wystąpił w grupie o ID25. Jednocześnie ta grupa ma najniższy wskaźnik wydatków inwestycyjnych na osobę i najniższy wskaźnik zadłużenia. Przyczyną niskiego poziomu wydatków inwestycyjnych może być przyjęta polityka realizacji inwestycji przy ograniczonym finansowaniu z kredytów lub pożyczek.

Tabela I.6. Wysokość średnich składowych dochodu własnego gmin w przeliczeniu na mieszkańca w grupach uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego, średnia z lat 2010-2017

ID drzewa	Dochody własne	Podatek rolny	Podatek od nieruchomości	Podatek od środków transportowych	Podatek od czynności cywilno-prawnych	Dochody z majątku	Udział w PIT	Udział w CIT
12	845,27	143,41	88,54	38,01	11,85	43,53	264,24	1,21
13	1 030,15	60,45	210,90	21,76	23,19	50,32	310,01	6,12
18	932,30	68,54	177,43	15,25	16,11	47,51	355,67	2,96
19	1 034,56	39,98	218,88	26,55	16,92	62,35	365,33	6,30
23	1 423,96	58,63	291,29	19,75	39,14	47,98	668,59	21,45
24	910,43	51,63	152,61	26,48	15,66	30,44	352,41	4,81
25	1 212,34	41,16	247,73	19,86	17,67	23,99	591,41	7,84
4	768,83	17,69	127,18	22,77	14,53	47,70	278,04	2,92

Źródło: Opracowanie własne.

Wśród dochodów własnych największy udział mają udziały w podatku PIT oraz podatek od nieruchomości. Największe wpływy z tytułu tych dwóch podatków występują w gminach grupy o ID23. Wysokość tych dochodów to odpowiednio 668,59 PLN/mieszkańca oraz 291,29 PLN/mieszkańca. Gminy te mają najlepszą infrastrukturę techniczną. W tej grupie występuje również najwyższy dochód z udziału w podatku CIT. Występuje w tej grupie sytuacja, którą opisują Ł. Satoła i L. Luty [2016, s. 101-102]. Dochodzi tu do istnienia swoistego sprzężenia zwrotnego, gdzie w lepiej zagospodarowanych infrastrukturalnie regionach chętniej lokalizowana jest działalność gospodarcza, która z kolei stanowi dodatkowy popyt na tworzenie nowych lub modernizację istniejących obiektów infrastruktury technicznej. Najniższe wpływy z tytułu podatku od nieruchomości i udziałów w PIT, tj. odpowiednio 88,54 PLN/mieszkańca oraz 264,24 PLN na mieszkańca, wykazuje grupa o ID12. To gminy, które posiadają jedynie infrastrukturę wodociągową. W tej grupie występuje najniższy dochód z tytułu podatku CIT. Wysokimi dochodami z tytułu podatku od nieruchomości i z tytułu podatku PIT cechuje się również grupa o ID25. Tworzą ją gminy o dobrym wyposażeniu w infrastrukturę techniczną. Położone są one w pobliżu dużych miast. Widać tu skorelowanie wysokich dochodów własnych i dobrego wyposażenia w infrastrukturę techniczną. Potwierdza to fakt, że infrastruktura przyczynia się do zwiększenia zamożności gmin, ich konkurencyjności oraz przyspieszenia poprawy warunków życia [Kołodziejczyk, 2014]. Zależność poziomu dochodów i poziomu infrastruktury daje się zauważyć także na przykładzie grupy o ID4, gdzie niskie dochody z podatku od nieruchomości i udziałów w podatku PIT i CIT towarzyszą słabo rozwiniętej infrastrukturze.

Podsumowanie

Wśród gmin wiejskich województwa małopolskiego występuje duże zróżnicowanie pod względem wyposażenia w infrastrukturę techniczną. Gminy zlokalizowane wokół dużych miast posiadają dobrze rozwiniętą infrastrukturę techniczną i wysokie dochody podatkowe. W tych gminach odnotowuje się także największy przyrost liczby mieszkańców. Gminy peryferyjne mają słabiej rozwiniętą infrastrukturę i mały przyrost lub wręcz ujemny przyrost liczby mieszkańców. Uwarunkowania geograficzno-przyrodnicze istotnie wpływają na rozwój infrastruktury technicznej. Utrudnienia na terenie gmin górskich znacząco ograniczają rozwój infrastruktury.

Wśród gmin występuje bardzo duże zróżnicowanie w dochodach własnych na mieszkańca. System subwencjonowania wyrównuje dysproporcje w dochodach własnych gmin. Większość gmin po uwzględnieniu subwencji dysponuje porównywalnymi dochodami w przeliczeniu na mieszkańca. Więszymi dochodami dysponują tylko gminy najbogatsze, niemniej w skali województwa jest to nieliczna grupa.

Gminy o najlepiej rozwiniętej infrastrukturze mają największą gęstość zaludnienia i największe dochody podatkowe. Jednocześnie to w tych gminach w ostatnich latach zrealizowano największe inwestycje infrastrukturalne. Gminy o najslabiej rozwiniętej infrastrukturze to gminy, które zazwyczaj mają małą gęstość zaludnienia i niskie wpływy podatkowe. Aktywność inwestycyjna tych gmin w ostatnich latach była najmniejsza.

Wśród dochodów własnych dominuje udział dochodów z podatku od nieruchomości i podatku PIT. Obydwa te podatki związane są z aktywnością ekonomiczną mieszkańców. Gminy o dużej liczbie mieszkańców o wysokich dochodach mają wysoki poziom dochodów własnych.

Literatura

- Gałązka A. (2017), *Teoretyczne podstawy rozwoju regionalnego – wybrane teorie, czynniki i bariery rozwoju regionalnego*, „Studia BAS”, nr 1(49), s. 9-61.
- Kapusta F. (2012), *Poziom infrastruktury technicznej i społecznej jako indyktor i stimulator rozwoju regionalnego*, „Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy”, nr 29, s. 315-325.
- Kołodziejczyk D. (2014), *Infrastruktura w rozwoju społeczno-gospodarczym gmin w Polsce*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 360, s. 198-207.
- Kożuch J. (2012), *Budżetowanie jako instrument zarządzania finansami jednostki samorządu terytorialnego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kutyłowska M. (2017), *Drzewa regresyjne jako narzędzie do prognozowania wskaźnika intensywności uszkodzeń*, „Proceedings of ECOpole”, vol. 11, nr 2, s. 533-540.
- Łapczyński M. (2010), *Drzewa klasyfikacyjne i regresyjne w badaniach marketingowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Satoła Ł., Luty L. (2016), *Poziom wyposażenia w infrastrukturę komunalną a sytuacja finansowa gmin*, „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych”, t. XVII/2, s. 101-110.

Ustawa z dnia 5 lipca 2018 r. o dochodach jednostek samorządu terytorialnego, Dz.U. z 2018 r., poz. 1530 z późn. zm.

Witkowski K., Starościc D. (2008), *System infrastruktury społecznej w gminie*, Wydawnictwo Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Sulechowie, Sulechów.

Wskaźniki dochodów podatkowych dla poszczególnych gmin, powiatów i województw (2018), Ministerstwo Finansów, <https://www.gov.pl/web/finanse/wskaźniki-dochodow-podatkowych-dla-poszczegolnych-gmin-powiatow-i-wojewodztw> (dostęp: 1.05.2019).

Zeliaś A. (2000), *Dobór zmiennych diagnostycznych* [w:] A. Zeliaś (red.), *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, s. 36-42.



O wyborze metody porządkowania liniowego do oceny poziomu rozwoju społeczno- -gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej

Aleksandra Łuczak¹, Małgorzata Just²

Wprowadzenie

Badania związane z rozwojem społeczno-gospodarczym jednostek terytorialnych należą do najważniejszych wyzwań zarówno dla władz lokalnych, jak i centralnych. Jednocześnie ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego jednostek jest kwestią często rozważaną i badaną przez ekonomistów. Istnieje wiele opracowań dotyczących konstrukcji miary syntetycznej. Praca Z. Hellwiga *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr* [1968] zainicjowała stosowanie metod porządkowania liniowego do rozpoznawania typów rozwojowych zjawisk gospodarczych. Metoda konstrukcji miary syntetycznej zaproponowana przez Hellwiga stała się inspiracją dla polskich naukowców szczególnie z dwóch wiodących ośrodków: krakowskiego i wrocławskiego [Borys, Strahl, Welesiak, 1990; Pociecha, Zając, 1990]. Ich prace przyczyniły się do rozwoju metod konstrukcji miary syntetycznej zarówno w obszarze teorii, jak i zastosowań. Modyfikacje te dotyczyły głównie [Borys, Strahl, Welesiak, 1990]: zróżnicowania sposobu normalizacji cech, wprowadzenia pojęcia nominant, zastosowania różnych miar odległości w formule agregacji wartości cech oraz różnych podejść do ustalania wzorca rozwoju. Próby modyfikacji metod taksonomicznych przedstawiali m.in. naukowcy z ośrodków: krakow-

¹ Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, Wydział Ekonomiczno-Społeczny, Katedra Finansów i Rachunkowości, aleksandra.luczak@up.poznan.pl.

² Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, Wydział Ekonomiczno-Społeczny, Katedra Finansów i Rachunkowości, malgorzata.just@up.poznan.pl.

skiego, wrocławskiego, katowickiego i poznańskiego [Borys, Strahl, Welesiak, 1990; Pociecha, 2008; Wysocki, 2010]. Z ośrodka krakowskiego szczególnie wkład wnieśli: J. Steczkowski, A. Zeliaś, K. Zając, J. Pociecha, T. Grabiński, S. Wydymus, A. Sokołowski, B. Podolec, K. Kukuła³, a z ośrodka wrocławskiego: M. Cieślak, S. Bartosiewicz, T. Borys, D. Strahl, K. Jajuga, W. Ostasiewicz, M. Walesiak, E. Nowak⁴. Ponadto w ośrodku katowickim powstała oryginalna metoda taksonomiczna, nazwana metodą katowicką [Kolonko, Stolarska, Zadora, 1970]. Również w ośrodku poznańskim rozwijały się modyfikacje i zastosowania metod konstrukcji miary syntetycznej [zob. np. Wysocki, 2010; Łuczak, 2016]. Na uwagę zasługuje też podejście podane przez J. Lirę, F. Wysockiego i W. Wagnera [2002], którzy zaproponowali zastosowanie mediany w zagadnieniach porządkowania obiektów wielocechowych.

Prowadzonych jest wiele badań związanych z tym zagadnieniem zarówno w ujęciu teoretycznym [por. Kukuła, 2000; Wysocki, 2010; Walesiak, 2011; Just, Łuczak, 2019], jak i praktycznym [zob. Roszkowska, Karwowska, 2014; Roszkowska, Misiewicz, Karwowska, 2014; Roszkowska, Filipowicz-Chomko, 2016; Łuczak, 2016; Łuczak, Kurzawa, Wysocki, 2018].

Pomimo dużego zainteresowania tą tematyką nie ma ujednoliconego i kompleksowego podejścia do oceny poziomu rozwoju lokalnych jednostek terytorialnych. Ponadto należy zauważyć, że przy ocenie lokalnych jednostek terytorialnych istotny jest wybór poziomu analiz (krajowy, regionalny, lokalny). Różne poziomy analiz związane są z różnymi typami danych. Im więcej badanych jednostek, tym można spodziewać się, że zróżnicowanie wartości cech będzie większe i jednocześnie większe mogą być problemy z ich analizą. Z tych względów ocena rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej wymaga indywidualnego, kompleksowego i metodologicznego podejścia.

2.1. Metody oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego

Każdy poziom analiz (krajowy, regionalny, lokalny) może być opisywany przez cechy różnego typu (tj. z rozkładem normalnym, asymetrycznym lub na-

³ Na przykład Steczkowski [1966]; Chomątowski, Sokołowski [1978]; Grabiński [1984; 1992]; Wydymus [1984]; Sokołowski, Zając [1987]; Pociecha i in. [1988]; Grabiński, Wydymus, Zeliaś [1989]; Kukuła [1996a; 1996b; 2000]; Steczkowski, Zeliaś [1997].

⁴ Między innymi Cieślak [1976]; Borys [1978]; Strahl [1978; 1990]; Ostasiewicz [1981]; Bartosiewicz [1984]; Jajuga [1984; 1987]; Nowak [1990]; Walesiak [1990; 2011].

wet silnie asymetrycznym). Z tych względów w pracy zaproponowana została kompleksowa procedura do oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych w skali krajowej, regionalnej i lokalnej. Procedura konstruowania miary syntetycznej (syntetycznego miernika) jest procesem wieloetapowym, w którym badacz musi podjąć wiele decyzji na każdym etapie, które dotyczą wyboru m.in.:

- metody wyboru cech (wskaźników) do badań,
- procedury normalizacji,
- metody agregacji wartości cech.

Zadania te nie są proste, zwłaszcza gdy w rzeczywistych zbiorach danych występują wartości nietypowe, co może wynikać ze specyfiki badanego złożonego zjawiska.

Metoda konstrukcji miary syntetycznej oparta jest na idei wprowadzonej przez Z. Hellwiga [1968; 1972] i umożliwia syntetyczną ocenę zjawiska opisanego przez wiele cech. Można wyróżnić sześć głównych jej etapów:

Etap 1. Wybór cech i ich weryfikacja.

Etap 2. Identyfikacja charakteru cech.

Etap 3. Normalizacja wartości cech.

Etap 4. Obliczenie odległości każdego obiektu od wzorca rozwoju.

Etap 5. Agregacja wartości cech.

Etap 6. Uporządkowanie liniowe obiektów oraz ustalenie poziomów i typów rozwoju.

Na pierwszym etapie konstrukcji miary syntetycznej należy wybrać cechy oraz przeprowadzić ich weryfikację pod względem merytorycznym i statystycznym. Zbiór cech opisujących sytuację społeczno-gospodarczą lokalnych jednostek terytorialnych (tj. gmin) w skali kraju lub województwa zazwyczaj zawiera cechy z silną asymetrią lub z wartościami ekstremalnymi. Problem ten może być rozwiązany przy zastosowaniu analizy wykresu funkcji średniego przekroczenia (*Mean Excess Function* – MEF) do identyfikacji wartości ekstremalnych oraz przy zastosowaniu pozycyjnej metody Hellwiga z wykorzystaniem mediany przestrzennej Webera do ograniczenia wpływu silnej asymetrii cech.

Wykres funkcji średniego przekroczenia jest wykorzystywany do określenia odpowiednich wartości progowych w modelu przekroczeń (*Peaks over Threshold Model* – POT). W modelu POT [zob. np. McNeil, 1999] ogon rozkładu zmiennej X_k (k -tej cechy) jest modelowany za pomocą uogólnionego rozkładu Pareta (początek ogona jest określony przez wartość progową ul_k):

$$\hat{F}(x_k) = 1 - \frac{N_{ul_k}}{N} \left(1 + \hat{\xi} \frac{x_k - ul_k}{\hat{\beta}} \right)^{-1/\hat{\xi}},$$

gdzie:

N – liczba obserwacji (jednostek np. gmin),

N_{ul_k} – liczba obserwacji przekraczających wartość progową ul_k ,

$\hat{\xi}$, $\hat{\beta}$ – estymatory parametrów, odpowiednio kształtu i skali,

$\hat{F}(x_k)$ – estymator dystrybuanty rozkładu zmiennej X_k .

Punktem wyjścia do analizy wykresu MEF jest warunkowa wartość oczekiwana [Coles, 2001]:

$$E(X_k - ul_k | X_k > ul_k) = \frac{\beta(ul_k)}{1 - \xi}, \quad \xi < 1.$$

Ponieważ $\beta(ul_k)$ zależy liniowo od ul_k , to empiryczny estymator warunkowej wartości oczekiwanej musi także zależeć linowo od ul_k . Stąd wykres MFF:

$$\left\{ \left(ul_k, \frac{1}{N_{ul_k}} \sum_{i=1}^{N_{ul_k}} (x_{ik} - ul_k) \right) : ul_k < x_{k \max} \right\}$$

po przekroczeniu ul_k powinien być liniowy.

Na drugim etapie określa się charakter cech, tj. cechy dzieli się na stymulanty, destymulanty i nominanty. Cechy destymulanty i nominanty należy przekształcić w cechy o charakterze stymulant. Przeprowadza się to za pomocą przekształcenia różnicowego [zob. np. Łuczak, Wysocki, 2013].

Na trzecim etapie przeprowadzona zostaje normalizacja wartości cech w celu doprowadzenia cech do wzajemnej porównywalności. Polega to na pozbawieniu ich mian i ujednoliceniu rzędów wielkości. W pracy zastosowano:

- klasyczną standaryzację – dla wszystkich cech o rozkładzie normalnym lub zbliżonym do normalnego (podejście I):

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{s_k},$$

- klasyczną standaryzację dla danych poddanych winsoryzacji⁵ – dla zbioru cech, w którym występują cechy z wartościami ekstremalnymi (podejście II),

⁵ Winsoryzacja jest to proces zastępowania określonej liczby wartości cechy wartościami stałymi. Stosuje się ją w przypadku cech z wartościami ekstremalnymi.

- klasyczną standaryzację medianową wykorzystującą medianę przestrzenną Webera – dla zbioru cech, w którym występują cechy charakteryzujące się silną asymetrią (podejście III):

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \tilde{m}d_k}{1,4826 \cdot \tilde{m}d_k},$$

- zmodyfikowaną standaryzację medianową wykorzystującą medianę przestrzenną Webera dla zbioru cech, w którym występują cechy z wartościami ekstremalnymi i bardzo silną asymetrią (podejście IV):

$$z_{ik} = \begin{cases} \frac{l_k - \tilde{m}d_k}{1,4826 \cdot \tilde{m}d_k} & \text{dla } x_{ik} \leq l_k \\ \frac{x_{ik} - \tilde{m}d_k}{1,4826 \cdot \tilde{m}d_k} & \text{dla } l_k < x_{ik} < ul_k, \\ \frac{ul_k - \tilde{m}d_k}{1,4826 \cdot \tilde{m}d_k} & \text{dla } x_{ik} \geq ul_k \end{cases},$$

gdzie:

x_{ik} – wartość k -tej ($k = 1, 2, \dots, K$) cechy w i -tej ($i = 1, 2, \dots, N$) jednostce (np. gminie),

z_{ik} – znormalizowana wartość k -tej cechy w i -tej jednostce,

$\tilde{m}d_k$ – składowa wektora medianowego Webera (mediana Webera) dla k -tej cechy,

$\tilde{m}d_k = \text{med}_i |x_{ik} - \tilde{m}d_k|$ – medianowe odchylenie bezwzględne będące medianą z bezwzględnych odchyleń wartości cechy od składowej mediany Webera odpowiadającej k -tej cesze; 1,4826 jest stałym współczynnikiem skalowania, który zależy od rozkładu wartości cech [zob. Młodak, 2006; 2009].

Na czwartym etapie ustalone zostają współrzędne wzorca rozwoju:

$$A^+ = (\max_i(z_{i1}), \max_i(z_{i2}), \dots, \max_i(z_{iK})) = (z_1^+, z_2^+, \dots, z_K^+).$$

Podstawę tworzenia miernika syntetycznego stanowią odległości euklidesowe (podejście I i II) lub Manhattan (podejście III i IV) każdego ocenianego obiektu wielocechowego od wzorca:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^K (z_{ik} - z_k^+)^2} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{dla podejścia I i II}),$$

$$d_i^+ = \sum_{k=1}^K |z_{ik} - z_k^+| \quad (i = 1, 2, \dots, N) \text{ (dla podejścia III i IV).}$$

Na piątym etapie do konstrukcji syntetycznego miernika rozwoju zastosowano formułę agregacji zaproponowaną przez Hellwiga [1968]:

$$S_i = 1 - \frac{d_i^+}{d_0}, \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

gdzie:

$$d_0 = \bar{d}_0 + 2 \cdot s_0, \quad \bar{d}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N d_i^+}{N}, \quad s_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i^+ - \bar{d}_0)^2}{N}}.$$

Wartości cechy syntetycznej S_i są zazwyczaj z przedziału $[0; 1]$, ale również cecha może przyjmować wartości spoza tego przedziału. Ujemna wartość miernika (lub powyżej 1) może pojawić się wówczas, gdy poziom rozwoju gminy będzie wyraźnie słabszy (lub znacznie lepszy) od poziomu rozwoju pozostałych gmin oraz gdy liczba badanych jednostek jest duża. Im wyższa wartość syntetycznego miernika rozwoju, tym wyższy jest poziom rozwoju.

Wyznaczone wartości syntetycznej miary rozwoju wykorzystuje się do liniowego porządkowania gmin oraz do wyodrębnienia ich klas typologicznych. Wyodrębnienie klas dla całego obszaru zmienności cechy syntetycznej może zostać przeprowadzone w sposób arbitralny, przy przyjęciu następujących przedziałów liczbowych wartości miernika S_i :

poniżej 0,125 – poziom ekstremalnie niski,

[0,125; 0,250) – poziom bardzo niski,

[0,250; 0,375) – poziom niski,

[0,375; 0,500) – poziom średni niższy,

[0,500; 0,625) – poziom średni wyższy,

[0,625; 0,750) – poziom wysoki,

[0,750; 0,875) – poziom bardzo wysoki,

równa i powyżej 0,875 – poziom ekstremalnie wysoki.

2.2. Wyniki badań

W pracy zastosowano proponowaną procedurę do oceny rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w skali krajowej, regionalnej i lokalnej w Polsce w 2017 r.

W badaniach wykorzystano dane z Głównego Urzędu Statystycznego z Banku Danych Lokalnych. Przyjęto trzy poziomy analiz:

- poziom krajowy – gminy w Polsce (2478 gmin),
- poziom regionalny – gminy w województwie wielkopolskim (226 gmin),
- poziom lokalny – gminy w powiecie poznańskim (17 gmin).

Na podstawie analizy merytorycznej i statystycznej wybrano następujące cechy reprezentujące poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w Polsce w 2017 r.:

- x_1 – udział ludności korzystającej z instalacji kanalizacyjnej (%),
- x_2 – udział ludności korzystającej z instalacji gazowej (%),
- x_3 – udział ludności korzystającej z oczyszczalni ścieków (%),
- x_4 – liczba ludności na aptekę ogólnodostępną,
- x_5 – liczba podmiotów nowo zarejestrowane na 10 tys. ludności w wieku produkcyjnym,
- x_6 – udział bezrobotnych zarejestrowanych w liczbie ludności w wieku produkcyjnym (%),
- x_7 – udział dochodów własnych w dochodach ogółem,
- x_8 – wydatki majątkowe na jednego mieszkańca (średnia z 5 lat; w PLN).

Dla cechy x_8 dotyczącej wydatków majątkowych na jednego mieszkańca obliczono średnią z pięciu lat (2013-2017). Przyjęto w analizie, że dwie cechy mają charakter destymulant (x_4 i x_6), a pozostałe są stymulantami.

Cechy na poziomie krajowym – wszystkich gmin w Polsce – charakteryzują się brakiem lub dodatnią skośnością. Duża skośność występowała w przypadku cech: x_4 , x_5 i x_8 . Również te cechy charakteryzowały się dużymi dodatnimi wartościami kurtozy, które wskazują na duże prawdopodobieństwo wystąpienia wartości ekstremalnych (tabela I.7). Rozkłady tych cech miały grube prawe ogony.

Tabela I.7. Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w Polsce w 2017 r. (poziom krajowy)

Statystyki opisowe	Cechy							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
	Dane wejściowe							
1	2	3	4	5	6	7	8	9
średnia	48,9	25,6	51,7	3 227,4	117,9	5,4	37,7	573,0
mediana	47,5	7,9	50,5	2 949,5	111,0	4,9	35,6	502,5
maximum	100,0	98,6	100,8	18931,0	556,0	18,2	92,7	12360,6
minimum	0,0	0,0	0,0	0,0	17,9	1,0	12,4	12,8
rozstęp	100,0	98,6	100,8	18931,0	538,1	17,2	80,2	12347,7
odchyl. stand.	28,5	31,0	30,4	2518,6	46,8	2,7	13,4	431,7
współ. ekscesu	-1,1	-0,8	-1,2	3,5	10,0	1,2	-0,2	271,8

cd. tabeli I.7

1	2	3	4	5	6	7	8	9
skośność	0,0	0,9	0,0	1,3	2,0	1,0	0,6	12,1
współ. zmienności	58,3	120,8	58,9	78,0	39,7	50,0	35,4	75,3
Dane po winsoryzacji								
średnia	48,9	25,6	51,7	3191,3	116,6	5,4	37,7	558,0
mediana	47,5	7,9	50,5	2949,5	111,0	4,9	35,6	502,5
maximum	100,0	98,6	100,8	10618,0	235,8	12,8	79,0	1553,1
minimum	0,0	0,0	0,0	0,0	17,9	1,0	12,4	12,8
rozstęp	100,0	98,6	100,8	10618,0	217,8	11,8	66,6	1540,3
odchyl. stand.	28,5	31,0	30,4	2377,2	41,2	2,6	13,3	274,3
współ. ekscesu	-1,1	-0,8	-1,2	0,9	0,6	0,2	-0,3	2,1
skośność	0,0	0,9	0,0	0,8	0,8	0,8	0,5	1,3
współ. zmienności	58,3	120,8	58,9	74,5	35,3	48,6	35,3	49,2

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Tabela I.8. Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w województwie wielkopolskim w 2017 r. (poziom regionalny)

Statystyki opisowe	Cechy							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
	Dane wejściowe							
średnia	56,1	26,2	58,0	3184,3	132,7	3,1	39,9	523,8
mediana	57,7	13,8	58,4	2877,9	126,2	2,7	37,9	484,8
maximum	99,9	97,5	100,0	16059,0	283,8	8,1	73,4	1627,6
minimum	0,0	0,0	0,0	0,0	41,2	1,0	18,6	155,1
rozstęp	99,9	97,5	100,0	16059,0	242,6	7,1	54,8	1472,5
odchyl. stand.	23,3	28,9	24,8	2089,5	38,9	1,5	11,6	222,3
współ. ekscesu	-0,8	-0,7	-1,0	6,7	2,5	0,8	-0,4	4,2
skośność	-0,1	0,8	0,0	1,6	1,1	1,1	0,5	1,5
współ. zmienności	41,4	110,4	42,7	65,6	29,3	49,1	29,1	42,4
Dane po winsoryzacji								
średnia	56,1	26,2	58,0	3105,5	131,2	3,1	39,9	512,4
mediana	57,7	13,8	58,4	2877,9	126,2	2,7	37,9	484,8
maximum	99,9	97,5	100,0	7505,0	212,0	8,1	73,4	929,9
minimum	0,0	0,0	0,0	0,0	41,2	1,0	18,6	155,1
rozstęp	99,9	97,5	100,0	7505,0	170,8	7,1	54,8	774,8
odchyl. stand.	23,3	28,9	24,8	1806,9	34,4	1,5	11,6	186,9
współ. ekscesu	-0,8	-0,7	-1,0	0,3	0,0	0,8	-0,4	-0,3
skośność	-0,1	0,8	0,0	0,4	0,4	1,1	0,5	0,5
współ. zmienności	41,4	110,4	42,7	58,2	26,3	49,1	29,1	36,5

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Z kolei lewe ogony rozważanych rozkładów cech były ucięte. Ponadto w analizie rozkładu cech wykorzystano wykresy empirycznej funkcji gęstości, które ujawniły, że cechy nie mają rozkładu normalnego (wynik ten potwierdził test Jarque'a-Bery) lub nawet zbliżonego do niego.

Podobna sytuacja miała miejsce na poziomie wojewódzkim – dla wszystkich gmin w województwie wielkopolskim (tabela I.8). Natomiast na poziomie lokalnym – wszystkich gmin w powiecie poznańskim – nie zidentyfikowano wartości ekstremalnych cech (tabela I.9).

Tabela I.9. Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w powiecie poznańskim w 2017 r. (poziom lokalny)

Statystyki opisowe	Cechy							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
	Dane wejściowe							
średnia	75,2	70,9	77,9	2 694,3	200,7	1,4	58,5	806,9
mediana	76,8	69,2	74,7	2 666,0	190,2	1,4	56,4	686,1
maximum	99,9	96,6	99,8	4 021,3	283,8	2,0	73,4	1627,6
minimum	47,4	47,9	56,6	1 861,9	134,6	1,0	43,4	387,8
rozstęp	52,5	48,7	43,2	2 159,3	149,2	1,0	30,0	1239,8
odchyl. stand.	13,2	14,4	14,9	616,1	46,7	0,3	7,5	353,5
współ. ekscesu	-0,2	-1,0	-1,8	-0,3	-0,8	-1,0	0,1	0,2
skośność	-0,3	0,0	0,1	0,6	0,5	0,5	0,3	1,0
współ. zmienności	17,5	20,3	19,1	22,9	23,3	21,9	12,9	43,8

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Tabela I.10. Wartości progowe cech społeczno-gospodarczych gmin w 2017 r.

Poziom analiz	Wartość progora	Cechy							
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
krajowy (Polska)	ll_k	×	×	×	×	×	×	×	×
	ul_k	×	×	×	10618,0	235,8	12,8	79,0	1553,1
regionalny (woj. wielkopolskie)	ll_k	×	×	×	×	×	×	×	×
	ul_k	×	×	×	7505,0	212,0	×	×	929,9

× oznacza, że nie zidentyfikowano wartości ekstremalnych cech.

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS (z wykorzystaniem pakietu „fExtremes” [Wuertz, Setz, Chalabi, 2017] w programie R).

Tabela I.10 przedstawia wartości progowe dla cech⁶, wyznaczone na podstawie analizy wykresów MEF. Tylko na poziomie krajowym i regionalnym zidentyfikowano wartości ekstremalne.

Następnie w procesie winsoryzacji zastąpiono wartości cech z ogonów przez wyznaczone wartości progowe (tabela I.10). Rozkłady tak przekształconych cech charakteryzowały się co najwyżej umiarkowaną skośnością (tabele I.7 i I.8).

⁶ Wykresy MEF wyznaczono w pakiecie „fExtremes” [Wuertz, Setz, Chalabi, 2017] w programie R.

W badaniach zastosowano i porównano cztery podejścia na poziomie krajowym, regionalnym i lokalnym (tabele I.11-I.12):

Podejście I: klasyczna metoda Hellwiga z klasyczną standaryzacją wartości cech.

Podejście II: klasyczna metoda Hellwiga z klasyczną standaryzacją wartości cech, które zostały poddane winsoryzacji.

Podejście III: pozycyjna metoda Hellwiga z pozycyjną⁷ standaryzacją wartości cech.

Podejście IV: pozycyjna metoda Hellwiga z pozycyjną standaryzacją wartości cech, które zostały poddane winsoryzacji.

Tabela I.11. Klasyfikacja typologiczna gmin w Polsce pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom krajowy)

Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego	S_i	Podejścia							
		I (KH)		II (KH+W)		III (PH)		IV (PH+W)	
		N_c	%	N_c	%	N_c	%	N_c	%
ekstremalnie niski	poniżej 0,125	2397	96,7	443	17,9	1701	68,6	333	13,4
bardzo niski	[0,125; 0,250)	75	3,0	972	39,2	756	30,5	906	36,6
niski	[0,250; 0,375)	3	0,1	740	29,9	18	0,7	714	28,8
średni niższy	[0,375; 0,500)	0	0,0	268	10,8	1	0,0	379	15,3
średni wyższy	[0,500; 0,625)	3	0,1	51	2,1	1	0,0	122	4,9
wysoki	[0,625; 0,750)	0	0,0	4	0,2	1	0,0	23	0,9
bardzo wysoki	[0,750; 0,875)	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	0,0
ekstremalnie wysoki	od 0,875	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0

N_c – liczba gmin w klasie.

KH – klasyczna metoda Hellwiga.

PH – pozycyjna metoda Hellwiga.

W – dane poddane winsoryzacji.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Na poziomie krajowym, przy zastosowaniu podejścia I, gminy koncentrują się głównie w pierwszej klasie o poziomie ekstremalnie niskim (prawie 97% gmin) – tabela I.11. Jest to efektem występowania wartości ekstremalnych i silnej asymetrii cech. Nieznaczną poprawę klasyfikacji daje pozycyjne podejście III, które poprzez zastosowanie pozycyjnej standaryzacji ograniczyło wpływ silnej asymetrii cech. Znacznie lepsze wyniki uzyskano przy zastosowaniu winsoryzacji wartości cech (podejście II). Ograniczenie wpływu wartości ekstremalnych poprzez winsoryzację danych pozwoliło uzyskać bardziej poprawne rozmieszczenie gmin w klasach. Natomiast podejście IV ograniczyło też wpływ wartości ekstremalnych przez winsoryzację danych oraz zmniejszyło wpływ silnej

⁷ Medianę Webera obliczono w pakiecie „robustX” [Stahel, Maechler, 2012] w programie R.

asymetrii poprzez zastosowanie formuły pozycyjnej standaryzacji. Podejście to pozwoliło uzyskać najlepsze efekty – najbardziej poprawną merytorycznie klasyfikację, która odzwierciedliła różnice międzyklasowe w poziomie rozwoju społeczno-gospodarczego badanych gmin, co pociąga za sobą pełniejszą i poprawniejszą identyfikację typów rozwojowych.

Na poziomie regionalnym sytuacja w zastosowaniu podejść była zbliżona do zastosowania ich na poziomie krajowym (tabela I.12). W podejściu I klasycznym gminy koncentrują się głównie w dwóch klasach o poziomie niskim (31% gmin) i bardzo niskim (35% gmin). Zastosowanie winsoryzacji (podejście II) w nieznacznym stopniu zmieniło klasyfikację. Sytuacja ta jest poprawna, a przyczyny należy doszukiwać się w rozkładach cech z wartościami ekstremalnymi, ponieważ dla tych cech zidentyfikowano mniej obserwacji odstających niż na poziomie krajowym. Większe znaczenie na poziomie regionalnym miała eliminacja silnej asymetrii (podejście III), które było dość zbliżone do podejścia IV. Podejścia te dawały dość podobny rozkład gmin w klasach ze względu na małą liczbę wartości ekstremalnych i mniejsze ich oddalenie od wartości centralnej.

Tabela I.12. Klasyfikacja typologiczna gmin w województwie wielkopolskim pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom regionalny)

Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego	S_i	Podejścia							
		I (KH)		II (KH+W)		III (PH)		IV (PH+W)	
		N_c	%	N_c	%	N_c	%	N_c	%
ekstremalnie niski	poniżej 0,125	29	12,8	39	17,3	24	10,6	25	11,1
bardzo niski	[0,125; 0,250)	80	35,4	71	31,4	61	27,0	71	31,4
niski	[0,250; 0,375)	71	31,4	75	33,2	71	31,4	68	30,1
średni niższy	[0,375; 0,500)	31	13,7	33	14,6	39	17,3	34	15,0
średni wyższy	[0,500; 0,625)	13	5,8	8	3,5	25	11,1	22	9,7
wysoki	[0,625; 0,750)	2	0,9	0	0,0	5	2,2	6	2,7
bardzo wysoki	[0,750; 0,875)	0	0,0	0	0,0	1	0,4	0	0,0
ekstremalnie wysoki	od 0,875	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0

N_c – liczba gmin w klasie.

KH – klasyczna metoda Hellwiga.

PH – pozycyjna metoda Hellwiga.

W – dane poddane winsoryzacji.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Tabela I.13. Klasyfikacja typologiczna gmin w powiecie poznańskim pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom lokalny)

Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego	S_i	Podejścia							
		I (KH)		II (KH+W)		III (PH)		IV (PH+W)	
		N_c	%	N_c	%	N_c	%	N_c	%
ekstremalnie niski	poniżej 0,125	1	5,9	×	×	0	0,0	×	×
bardzo niski	[0,125; 0,250)	7	41,2	×	×	6	35,3	×	×
niski	[0,250; 0,375)	4	23,5	×	×	4	23,5	×	×
średni niższy	[0,375; 0,500)	4	23,5	×	×	3	17,6	×	×
średni wyższy	[0,500; 0,625)	1	5,9	×	×	2	11,8	×	×
wysoki	[0,625; 0,750)	0	0,0	×	×	2	11,8	×	×
bardzo wysoki	[0,750; 0,875)	0	0,0	×	×	0	0,0	×	×
ekstremalnie wysoki	od 0,875	0	0,0	×	×	0	0,0	×	×

N_c – liczba gmin w klasie.

KH – klasyczna metoda Hellwiga.

PH – pozycyjna metoda Hellwiga.

W – dane poddane winsoryzacji.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Natomiast na poziomie lokalnym nie zidentyfikowano wartości ekstremalnych. Na tym poziomie analiz zastosowano tylko podejście I – klasyczne i podejście III – pozycyjne, które zmniejszyło wpływ asymetrii cech (tabela I.13).

Obiekty, dla których cechy mają obserwacje nietypowe, mogą mieć przypisaną nadmiernie wysoką lub niską rangę w rankingu końcowym. W celu rozwiązania tych problemów zaproponowano podejścia odporne (podejścia II, III i IV) na te zjawisko. Przeprowadzone badania empiryczne wykazały, że zaproponowane podejścia z wykorzystaniem winsoryzacji (podejścia II i IV) poprawiają klasyfikacje rankingowe, gdy w zbiorze cech znajdują się wartości ekstremalne. Natomiast podejścia (III i IV) pozycyjne z zastosowaniem mediany pozycyjnej Webera ograniczają wpływ silnej asymetrii.

Tabela I.14. Statystyki opisowe dla mierników syntetycznych poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego gmin według podejść i poziomów analiz

Statystyki opisowe	Podejścia											
	Poziom krajowy				Poziom regionalny				Poziom lokalny			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
maximum	0,62	0,65	0,72	0,75	0,74	0,57	0,79	0,70	0,61	×	0,67	×
minimum	0,00	-0,03	-0,01	-0,05	0,00	-0,02	-0,01	0,02	0,07	×	0,13	×
rozstęp	0,62	0,68	0,73	0,80	0,75	0,59	0,79	0,68	0,54	×	0,54	×
mediana	0,06	0,22	0,10	0,25	0,26	0,25	0,30	0,28	0,35	×	0,35	×
średnia	0,06	0,24	0,11	0,27	0,27	0,26	0,31	0,30	0,29	×	0,35	×
skośność	5,31	0,48	1,53	0,53	0,61	0,14	0,37	0,50	0,37	×	0,37	×
współ. ekscesu	68,63	-0,08	9,98	-0,06	0,24	-0,57	-0,31	-0,35	-0,50	×	-1,17	×

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych statystycznych z Banku Danych Lokalnych GUS.

Dodatkowo w tabeli I.14 przedstawiono statystyki opisowe dla mierników syntetycznych poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego gmin według podejść i poziomów analiz. Ponadto przeprowadzono też badanie zgodności uporządkowań. Za miarę zgodności uporządkowań przyjęto wartości współczynnika korelacji rang τ -Kendalla. Współczynnik korelacji τ -Kendalla przyjmuje wartości z przedziału od -1 do 1 . Im jego wartość jest bliższa liczbie 1 , tym większe podobieństwo uporządkowań gmin [zob. Steczkowski, Zeliaś, 1997]. Zauważyć należy, że wszystkie uporządkowania były w dużym stopniu zgodne. Wartości współczynnika korelacji τ -Kendalla pomiędzy rangami dla wszystkich podejść wynosiły powyżej $0,61$ – na poziomie krajowym, powyżej $0,79$ – na poziomie regionalnym oraz $0,78$ – na poziomie lokalnym. Najbardziej zgodne były uporządkowania w podejściu III i IV na poziomie krajowym (wartość współczynnika korelacji τ -Kendalla to $0,89$).

Podsumowanie

Ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego lokalnych jednostek administracyjnych (tj. gmin) na różnych poziomach analiz (krajowy, regionalny, lokalny) związana jest różnymi typami danych. W przypadku, gdy w zbiorze wartości cech występują wartości nietypowe, zastosowanie klasycznych metod wzorcowych może prowadzić do nadmiernego zmniejszenia zakresu zmienności wartości syntetycznego miernika rozwoju, a w efekcie do problemów związanych z prawidłową identyfikacją typów rozwojowych badanego zjawiska złożonego. Problemy te wynikają stąd, że w przypadku zastosowania arbitralnego sposobu identyfikacji typów rozwojowych mogą pojawić się klasy puste.

Przeprowadzone badania empiryczne wykazały, że w celu poprawnego odzwierciedlenia różnic międzyklasowych w poziomie rozwoju analizowanego zjawiska (tj. pełniejszej i poprawniejszej identyfikacji typów rozwojowych) do konstrukcji miary syntetycznej należy stosować:

- podejście klasyczne (klasyczna metoda Hellwiga), gdy cechy przyjęte do badań mają rozkład normalny lub zbliżony do normalnego,
- podejście pozycyjne (pozycyjna metoda Hellwiga), gdy cechy mają rozkład asymetryczny,
- podejście hybrydowe (analiza wykresu MEF i klasyczna metoda Hellwiga z winsoryzacją danych), gdy cechy mają rozkład z grubymi ogonami,

- pozycyjne podejście hybrydowe (analiza wykresu MEF i pozycyjna metoda Hellwiga z winsoryzacją danych), gdy cechy mają rozkład asymetryczny i z grubymi ogonami.

Literatura

- Bank Danych Lokalnych GUS, www.stat.gov.pl (dostęp: 1.03.2019).
- Bartosiewicz S. (1984), *Zmienne syntetyczne w modelowaniu ekonometrycznym*, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu”, nr 262, s. 5-8.
- Borys T. (1978), *Metody normowania cech statystycznych w badaniach porównawczych*, „Przegląd Statystyczny”, nr 2, s. 227-239.
- Borys T., Strahl D., Welesiak M. (1990), *Wkład ośrodka wrocławskiego w rozwój teorii i zastosowań metod taksonomicznych* [w:] J. Pocięcha (red.), *Taksonomia – teoria i jej zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, s. 12-23.
- Chomątowski S., Sokołowski A. (1978), *Taksonomia struktur*, „Przegląd Statystyczny”, nr 2, s. 217-222.
- Cieślak M. (1976), *Modele zapotrzebowania na kadry kwalifikowane*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Coles S. (2001), *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, London.
- Grabiński T. (1984), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Grabiński T. (1992), *Metody taksonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A. (1989), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny”, nr 4, s. 307-327.
- Hellwig Z. (1972), *Procedure of Evaluating High-level Manpower Data and Typology of Countries by Means of the Taxonomic Method* [w:] Z. Gostkowski (red.), *Towards a System of Human Resources Indicators for Less Developed Countries: Papers Prepared for a UNESCO Research Project*, Ossolineum. Polish Academy of Sciences Press, Wrocław, s. 115-134.
- Jajuga K. (1984), *Zbiory rozmyte w zagadnieniu klasyfikacji*, „Przegląd Statystyczny”, nr 31, t. 3-4, s. 237-250.

- Jaługa K. (1987), *Statystyka ekonomicznych zjawisk złożonych – wykrywanie i analiza niejednorodnych rozkładów wielowymiarowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Just M., Łuczak A. (2019), *Modified Positional TOPSIS Method for Assessing the Socio-economic Development Level of Rural Municipalities* [w:] P. Jedlička, P. Marešová, I. Soukal (eds.), *Proceedings from Hradec Economic Days 2019*, Vol. 9(1), University of Hradec Králové, Hradec Králové, s. 601-612.
- Kolonko J., Stolarska E., Zadora K. (1970), *Prosta metoda dyskryminacji zbiorów skończonych*, „Przegląd Statystyczny”, nr 2, s. 173-186.
- Kukuła K. (1996a), *Problem wykorzystania nominant w wielowymiarowej analizie porównawczej*, „Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej w Krakowie. Ekonomika”, nr 24, s. 5-12.
- Kukuła K. (1996b), *Statystyczne metody analizy struktur ekonomicznych*, Wydawnictwo Edukacyjne, Kraków.
- Kukuła K. (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Lira J., Wysocki F., Wagner W. (2002), *Mediana w zagadnieniach porządkowania obiektów wielocechowych* [w:] J. Paradysz (red.), *Statystyka regionalna w służbie samorządu terytorialnego i biznesu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań, s. 87-99.
- Łuczak A. (2016), *Wielokryterialne metody ilościowe w diagnozowaniu i modelowaniu rozwoju lokalnego*, Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Poznań.
- Łuczak A., Kurzawa I., Wysocki F. (2018), *Ocena poziomu zrównoważonego rozwoju państw Unii Europejskiej z wykorzystaniem wielowymiarowej analizy porównawczej*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 508, s. 126-136.
- Łuczak A., Wysocki F. (2013), *Zastosowanie mediany przestrzennej Webera i metody TOPSIS w ujęciu pozycyjnym do konstrukcji syntetycznego miernika poziomu życia*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 278, s. 63-73.
- McNeil A.J. (1999), *Extreme Value Theory for Risk Management*, Department Mathematics ETH Zentrum, Zurich.
- Młodak A. (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Młodak A. (2009), *Historia problemu Webera*, „Matematyka Stosowana”, nr 10, s. 3-21.
- Nowak E. (1990), *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Ostasiewicz W. (1981), *Zastosowanie miary rozmytej do porównań syntetycznych*, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu”, nr 190, s. 79-102.

- Pociecha J. (2008), *Rozwój metod taksonomicznych i ich zastosowań w badaniach społeczno-ekonomicznych*, Konferencja naukowa inaugurująca obchody jubileuszu 90-lecia Głównego Urzędu Statystycznego „Statystyka społeczna. Dokonania – szanse – perspektywy”, www.stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/gus/POZ_Rozwoj_metod_taksonomicznych.pdf (dostęp: 28.05.2019).
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988), *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Pociecha J., Zając K. (1990), *Wkład ośrodka krakowskiego w rozwój teorii i zastosowań metod taksonomicznych* [w:] J. Pociecha (red.), *Taksonomia – teoria i jej zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, s. 24-32.
- Roszkowska E., Filipowicz-Chomko M. (2016), *Ocena poziomu rozwoju instytucjonalnego województw Polski w latach 2010-2014 w kontekście realizacji koncepcji zrównoważonego rozwoju*, „Ekonomia i Środowisko”, nr 3(58), s. 250-266.
- Roszkowska E., Karwowska R. (2014), *Analiza porównawcza województw Polski ze względu na poziom zrównoważonego rozwoju w roku 2010*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 328, s. 30-40.
- Roszkowska E., Misiewicz E., Karwowska R. (2014), *Analiza poziomu zrównoważonego rozwoju województw Polski w 2010 roku*, „Ekonomia i Środowisko”, nr 2(49), s. 168-190.
- Sokołowski A., Zając K. (1987), *Rozwój demograficzny a rozwój gospodarczy*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Stahel W., Maechler M. (2012), *Package “robustX”*, <https://cran.r-project.org/web/packages/robustX> (dostęp: 3.07.2012).
- Steczkowski J. (1966), *Zasady i metody rejonizacji produkcji rolniczej*, Powszechnie Wydawnictwo Rolnicze i Leśne, Warszawa.
- Steczkowski J., Zeliaś A. (1997), *Metody statystyczne w badaniach zjawisk jakościowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Strahl D. (1978), *Propozycja konstrukcji miary syntetycznej*, „Przegląd Statystyczny”, nr 2, s. 205-215.
- Strahl D. (1990), *Metody programowania rozwoju społeczno-gospodarczego*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Walesiak M. (1990), *Syntetyczne badania porównawcze w świetle teorii pomiaru*, „Przegląd Statystyczny”, nr 37, t. 1-2, s. 37-46.
- Walesiak M. (2011), *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Wuertz D., Setz T., Chalabi Y. (2017), *Package “fExtremes”*, <https://cran.r-project.org/web/packages/fExtremes/index.html> (dostęp: 15.03.2018).

- Wydymus S. (1984), *Metody wielowymiarowej analizy rozwoju społeczno-gospodarczego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Wysocki F. (2010), *Metody taksonomiczne w rozpoznawaniu typów ekonomicznych rolnictwa i obszarów wiejskich*, Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Poznań.

Ocena głównych miast europejskich w kontekście koncepcji inteligentnego miasta na podstawie danych Eurostat¹

Adam Sojda², Maciej Wolny³

Wprowadzenie

Smart City zgodnie z licznymi definicjami [Albino, Berardi, Dangelico, 2015] stanowi koncepcję rozwoju obszarów miejskich, która jest bardzo złożona i wykazuje strukturę hierarchiczną. Obszary rozwoju miast w sensie pojęcia Smart City dotyczą kilku obszarów: gospodarki, ludzi, zarządzania, mobilności, środowiska, jakości życia [Giffinger i in., 2007] oraz dodatkowo możliwości propagacji w odniesieniu do projektów [Bosch, Jongeneel, Rovers i in., 2017]. Kluczowe aspekty definicyjne Smart City dotyczą:

- rozwoju technologii (w szczególności ICT) dla miasta,
- wzrostu szeroko rozumianego kapitału ludzkiego w miastach.

Hierarchiczność pojęcia Smart City polega na tym, że można je dekomponować na obszary, podobszary, czynniki i wskaźniki [Bosch, Jongeneel, Neumann i in., 2017]. Względem takiej struktury można dokonywać pomiarów i oceny rozwiązań Smart City.

Ocena obszarów miejskich umożliwia porównywanie miast i badanie ich rozwoju. Może mieć charakter referencyjny, wskazywać liderów i służyć do benchmarkingu. Rozwiązania stosowane przez najlepsze inteligentne miasta mogą zostać zaadaptowane przez inne miasta do ich realiów.

Ze względu na złożoność pojęcia Smart City brakuje jednoznacznych sposobów oceny tego zjawiska. Smart City odbierane jest na wiele sposobów, które

¹ Artykuł i badania zostały sfinansowane dzięki funduszom Wydziału Organizacji i Zarządzania Politechniki Śląskiej w ramach prowadzonych badań statutowych.

² Politechnika Śląska, Wydział Organizacji i Zarządzania, Katedra Informatyki i Ekonometrii, adam.sojda@polsl.pl.

³ Politechnika Śląska, Wydział Organizacji i Zarządzania, Katedra Informatyki i Ekonometrii, maciej.wolny@polsl.pl.

przekładają się na różnorakie podejścia. W tabeli I.15 przedstawiono wybrane systemy oceny pojawiające się w literaturze od roku 2007 po rok 2019. Systemy te charakteryzują się zindywidualizowanym podejściem do zagadnienia w sferze zmiennych opisujących pojęcie Smart City, a także do doboru poszczególnych miast.

Tabela I.15. Wybrane systemy oceny Smart City

Nazwa systemu oceny	Opis	Źródło
CIMI, IESE Cities in Motion Index	Projekt realizowany przez Business School Univerisity of Navarra. Rozpatruje się w nim 10 kluczowych obszarów oceny oraz 96 wskaźników. Koncepcja jest stale rozwijana, w roku 2019 było rozpatrywanych 13 wskaźników więcej niż w poprzednim. Wśród 174 ocenianych miast znajdują się dwa polskie miasta: Warszawa i Wrocław	IESE [2019]
European Smart Cities Ranking	Europejski ranking opracowany przez międzynarodowe konsorcjum pod przewodnictwem Uniwersytetu Technologicznego w Wiedniu. Uwzględnia m.in. Bydgoszcz, Gdańsk, Katowice, Kraków, Łódź, Lublin, Poznań, Szczecin, Wrocław. Obejmuje 6 kategorii oraz 64 wskaźniki	Giffinger i in. [2007]
The Smart Cities Wheel	Holistyczny system oceny uwzględniający kluczowe elementy tworzące Smart City. Narzędzie wspierania benchmarkingu miast. Opracowane przez B. Cohena we współpracy z wiodącymi miastami na całym świecie. Obejmuje 6 kategorii oraz 62 wskaźniki	Cohen [2012; 2014]
Bilbao Smart Cities Study	Idea zainicjowana na światowym szczycie w Bilbao, umożliwiającą przegląd sytuacji w miastach różnych regionów świata. Uwzględnia m.in. Katowice. Obejmuje 6 kategorii i 49 wskaźników	UCLG [2012]
Triple-helix Network Model for Smart Cities Performance	Model analizujący powiązania między komponentami inteligentnych miast, w tym relacje społeczne. Wykorzystuje zmodyfikowany model potrójnej helisy stosowany w analizie innowacji. Obejmuje 5 kategorii i 45 wskaźników	Lombardi i in. [2011]
Smart City Profiles	Zestaw 21 wskaźników Smart City, ze szczególnym uwzględnieniem zmian klimatu i efektywności energetycznej. Wskaźniki obejmują 5 kategorii	Smart City Profiles. Ergebnisse [2013]
CITYkeys	Projekt UE (w ramach programu H2020) mający na celu zapewnienie zwalidowanych, holistycznych ram umożliwiających pomiar i ocenę Smart City, również w kontekście wdrażania na poziomie miasta oraz projektu. Obejmuje 73 wskaźniki w 5 głównych kategoriach	Huovila i in. [2016]; Bosch, Jongeneel, Neumann i in. [2017]; Bosch, Jongeneel, Rovers i in. [2017]; [www 1]

Źródło: Giffinger i in. [2007]; Lombardi i in. [2011]; Cohen [2012; 2014]; UCLG [2012]; *Smart City Profiles. Ergebnisse* [2013]; Houvila i in. [2016]; Ahvenniemi i in. [2017]; Bosch, Jongeneel, Neumann i in. [2017]; Bosch, Jongeneel, Rovers i in. [2017]; IESE [2019]; [www 1].

Systemy oceny Smart City są pracochłonne, wymagają korzystania z różnych baz danych, a często też przeprowadzenia specjalnych badań. Zwykle również metodyka budowy oceny w publikowanych rankingach nie jest w sposób precyzyjny prezentowana. Nadaje to charakter subiektywny rankingom oraz utrudnia ich weryfikację w sposób naukowy. Stanowi to przesłankę do budowy systemu, który w sposób automatyczny i jawny umożliwi ocenę rozwoju miasta w kierunku Smart City.

Głównym celem niniejszej pracy jest przedstawienie systemu oceny Smart City na przykładzie budowy rankingu głównych miast państw europejskich oraz przy wykorzystaniu informacji zawartych w bazie danych Eurostat. W toku badań podjęto również próbę odpowiedzi na pytanie o wpływ sposobu normalizacji na ocenę Smart City. Praca nawiązuje do wcześniejszej publikacji Autorów [Sojda, Owczarek, Wolny, 2018], dotyczącej możliwości automatycznego wykorzystania danych Eurostatu w podejściu zorientowanym na dane. W istotny sposób czerpie również z pracy [Szczech-Pietkiewicz, 2015], a w szczególności z wykorzystanej metodyki budowy rankingu w oparciu o bazę Eurostat.

3.1. Przyjęta metodyka

Źródło danych do przeprowadzonych analiz stanowiła baza Eurostat, w części dotyczącej badania miast – Urban Audit (*City Statistics*). W trakcie badań wyselekcjonowano 53 wskaźniki, które opisują miasta w obszarach zdefiniowanych przez Smart City. Selekcja polegała na jakościowej, arbitralnej ocenie dyskryminacyjnej zbioru wszystkich wskaźników w bazie Urban Audit (*City Statistics*). Najpierw określono zbiór 226 wskaźników, które opisują rozwój miast w kontekście Smart City, w szczególności w rozbiciu na inteligentne obszary. Następnie w kolejnych krokach usuwano wskaźniki, które powielają informację o badanym zjawisku w zakresie obszaru oraz charakteryzowały się bardzo licznymi brakami danych.

Dla przykładu, do oceny obszaru gospodarki spośród dwóch podobnych wskaźników: liczba ludności aktywnej zawodowo oraz wskaźnika aktywności, wybrano wskaźnik aktywności. Przy wyborze wskaźników kierowano się również liczbą braków danych – dyskryminowano wskaźniki o większej liczbie braków. Największa liczba braków wśród wybranych finalnie wskaźników wynosi 12 (wskaźnik związany z długością dróg rowerowych).

Część wskaźników dotyczyła tego samego zjawiska w rozbiciu na mężczyzn i kobiety. Ponadto usunięto wskaźniki, które słabo różnicowały miasta – wskaźnik: „udział populacji podłączonej do systemu wody pitnej” dla zdecydowanej większości miast wynosi 100%.

Każdy ze wskaźników przypisano do jednego obszaru Smart City – współczynnik obciążenia demograficznego przypisano do obszaru gospodarka, chociaż może również służyć do opisu obszaru ludzie (kapitał ludzki). Część wskaźników obejmujących badanie mieszkańców (*Perception Survey Results*) ma charakter percepcyjny. W bazie przedstawiono rozkład odpowiedzi (w klasycznej skali Likerta) na pytania dotyczące postrzegania miast przez ich mieszkańców. Do analizy wskaźnika zdefiniowanego przez pytanie wykorzystano uśrednione wartości odpowiedzi z pięciostopniowej skali Likerta; przy tym odpowiedziom przyporządkowano kolejne liczby całkowite od –2 do 2.

Każdy ze wskaźników uznano za równoważny w opisie (ocenie) obszaru Smart City. Każdy z obszarów Smart City uznano również za równoważny, wobec braku wyraźnych przesłanek różnicujących obszary oceny.

We wszystkich analizach bieżące braki danych najpierw uzupełniano ostatnią zarejestrowaną wartością (ostatnia wartość z poprzednich lat). W sytuacji, gdy danych historycznych nie było, uzupełniano minimalną (dla stymulant oceny) lub maksymalną (dla destymulant) wartością. Uznano, że braki danych są konsekwencją braku raportowania i generalnie mają charakter negatywny w kontekście badania zjawiska Smart City, w którym dane odgrywają kluczową rolę.

W celu eliminacji efektu skali wartości wskaźników unormowano. Następnie wartości zagregowano metodą sumy ważonej (*Simple Additive Weighting*), w obrębie każdego obszaru osobno. W kolejnym kroku unormowano wartości względem każdego obszaru oraz ponownie wykorzystano metodę sumy ważonej do agregacji wartości w indeks oceniający Smart City.

Ponieważ przyjęto, że wskaźniki są równoważne, to ocena syntetyczna każdego obszaru jest średnią arytmetyczną z unormowanych wartości wskaźników opisujących dany obszar. Podobnie w przypadku obszarów przyjęcie założenia o równoważności powoduje, że zagregowana wartość opisująca Smart City (indeks Smart City) jest prostą średnią arytmetyczną z ocen obszarów opisujących zjawisko Smart City. Syntetyczne wartości opisujące Smart City są zależne od sposobu normalizacji, szczególnie w odniesieniu do zakresu zmienności.

Do normowania ocen wykorzystano unitaryzację zerowaną [Kukuła, 2000], standaryzację oraz rangowanie. Przy tym odpowiedni sposób normalizacji konsekwentnie stosowano dla wskaźników oraz obszarów.

W celu określenia wpływu sposobu normalizacji na ocenę Smart City na ostatnim etapie badań porównano otrzymane uporządkowania. Do porównania rankingów wykorzystano następujące miary: współczynnik korelacji liniowej Pearsona, współczynnik korelacji rang Spearmana oraz miarę podobieństwa rankingów zaproponowaną w pracy [Kukuła, 1989].

W analizie ujęto głównie stolice lub główne miasta państw Unii Europejskiej (Unia Europejska oraz kraje stowarzyszone). Pominęto miasta, dla których zdecydowanej większości występowały braki danych, np. Reykjavik.

3.2. Wyniki badań

W kolejnych tabelach przedstawiono listę wyselekcjonowanych wskaźników pogrupowanych względem obszarów oceny Smart City. Tabela I.16 prezentuje wskaźniki z obszaru gospodarka. Nazwa wskaźnika poprzedzona (P) oznacza wskaźnik, którego wartość została obliczona na podstawie rozkładu odpowiedzi mieszkańców na odpowiednie pytania z badania postrzegania miasta przez mieszkańców (w bazie Eurostat część *Perception Survey Results*). Dla obszaru gospodarka wyselekcjonowano 7 wskaźników, w tym trzy o charakterze percepcyjnym.

Tabela I.16. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące gospodarkę miasta

Nazwa wskaźnika	Wpływ na ocenę Smart City
Współczynnik obciążenia demograficznego (populacja w wieku 0-19 oraz 65 lat i więcej do populacji w wieku 20-64 lata)	Destymulanta
Wskaźnik aktywności	Stymulanta
Stopa bezrobocia	Destymulanta
Liczba przedsiębiorstw na 1000 mieszkańców	Stymulanta
(P) Stopień dostępności pracy	Stymulanta
(P) Ocena trudności z płaceniem rachunków pod koniec miesiąca	Destymulanta
(P) Stopień zadowolenia z sytuacji finansowej gospodarstwa domowego	Stymulanta

Źródło: Opracowanie własne na podstawie bazy Eurostat.

Informacje w bazie Eurostat umożliwiły wyodrębnienie 20 wskaźników opisujących jakość życia w mieście. Większość z nich (15 wskaźników) ma charakter percepcyjny, czyli stanowią konsekwencję opinii mieszkańców o życiu w mieście.

Tabela I.17. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące jakość życia w mieście

Nazwa wskaźnika	Wpływ na ocenę Smart City
(P) Stopień zadowolenia z zielonych przestrzeni	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z obiektów sportowych	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z obiektów kulturalnych	Stymulanta
(P) Ocena łatwości znalezienia dobrego mieszkania za rozsądną cenę	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z zamieszkania w danym mieście	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z opieki zdrowotnej	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z przestrzeni publicznej	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia ze stanu ulic i budynków	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z dostępności sklepów	Stymulanta
(P) Ocena poziomu hałasu w mieście	Stymulanta
(P) Ocena czystości w mieście	Stymulanta
(P) Stopień bezpieczeństwa w mieście	Stymulanta
(P) Stopień zaufania do ludzi z sąsiedztwa	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia ze swojej sytuacji zawodowej	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia ze sposobu życia	Stymulanta
Wskaźnik śmiertelności niemowląt (na 1000 urodzeń żywych)	Destymulanta
Liczba zgonów rocznie poniżej 65 lat z powodu chorób układu krążenia lub układu oddechowego na 1000 mieszkańców	Destymulanta
Liczba morderstw i gwałtownych zgonów na 1000 mieszkańców	Destymulanta
Liczba dzieci 0-4 w opiece dziennej na 1000	Stymulanta
Ludzie zabici w wypadkach drogowych na 10000 mieszkańców	Destymulanta

Źródło: Opracowanie własne na podstawie bazy Eurostat.

Wskaźniki opisujące obszar ludzi odnoszą się do kapitału społecznego skumulowanego, zdaniem Autorów, we wzajemnym zaufaniu mieszkańców, stopniu integracji cudzoziemców, zadowoleniu ze szkół w mieście, udziału studentów w populacji miasta oraz odsetka mieszkańców dobrze wykształconych. Przy tym uwzględniono również wybrane charakterystyki struktury wieku mieszkańców (pierwsze dwa wskaźniki).

Tabela I.18. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący ludzi

Nazwa wskaźnika	Wpływ na ocenę Smart City
Współczynnik obciążenia młodzieży (populacja w wieku 0-19 lat do populacji 20-64 lata)	Stymulanta
Mediana wieku mieszkańców	Destymulanta
Zatrudnienie (miejsca pracy) w działalności zawodowej, naukowej itd. na 1000 mieszkańców	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia ze szkół w mieście	Stymulanta
(P) Stopień integracji cudzoziemców mieszkających w danym mieście	Stymulanta
(P) Stopień zaufania do ludzi mieszkających w mieście	Stymulanta
Udział studentów w szkolnictwie wyższym w ogólnej liczbie ludności (na 1000 osób)	Stymulanta
Odsetek populacji w wieku 25-64 lata zakwalifikowany na poziomie 5 do 8 ISCED	Stymulanta

Źródło: Opracowanie własne na podstawie bazy Eurostat.

W zakresie mobilności do badania i oceny miast wybrano 7 wskaźników, w tym cztery o charakterze percepcyjnym. Rozwiązanie problemów transportu w miastach staje się jednym z kluczowych wyzwań. Rozwiązania mają wpływ przede wszystkim na czas i komfort przemieszczania się, ale są również związane z jakością życia w mieście, środowiskiem oraz gospodarką.

Tabela I.19. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący mobilności

Nazwa wskaźnika	Wpływ na ocenę Smart City
(P) Stopień zadowolenia z transportu publicznego w mieście	Stymulanta
(P) Odsetek osób wykorzystujących głównie transport publiczny w drodze do pracy, szkoły itd.	Stymulanta
(P) Odsetek osób dojeżdżających do pracy lub szkoły głównie pociągiem	Stymulanta
(P) Odsetek osób dojeżdżających do pracy lub szkoły głównie rowerem	Stymulanta
Liczba zarejestrowanych samochodów na 1000 ludności	Stymulanta
Gęstość sieci rowerowej (dedykowane ścieżki rowerowe i pasy ruchu) – km/km ²	Stymulanta
Koszt połączonego biletu miesięcznego (wszystkie środki transportu publicznego) na 5-10 km w strefie centralnej – EUR	Destymulanta

Źródło: Opracowanie własne na podstawie bazy Eurostat.

Do oceny obszaru środowiska wybrano 9 wskaźników, w tym dwa o charakterze percepcyjnym.

Tabela I.20. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący środowiska

Nazwa wskaźnika	Wpływ na ocenę Smart City
Liczba dni, w których stężenie ozonu O ₃ przekracza 120 µg/m ³	Destymulanta
Liczba godzin stężenia NO ₂ , w których stężenie dwutlenku azotu przekracza 200 µg/m ³	Destymulanta
Liczba dni, w których stężenie PM10 przekracza 50 µg/m ³	Destymulanta
Skumulowane stężenie ozonu powyżej 70 µg/m ³	Destymulanta
Średnie roczne stężenie NO ₂ (µg/m ³)	Destymulanta
Średnie roczne stężenie PM10 (µg/m ³)	Destymulanta
Wytwarzane odpady komunalne (krajowe i handlowe), łącznie – 1000 t na 1000 mieszkańców	Destymulanta
(P) Stopień zaangażowania miasta w walkę ze zmianami klimatu	Stymulanta
(P) Stopień zadowolenia z jakości powietrza w mieście	Stymulanta

Źródło: Opracowanie własne na podstawie bazy Eurostat.

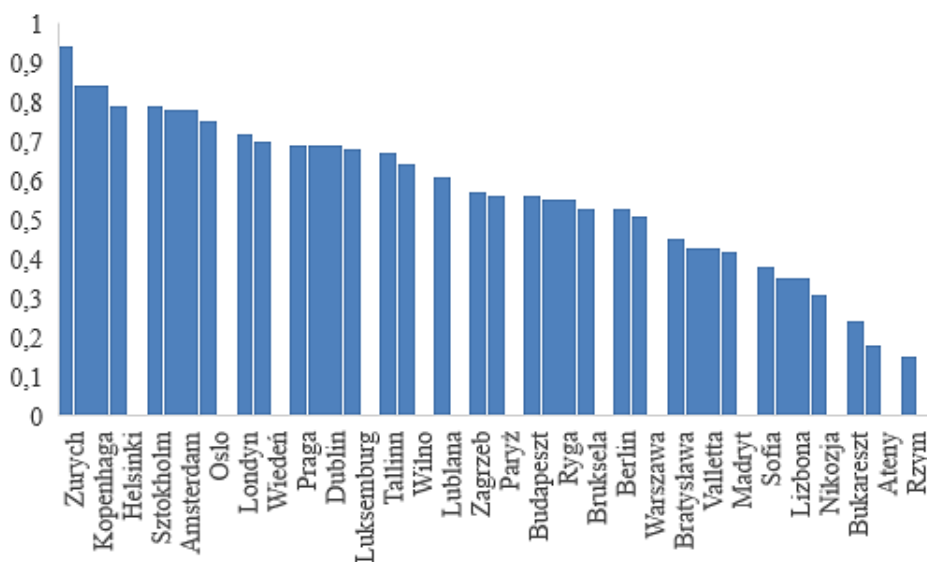
W zakresie zarządzania miastem baza Eurostat umożliwiła wyodrębnienie jedynie dwóch wskaźników (stymulant) z badania percepcji mieszkańców:

(P) Stopień zadowolenia ze skuteczności pomocy służb administracyjnych w załatwianiu spraw.

(P) Stopień zaufania do administracji publicznej miasta.

Wyselekcjonowane wskaźniki zgodnie z przyjętą metodyką posłużyły do budowy syntetycznej oceny Smart City europejskich stolic, którą nazwano Smart Indeksem.

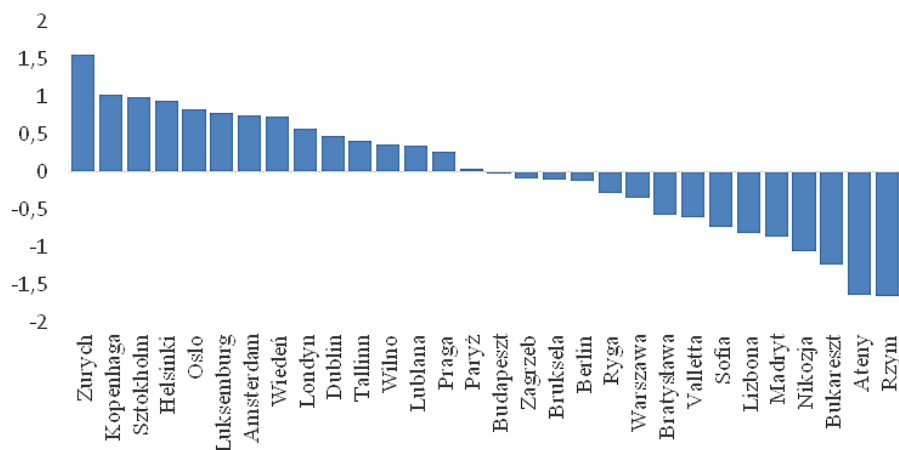
Ranking (uporządkowania) stolic przy różnych sposobach normalizacji przedstawiono na kolejnych rysunkach.



Rysunek I.2. Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez unitaryzację zerowaną

Źródło: Opracowanie własne.

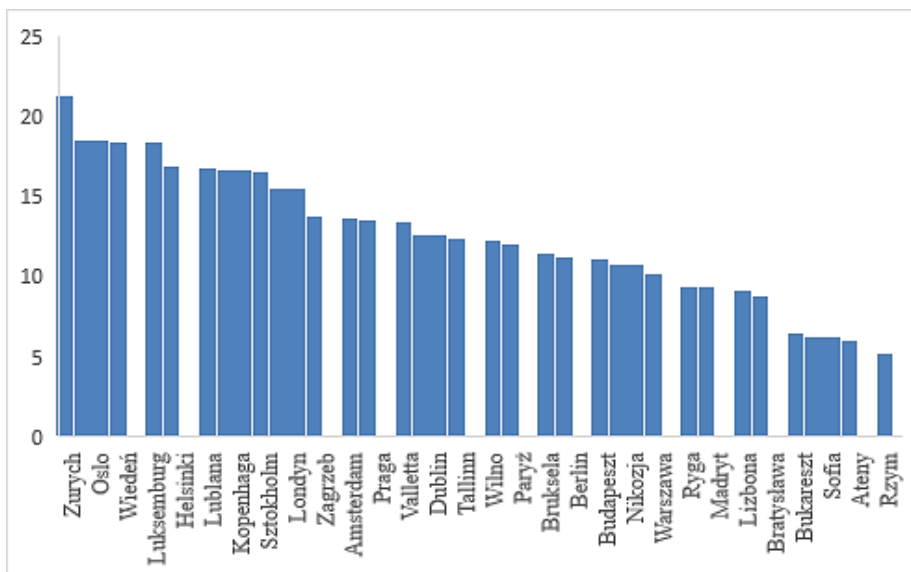
Na rysunku I.2 przedstawiono kolejno miasta od lewej strony według niemalejących wartości syntetycznej oceny Smart City przy normalizacji ocen poprzez unitaryzację zerowaną. Warto zatem przy okazji zauważyć, że Zurich jest najlepszą stolicą pod względem przyjętego systemu oceny Smart City. Wartość oceny wynosi 0,94. Ocena Warszawy względem uwzględnionych stolic wynosi 0,52. Oznacza to, że chociaż większość stolic jest lepiej oceniona (rysunek I.2), to wartość oceny jest przeciętna. Warszawa najgorzej została oceniona w zakresie zarządzania (0,20).



Rysunek I.3. Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez standaryzację

Źródło: Opracowanie własne.

Wyniki oceny Smart City w przypadku zastosowania normalizacji poprzez standaryzację również wskazują, że najlepszym pod względem Smart City miastem jest Zurich. Również przy standaryzacji najgorzej ocenianymi miastami są Ateny i Rzym. Jedynie zamieniły się miejscami w rankingu. Ocena Warszawy (-0,33) jest konsekwencją oceny poniżej zera względem wszystkich obszarów.



Rysunek I.4. Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez rangowanie

Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek I.4 przedstawia wartości Smart Indeksu przy wykorzystaniu normowania poprzez rangowanie, a dokładnie odwrotne rangowanie. Ocena wzorkowa rozkładu wartości Smart Indeksu w grupie badanych stolic wskazuje na dużą zgodność uporządkowań. W celu potwierdzenia tej hipotezy obliczono wartości miar podobieństwa.

Tabela I.21. Wartości wybranych miar podobieństwa rankingów

Wartości	Unitaryzacja – Standaryzacja	Unitaryzacja – Rangowanie	Standaryzacja – Rangowanie
Miara podobieństwa rankingów p	0,93	0,78	0,80
Współczynnik korelacji rang Spearmana	0,98*	0,88*	0,90*
Współczynnik korelacji Pearsona	0,99*	0,88*	0,91*

* Korelacje istotne na poziomie $p < 0,001$.

Źródło: Opracowanie własne.

Reasumując wyniki przeprowadzonych badań, można stwierdzić, że liderem Smart City jest Zurych w sensie przyjętego systemu oceny. Ranking Smart City zamykają Rzym i Ateny.

Podsumowanie

Interpretując wartość oceny Smart Indeksu przy wykorzystaniu unitaryzacji zerowanej, można powiedzieć, że Zurych jest bardzo wysoko oceniony względem wszystkich obszarów Smart City. W sytuacji, gdy wartość ta byłaby równa 1, to takie miasto byłoby najlepsze we wszystkich obszarach oceny. Zurych natomiast został najwyżej oceniony w obszarach: jakość życia, mobilność oraz zarządzanie.

Interpretacja otrzymanych wartości Smart Indeksu przy normalizacji poprzez standaryzację jest odmienna niż w przypadku stosowania unitaryzacji zerowanej. Średnia wartość Smart Indeksu w tym ujęciu cechuje Budapeszt. Wartość oceny dla Zurychu wskazuje, że różnica między średnią oceną poszczególnych obszarów Smart City tego miasta a średnią wszystkich miast stanowi ok. 150% standardowej zmienności Smart Indeksu (wartości odchylenia standardowego).

Wartość Smart Indeksu przy wykorzystaniu rangowania przy normalizacji zdefiniowano jako różnicę między liczbą wszystkich (30) rozpatrywanych miast a średnią rangą z obszarów. Interpretacja wartości Smart City w tym przypadku jest zatem również odmienna. Najwyższa możliwa wartość indeksu (dla miasta idealnego, najlepszego pod względem wszystkich nie tylko obszarów, ale i wskaźników) wynosi 29. Najniższa możliwa wartość to 0. Biorąc to pod uwagę, można powiedzieć, że Zurych jest oceniany bardzo wysoko względem wszystkich wskaźników (średnio rzecz ujmując).

Podsumowując badania zaprezentowane w pracy, należy podkreślić, że dane zawarte w Eurostatie w części dotyczącej badania postrzegania miasta przez mieszkańców mają szczególnie ważne i przydatne walory w odniesieniu do oceny miast i ich rozwoju. Autorzy stoją jednocześnie na stanowisku, że rozwój miast w kierunku Smart City i wykorzystaniu nowoczesnych technologii jest naturalnym zjawiskiem. Przedstawione obszary definiujące Smart City wraz z wyselekcjonowanymi z bazy Eurostat wskaźnikami umożliwiają ocenę rozwoju miasta.

Niemniej należy zwrócić uwagę na dwa istotne fakty. Po pierwsze, obszar dotyczący zarządzania jest reprezentowany jedynie przez dwa wskaźniki (o charakterze percepcyjnym). Powstaje zatem pytanie, czy te dwa wskaźniki w sposób wystarczający opisują zarządzanie miastem? Po drugie, wśród wszystkich rozpatrywanych wskaźników nie ma żadnego, który odnosiłby się w sposób jawny, bezpośredni do nowoczesnych technologii oraz IT w służbie miastu.

Biorąc zatem pod uwagę przedstawione fakty, przyjmuje się, że dalsze badania będą prowadzone w kierunku uzupełnienia systemu o kolejne wskaźniki, które umożliwią podniesienie walorów poznawczych przeprowadzonych analiz oraz wykazanie wpływu uwzględnienia różnych zbiorów wskaźników na końcowe uporządkowania.

Porównując otrzymane uporządkowania systemami oceny miast przedstawionymi w tabeli I.15, można zauważyć występujące podobieństwa, ale również różnice w uporządkowaniach. W najnowszym rankingu CIMI 2019 Zurych jest na 15. miejscu względem wszystkich badanych miast. Spośród rozważanych w pracy miast przed nim znajdują się: Londyn, Amsterdam, Paryż, Kopenhaga, Berlin, Wiedeń, Sztokholm oraz Oslo. Zatem względem tego systemu Zurych byłby dopiero na 7. miejscu. Przy tym należy podkreślić, że wszystkie wymienione miasta należą do grup miast ocenionych przez CIMI wysoko oraz względnie wysoko, podobnie jak w przedstawionych w pracy uporządkowaniach. Zatem za pomocą przedstawionego podejścia można wskazać najbardziej rozwinięte miasta Europy na podstawie aktualnych danych Eurostat, w sposób zgodny z systemami zdecydowanie bardziej założeńymi i pracochłonnymi.

Literatura

- Ahvenniemi H., Huovila A., Pinto-Seppä I., Airaksinen M. (2017), *What Are the Differences between Sustainable and Smart Cities?*, "Cities", Vol. 60, s. 234-245.
- Albino V., Berardi U., Dangelico R.M. (2015), *Smart Cities: Definitions, Dimensions, Performance, and Initiatives*, "Journal of Urban Technology", Vol. 22(1), s. 3-21.

- Bosch P., Jongeneel S., Neumann H.-M., Branislav I., Huovila A., Airaksinen M., Pinto-Seppä I. (2017), *Recommendations for a Smart City Index*, CITYkeys – Smart City Performance Measurement Framework, <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.20190.74562> (dostęp: 15.03.2019).
- Bosch P., Jongeneel S., Rovers V., Neumann H.-M., Airaksinen M., Huovila A. (2017), *CITYkeys Indicators for Smart City Projects and Smart Cities*, CITYkeys – Smart City Performance Measurement Framework, <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.17148.23686> (dostęp: 15.03.2019).
- Cohen B. (2012), *What Exactly Is a Smart City?*, Fast Company, September 9th, <https://www.fastcompany.com/1680538/what-exactly-is-a-smart-city> (dostęp: 15.03.2019).
- Cohen B. (2014), *The Smartest Cities in the World 2015: Methodology*, Fast Company, November 11th, <https://www.fastcompany.com/3038818/the-smartest-cities-in-the-world-2015-methodology> (dostęp: 15.03.2019).
- Giffinger R., Fertner C., Kramar H., Kalasek R., Pichler-Milanovic N., Meijers E. (2007), *Smart Cities. Ranking of European Medium-sized Cities*, Centre for Regional Science, Vienna University of Technology, http://www.smart-cities.eu/download/smart_cities_final_report.pdf (dostęp: 15.03.2019).
- Huovila A., Penttinen T., Airaksinen M., Pinto-Seppä I., Piira K., Penttinen T. (2016), *Smart City Performance Measurement System [w:] Proceedings of the 41th IAHS World Congress Sustainability Innovation for the Future*, Algarve, Portugal, s. 13-16.
- IESE (2019), *Cities in Motion Index*, IESE Business School, University of Navarra, <https://media.iese.edu/research/pdfs/ST-0509-E.pdf> (dostęp: 10.11.2019).
- Kukuła K. (1989), *Statystyczna analiza strukturalna i jej zastosowanie w sferze usług produkcyjnych dla rolnictwa*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Kukuła K. (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Lombardi P., Giordano S., Caragliu A., Del Bo C., Deakin M., Nijkamp P., Kourtit K. (2011), *An Advanced Triple-helix Network Model for Smart Cities Performance*, Research Memorandum 2011-45, Vrije Universiteit Amsterdam, <http://degree.ubvu.vu.nl/repec/vua/wpaper/pdf/20110045.pdf> (dostęp: 15.03.2019).
- Smart City Profiles. Ergebnisse* (2013), Juni 7th, <http://www.smartcities.at/assets/03-Begleitmassnahmen/SmartCity-PDF-INTRO.pdf> (dostęp: 15.03.2019).
- Sojda A., Owczarek T., Wolny M. (2018), *Smart City w ujęciu zorientowanym na dane – Polska w bazie Eurostat*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie”, z. 130, s. 541-550.
- Szczech-Pietkiewicz E. (2015), *Smart city – próba definicji i pomiaru*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, nr 391, s. 71-82.

UCLG (2012), *Smart Cities Study: International Study on the Situation of ICT, Innovation and Knowledge in Cities*, Bilbao, http://www.uclgdigitalcities.org/app/uploads/2015/06/en_smartcitiesstudy.pdf (dostęp: 15.03.2019).

[www 1] <http://www.citykeys-project.eu/> (dostęp: 15.03.2019).

Paretooptimalizacja równowag wybranych gier w metastrategiach kwantowych

Marek Szopa¹

Wprowadzenie

Teoria gier pomaga rozwiązywać problemy dotyczące strategicznych aspektów podejmowania decyzji, np. w ekonomii [Gibbons, 1992], naukach politycznych [Ordeshook, 1986] czy biologii [Colman, 1995; Nowak, Sigmunt, 1999]. W teorii tej szczególnie ważną rolę przypisuje się równowadze Nasha [zob. Nash, 1951]. Uczestniczące w grze strony dysponują swoimi zestawami możliwych działań, zwanych strategiami, oraz mają preferencje dotyczące tych działań wynikające z tabeli wypłat gry. Teoria gier zajmuje się modelowaniem tych działań i poszukiwaniem optymalnych strategii. Przez równowagę Nasha rozumiemy taki zestaw strategii, dla którego żaden z graczy nie może zyskać poprzez jednostronną zmianę swojej strategii, podczas gdy pozostali pozostaną przy swoich strategiach [Nash, 1950]. Równowaga Nasha jest więc takim zestawem strategii graczy, dla którego wszyscy osiągają swoją optymalną (dla danego zestawu działań pozostałych graczy) efektywność indywidualną.

Z punktu widzenia efektywności zespołowej ważną funkcję przyjmuje pojęcie strategii optymalnych Pareto. Zestaw strategii graczy jest **optymalny w sensie Pareto** (paretooptimalny), jeżeli nie ma innego zestawu, który byłby dla jednego gracza korzystniejszy, a dla drugiego nie gorszy od danego. Z ekonomicznego punktu widzenia pożądanymi wynikami gier są więc tylko rozwiązania paretooptimalne. Niestety nie zawsze to, co jest korzystne indywidualnie, będzie również paretooptimalne. Często jest odwrotnie – dążenie do zaspokojenia własnych interesów nie prowadzi do rozwiązania najlepszego dla wszystkich uczestników. Tego typu dylemat występuje w wielu sytuacjach praktycznych dotyczących np. organizacji ruchu ulicznego [Braess, 1969; 2005], nadmiernej eksploatacji zas-

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Informatyki i Komunikacji, Katedra Badań Operacyjnych, marek.szopa@uekat.pl.

bów naturalnych ryb [Murawski, 1990] czy regulacji zamówień publicznych [European Commission, 2011].

Celem niniejszej pracy jest poszukiwanie mechanizmów umożliwiających takie regulowanie wyborów graczy, aby ci dążąc do optymalizacji swoich interesów, nie tworzyli sytuacji niekorzystnych dla całej zbiorowości. W języku teorii gier dąży się do takiego przeformułowania gier, by uczestnicy postępując w sposób korzystny indywidualnie, czyli osiągając stan równowagi Nasha gry, jednocześnie uzyskiwali wyniki bliskie rozwiązaniom paretooptimalnym. Rozważania przeprowadzono dla czterech modelowych gier, w których problem nieparetooptimalności równowag Nasha występuje: dylematu więźnia, gry walka płci oraz dwu wersji gry w cykora.

W części drugiej zdefiniowano trzy wymienione gry klasyczne, podano ich równowagi Nasha oraz rozważono ich paretooptimalność. W części trzeciej przedstawiono koncepcję równowag skorelowanych R.J. Aumanna [1973], która dzięki zastosowaniu dodatkowych (poza samą grą) mechanizmów korelacji zachowań graczy pozwala na paretooptimalizację wyników tych gier. Część czwarta jest poświęcona zdefiniowaniu pojęcia gry kwantowej w postaci J. Eiserta, M. Wilkensa i M. Lewensteina [1999] z rozszerzoną do $SU(2)$ przestrzenią parametrów. Część piąta pracy zawiera propozycje nowych równowag Nasha w metastrategiach mieszanych dla kwantowego rozszerzenia badanych gier klasycznych oraz ich porównanie do równowag skorelowanych. W ostatniej części przedyskutowano stosowalność obu mechanizmów korelacyjnych oraz perspektywy fizycznej realizacji gier kwantowych.

4.1. Efektywność gier klasycznych

Najbardziej kontrastowym przykładem braku paretooptimalności równowagi Nasha jest gra dylemat więźnia [Flood, Dresher, 1952]. Swoją popularność zawdzięcza ona uniwersalności schematu gry, który opisuje dylemat decyzyjny powszechnie występujący w wielu sytuacjach życia społecznego (włączając w to wymienione we wstępie organizacje ruchu ulicznego, eksploatacji zasobów naturalnych czy regulację zamówień publicznych). Typowy scenariusz zakłada, że dwaj gracze, Alicja i Bartek, niezależnie od siebie, wybierają jedną z dwu strategii – „współpraca” (W) lub „odmowa” (O). Wybory obu graczy są podstawą do wypłacenia im wygranych; przykładowe wypłaty są opisane w tabeli I.22.

Tabela I.22. Macierz wypłat gry dylemat więźnia

		Bartek	
		W	O
Alicja	W	(3,3)	(0,5)
	O	(5,0)	(1,1)

Źródło: Opracowanie własne.

Wybór „W” oznacza współpracę a wybór „O” oznacza jej odmowę. Pierwsza liczba każdej pary to wypłata Alicji, druga to wypłata Bartka. Wypłata 3 jest nagrodą za współpracę, 5 pokusą do zdrady, 0 jest wypłatą frajera, a 1 karą za (obustronną) odmowę współpracy [Straffin, 2001].

Na podstawie macierzy wypłat łatwo zauważyć, że niezależnie od wyboru przeciwnika dominującą strategią każdego gracza jest „odmowa”, a para strategii (O,O) jest równowagą Nasha gry. Paradoksalnie równowaga ta odpowiada wygranej (1,1), która jest daleka od rozwiązania paretooptimalnego (3,3), obustronnej współpracy (W,W).

W przypadku gry dylemat więźnia obustronna odmowa współpracy jest jedyną równowagą Nasha. W grze walka płci mamy aż trzy równowagi Nasha – dwie w strategiach prostych i jedną w strategii mieszanej. Alicja i Bartek planują spędzenie wspólnego wieczoru, za co mogą uzyskać wypłatę 2. Jednak Alicja wolałaby pójść do teatru „T”, a Bartek wolałby kino „K”. Pójście w preferowane miejsce daje graczom dodatkową premię 1. Tabela wypłat wygląda więc następująco.

Tabela I.23. Macierz wypłat gry walka płci

		Bartek	
		T	K
Alicja	T	(3,2)	(1,1)
	K	(0,0)	(2,3)

Źródło: Opracowanie własne.

Walka płci jest grą, która ma w strategiach prostych dwie równowagi Nasha: (T,T) i (K,K). Obie te równowagi są paretooptimalne, kłopot w tym, że są one niesymetryczne: wybór teatru daje wyższy wynik dla Alicji, a wybór kina dla Bartka – stąd też bierze się nazwa gry walka płci. Gra ta ma jednak również równowagę wyrażoną w strategiach mieszanych, czyli takich, dla których gracze

dokonują swoich wyborów w oparciu o określone dla strategii prawdopodobieństwa. Równowaga ta, wyrażona przez strategię Alicji $S_A = (a_T, a_K) = (\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ i Bartka $S_B = (b_T, b_K) = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$, daje obu graczom równe wypłaty $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Kłopot jednak w tym, że wypłata ta nie jest paretooptymalna, gdyż lepszy średni wynik uzyskaliby, stosując np. naprzemiennie rozwiązania (T,T) i (K,K) . (Wyniki, które nie są paretooptymalne, to takie, od których istnieją nie gorsze dla jednego, a lepsze dla drugiego z graczy rozwiązania w strategiach prostych lub mieszanych obu graczy).

Ostatnią z gier klasycznych, którą rozważymy, jest gra w cykora (*chicken game*). Gra ta opisuje np. zachowanie dwu kierowców zbliżających się, jeden od południa, a drugi od zachodu, w tym samym czasie do skrzyżowania. Obaj mają dwie możliwości: przejechania skrzyżowania lub zatrzymania się przed nim. Jeśli obaj wybiorą opcję „przejechać”, to się zderzą, na czym obaj tracą po 100 punktów (tabela I.24). Jeśli tylko jeden z nich przejedzie, a drugi zatrzyma się, to ten, który przejedzie, wygrywa $(1,0)$. Jeśli obaj zatrzymają się, wynik jest neutralny $(0,0)$.

Tabela I.24. Macierz wypłat gry w cykora

		Kierowca 2	
		P	Z
Kierowca 1	P	$(-100, -100)$	$(1, 0)$
	Z	$(0, 1)$	$(0, 0)$

Źródło: Opracowanie własne.

Gra w cykora ma dwie równowagi Nasha w strategiach prostych (P,Z) i (Z,P) , które są paretooptymalne. Jednak żadna z tych równowag, podobnie jak w walce płci, nie zadowala obu graczy. Gra ma również trzecią równowagę w strategiach mieszanych: każdy samochód przejeżdża skrzyżowanie z prawdopodobieństwem 1:101. Ta równowaga jest sprawiedliwa – obaj gracze otrzymują równe wypłaty, kłopot jednak jest taki, że obie wypłaty są równe 0, a więc nieparetooptymalne. Co gorsza, ta strategia mieszana nie wyklucza możliwości zderzenia, które choć małe, jest niezerowe.

4.2. Równowagi skorelowane

Bardzo ciekawą koncepcję optymalizacji równowag gier klasycznych wysunął R.J. Aumann [1973]. Przez **równowagę skorelowaną** rozumie się sytuację, w której gracze podejmują swoje optymalne decyzje, kierując się pewnym zewnętrznym sygnałem przekazanym im przez stronę trzecią. Jako przykład niech posłużą ponownie gra w cykora z nieco zmienionymi wypłatami.

Tabela I.25. Tabela wypłat gry w cykora II

		Gracz 2	
		P	Z
Gracz 1	P	(0,0)	(7,2)
	Z	(2,7)	(6,6)

Źródło: Opracowanie własne.

Podobnie jak w poprzedniej grze wygrywa ten z graczy, który wybierze opcję P , podczas gdy drugi zagra Z . Najgorszym rozwiązaniem jest wybór przez obu graczy opcji (P,P) . Tak jak poprzednio, gra ta ma trzy równowagi Nasha: dwie w strategiach czystych (P,Z) i (Z,P) , a jedną w strategii mieszanej, w której gracz wybiera z prawdopodobieństwami $1:3$ i $2:3$, odpowiednio P oraz Z . Wypłaty dla tych równowag Nasha wynoszą odpowiednio: $(7,2)$, $(2,7)$ oraz $(4\frac{2}{3}, 4\frac{2}{3})$. Podobnie jak poprzednio, wypłaty paretooptymalne nie są sprawiedliwe (w tym sensie, że jeden z graczy wygrywa, a drugi przygrywa), zaś wypłata sprawiedliwa nie jest paretooptymalna (bo dla obojga graczy wynik $(6,6)$ jest lepszy). R.J. Aumann [1973] zaproponował następujący mechanizm korelacyjny. Rozważmy trzecią stronę (lub jakieś naturalne wydarzenie), która z prawdopodobieństwem $1:3$ losuje jedną z trzech kart oznaczonych: (Z,Z) , (P,Z) i (Z,P) . Po wylosowaniu karty strona trzecia informuje graczy o strategii przypisanej im na karcie (ale nie o strategii przypisanej przeciwnikowi). Przypuśćmy, że jednemu z graczy przypisano P , ten wiedząc, że drugi gracz zobaczył Z (bo jest tylko jedna karta zaczynająca się od P), powinien zagrać P , ponieważ otrzyma najwyższą możliwą wypłatę 7. Załóżmy, że pierwszemu graczowi przypisano Z . Wtedy wie on, że drugi gracz otrzymał polecenia P lub Z z prawdopodobieństwami $1:2$. Oczekiwana wypłata za zagranie P wynosi więc $7 * (1 / 2) + 0 * (1 / 2) = 3,5$, a oczekiwana wypłata za zagranie Z wynosi $2 * (1 / 2) + 6 * (1 / 2) = 4$, więc gracz pierwszy powinien wybrać Z . Ponieważ żaden z graczy nie ma motywacji do zagrania innego niż sugerowane przez trzecią stronę, wynik losowania jest skore-

lowaną równowagą. Oczekiwana wypłata za tę równowagę wynosi $7 * (1 / 3) + 2 * (1 / 3) + 6 * (1 / 3) = 5$, wynik jest taki sam dla obu graczy (5,5) i wyższy niż oczekiwana wypłata z równowagi Nasha w strategii mieszanej.

Dla pierwszego przykładu gry w cykora mechanizmem korelacyjnym może być sygnalizacja świetlna zainstalowana na skrzyżowaniu. Każdy z kierowców natrafi na światło zielone z prawdopodobieństwem 1:2 i ma pewność, że o ile oboje stosują się do zasad ruchu drogowego (które to zachowanie jest skorelowaną równowagą i daje większą wartość oczekiwaną wygranej), nie dojdzie do wypadku. W tym przypadku każdy z kierowców uzyska wypłatę 1/2, która jest sprawiedliwa, wyższa od równowagi Nasha i paretooptymalna. Taka korelacja da w grze w cykora II obu graczom wypłatę $4\frac{1}{2}$, więc niższą niż w przykładzie korelacji Aumanna.

Podobnie proste rozwiązanie można znaleźć dla gry walka płci. Wystarczy, żeby gracze umówili się, że zawsze wychodzą razem, a miejsce, które wybiorą, zależy od rzutu monetą. Dla takiego rozwiązania oczekiwana wypłata jest taka sama dla obojga i równa 5:2. Wypłata ta jest wyższa od równowagi Nasha w strategiach mieszanych i jest paretooptymalna. Podobne rozwiązanie dla dylematu więźnia mogłoby wyglądać tak, że kiedy wypadnie orzeł, to Alicja współpracuje, a Bartek odmawia lub odwrotnie, kiedy wypadnie reszka. Takie rozwiązanie da obojgu równe wypłaty $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$, które jednak nie są paretooptymalne, gdyż oboje zyskaliby, gdyby się zdecydowali na obopólną współpracę.

Jedną z zalet równowag skorelowanych jest to, że są one obliczeniowo łatwiejsze od równowag Nasha. Obliczenie równowagi skorelowanej wymaga jedynie rozwiązania zagadnienia liniowego, podczas gdy rozwiązanie równowagi Nasha wymaga rozwiązania równań uniezależniających wypłaty każdego z graczy od innych. Wadą równowag skorelowanych jest konieczność wykorzystania zewnętrznego sygnału, który musi być wygenerowany przez niezależne urządzenie, które można zmanipulować. Nietrudno wyobrazić sobie, że jeśli jeden z kierowców jest np. ważnym politykiem, to kiedy przejeżdża przez skrzyżowanie, na którym stoi policjant (pełniący funkcję urządzenia korelującego), to on ma pierwszeństwo, a drugi kierowca musi czekać. Podobnie urządzenie do losowania może nie być rzetelne. Dla walki płci, dla przykładu, gdyby moneta miała po obu stronach orła, to para zawsze pójdzie do teatru, i tym samym wygra Alicja, a w dylemacie więźnia Alicja zawsze doostanie wypłatę frajera. Warto zatem poszukiwać mechanizmów korelacyjnych, które byłyby bezpieczne i niepodatne na manipulacje. Podobnie jak w dziedzinie szyfrowania informacji [Noor-ul-Ain i in., 2016] takim rozwiązaniem może być przeniesienie gier do domeny kwantowej.

4.3. Gry kwantowe

W ostatnich latach jesteśmy świadkami gwałtownego rozwoju badań dotyczących kwantowego przetwarzania informacji [Knill i in., 2002; Stajic, 2013] oraz udanych eksperymentów związanych z inżynierią splątanych kubitów [Qi i in., 2013; Yuan i in., 2016]. W laboratoriach Google AI Quantum [Arute, Arya, Babbush, 2019] udało się skonstruować procesor kwantowy oparty na 53 kubitach, który w 200 sekund rozwiązał problem, jaki klasyczny komputer rozwiązywałby w 10 tys. lat. Jednym z możliwych zastosowań inżynierii kwantowej jest implementacja na tego typu komputerach znanych od początku XXI w. algorytmów rozszerzenia gier klasycznych do domeny kwantowej. W przełomowej pracy nad teorią gier kwantowych D.A. Meyer [1999] zaproponował prostą grę w rzut monetą i pokazał, że gracz wykorzystujący superpozycję kwantową zawsze wygra przeciwko graczowi klasycznemu. Ogólny protokół dla gier kwantowych (EWL) zaproponowali J. Eisert, M. Wilkens i M. Lewenstein [1999] oraz zastosowali go do skwantowania gry dylemat więźnia. Model ten był wielokrotnie dyskutowany [Khan, Solmeyer, Balu, 2018] i został rozszerzony do gier wieloosobowych [Benjamin, Hayden, 2001b]. Kolejnym ważnym krokiem w kierunku kwantowania gier klasycznych był model zaproponowany przez L. Marinatto i T. Webera [2000], którzy skupili się na kwantowej wersji walki płci. Praca Marinatto i Webera przyniosła interesujące nowe podejście do gier kwantowych, choć w niniejszej pracy ograniczono się do modelu EWL.

W tym ujęciu strategię graczy są operatorami w pewnej przestrzeni wektorowej znanej jako **sfera Blocha** [Bloch, 1946], którą można utożsamić z jednowymiarową zespoloną przestrzenią rzutową $\mathbb{CP}^1$ [Bloch Sphere]. Przestrzeń ta to zbiór **kubitów** – unormowanych wektorów o współczynnikach zespolonych rozpiętych na dwuelementowej bazie $\{|W\rangle, |O\rangle\}$, które z dokładnością do fazy można przedstawić w postaci:

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|W\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|O\rangle, \quad (1)$$

gdzie $\theta \in [0, \pi]$ oraz $\phi \in [-\pi, \pi]$. (Dla ustalenia uwagi przyjęliśmy nazwy strategii W i O z gry dylemat więźnia).

Kubity $|W\rangle$ oraz $|O\rangle$ to kwantowe stany czyste reprezentujące klasyczne strategie proste W oraz O . Pozostałe kubity na sferze Blocha są stanami mieszanymi. Zgodnie z zasadami mechaniki kwantowej kubit w stanie mieszanym (1) jest superpozycją dwu stanów kwantowych. Oznacza to, że dopóki nie dokonamy pomiaru, nie możemy stwierdzić, w którym z dwu stanów kubit tak napraw-

dę się znajduje. Jedyne, co możemy powiedzieć, to to, że pomiar da wynik $|W\rangle$ z prawdopodobieństwem $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ oraz wynik $|O\rangle$ z prawdopodobieństwem $\sin^2 \frac{\theta}{2}$.

W wyniku pomiaru następuje tzw. kolaps funkcji falowej kubitów, która z postaci (1) przechodzi w stan $|W\rangle$ lub $|O\rangle$. Dla przykładu, wszystkie kubity reprezentujące stany z $\theta = \pi/2$, tj. na równiku sfery Blocha, reprezentują stan kwantowy, który w wyniku pomiaru kolapsuje do stanu $|W\rangle$ lub $|O\rangle$ z prawdopodobieństwami równymi 1:2.

W kwantowej teorii gier to jednak nie kubity $|W\rangle$ ani $|O\rangle$ są (tak jak w grze klasycznej) strategiami graczy, lecz transformacje unitarne graczy $\hat{U}_A$ i $\hat{U}_B$ działające na pewnym, specjalnie przygotowanym i znanym obu graczom, splątany stan kwantowy $|\psi_0\rangle = \hat{f}|WW\rangle$. Transformacje te są w ogólnej postaci transformacjami na sferze Blocha $\hat{U}_X \in \text{SU}(2)$, określonymi przez macierze unitarne:

$$\hat{U}(\theta, \phi, \alpha) = \begin{pmatrix} e^{-i\phi} \cos \frac{\theta}{2} & e^{i\alpha} \sin \frac{\theta}{2} \\ -e^{-i\alpha} \sin \frac{\theta}{2} & e^{i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

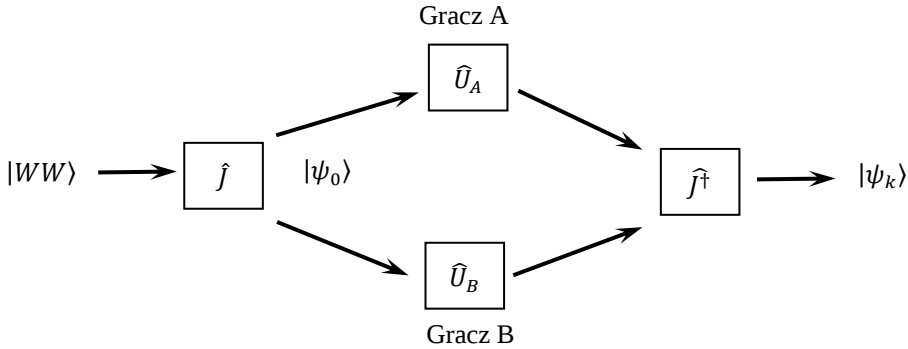
gdzie $\hat{U}_X = \hat{U}(\theta_X, \phi_X, \alpha_X)$, $\theta_X \in [0, \pi]$ oraz $\alpha_X, \phi_X \in [-\pi, \pi]$, $X = A, B$.

W oryginalnym sformułowaniu modelu EWL transformacje (2) są ograniczone do dwuwymiarowej przestrzeni parametrów, gdzie $\alpha = 0$, jednak jak pokazał P. Frąckiewicz [2016], tylko pełna przestrzeń parametrów $\text{SU}(2)$ zapewnia tzw. silny izomorfizm gry klasycznej i kwantowej. W niniejszej pracy przez strategię kwantową będziemy rozumieli dowolną transformację $\hat{U} \in \text{SU}(2)$. Gra kwantowa w schemacie EWL polega na tym, że wychodząc od pary jednakowych kubitów $|WW\rangle$ obu graczy, najpierw przygotowujemy ich, znany obojgu, splątany stan kwantowy $|\psi_0\rangle = \hat{f}|WW\rangle$, gdzie $\hat{f} = \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\hat{I} \otimes \hat{I} + i \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sigma_x \otimes \sigma_x$ jest tzw. operatorem splatającym, $\hat{I}$ jest operatorem jednostkowym, $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ macierzą Pauliego, a $\gamma \in [0, \frac{\pi}{2}]$ jest współczynnikiem splątania.

W dalszym toku rozważań zakładamy pełne splątanie, czyli $\gamma = \frac{\pi}{2}$. W wyniku tego działania otrzymujemy stan splątany $\hat{f}|WW\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|WW\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|OO\rangle$. Kolejno na uzyskany wynik działa iloczyn prosty operatorów $\hat{U}_A$ i $\hat{U}_B$, reprezentujących kwantowe strategie graczy. Przed pomiarem stanu końcowego działamy jeszcze operatorem rozplatającym $\hat{f}^\dagger$. Stan końcowy $|\psi_k\rangle$ jest więc ostatecznie dany przez:

$$|\psi_k\rangle = \hat{f}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{f} |WW\rangle. \quad (3)$$

Schemat gry kwantowej w schemacie EWL przedstawia rysunek I.5.



Rysunek I.5. Schemat gry kwantowej w schemacie EWL

Źródło: Opracowanie własne.

W szczególnym przypadku, kiedy strategie graczy są określone tylko przez kąt θ , przy ustalonych $\phi = 0, \alpha = \frac{\pi}{2}$, można je wyrazić jako $\tilde{U}(\theta) = \tilde{U}(\theta, 0, \frac{\pi}{2}) = \cos \frac{\theta}{2} \hat{W} + \sin \frac{\theta}{2} \hat{O}$. W tym przypadku $\tilde{U}(0) \equiv \hat{W}$ jest macierzą jednostkową odpowiadającą klasycznej strategii współpracy W , a macierz $\tilde{U}(\pi) = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \equiv \hat{O}$ (zamieniającą kubity $|W\rangle$ i $|O\rangle$) odpowiada klasycznej strategii odmowy O . Strategia $\tilde{U}(\theta)$ jest równoważna klasycznej strategii mieszanej, dla której prawdopodobieństwa obu strategii czystych W oraz O wynoszą odpowiednio $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ i $\sin^2 \frac{\theta}{2}$. W ten sposób gra klasyczna jest szczególnym przypadkiem gry kwantowej. W podejściu Marinato–Webera nie ma takiego prostego przejścia gry kwantowej w jej odpowiednik klasyczny.

Końcowy stan (3) jest na ogół stanem splątany, który można wyrazić w bazie par stanów czystych:

$$|\psi_k\rangle = p_{WW} |WW\rangle + p_{WO} |WO\rangle + p_{OW} |OW\rangle + p_{OO} |OO\rangle, \quad (4)$$

gdzie $|p_{WW}|^2, \dots, |p_{OO}|^2$ są prawdopodobieństwami, że pomiar dokonany końcowym stanie mieszanym (4) da jeden z czterech możliwych wyników.

Wartość oczekiwana $\$A$ wypłaty gracza A w grze kwantowej jest średnią ważoną czterech wartości z klasycznej macierzy wypłat gry: $a_{WW} = 3, a_{WO} = 0, a_{OW} = 5, a_{OO} = 1$ (wartości odpowiadają grze z tabeli I.22):

$$\$A = a_{WW} |p_{WW}|^2 + a_{WO} |p_{WO}|^2 + a_{OW} |p_{OW}|^2 + a_{OO} |p_{OO}|^2, \quad (5)$$

gdzie wagami są kwantowe prawdopodobieństwa odpowiednich stanów czystych, z dokładnością do fazy równej [Chen, Hogg, 2006]:

$$\begin{aligned} p_{WW} &= \cos \frac{\theta_A}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \cos(\phi_A + \phi_B) - \sin \frac{\theta_A}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \sin(\alpha_A + \alpha_B), \\ p_{WO} &= \sin \frac{\theta_A}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \cos(\alpha_A - \phi_B) - \cos \frac{\theta_A}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \sin(\phi_A - \alpha_B), \\ p_{OW} &= \sin \frac{\theta_A}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \sin(\alpha_A - \phi_B) + \cos \frac{\theta_A}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \cos(\phi_A - \alpha_B), \\ p_{OO} &= \cos \frac{\theta_A}{2} \cos \frac{\theta_B}{2} \sin(\phi_A + \phi_B) + \sin \frac{\theta_A}{2} \sin \frac{\theta_B}{2} \cos(\alpha_A + \alpha_B). \end{aligned}$$

Wartość oczekiwaną wypłaty $\$B$ gracza B otrzymamy ze wzoru (5) przez zamianę rolami $a \leftrightarrow b$.

Gry kwantowe mogą być fizycznie wykonane przez komputer kwantowy realizujący powyższy algorytm, zależny od strategii graczy. Algorytm taki został zrealizowany eksperymentalnie [Du i in., 2002; Iqbal, 2005; Iqbal, Chappell, Abbott, 2018] w eksperymentach typu EPR opartych na pomiarach efektu Stern–Gerlacha. Zwróćmy uwagę, że grę kwantową można również symulować poprzez klasyczne obliczanie odpowiednich prawdopodobieństw i podstawienie ich do wzoru (5). Uzyskany wynik będzie taki sam jak średni wynik gry kwantowej rozgrywanej wielokrotnie. Byłby to odpowiednik zewnętrznego urządzenia korelującego działania graczy zaproponowanego przez Aumanna. W przypadku urządzenia kwantowego, które splata kubity oraz dokonuje odpowiednich przekształceń unitarnych (3), wynik gry poznamy przez pomiar stanu końcowego, który w wyniku kolapsu funkcji falowej da jeden z czterech możliwych stanów z właściwym prawdopodobieństwem. W tym przypadku również można użyć urządzeń klasycznych do losowania jednego z czterech możliwych stanów czystych $|WW\rangle$, $|WO\rangle$, $|OW\rangle$, $|OO\rangle$. Jednak dzięki temu, że gracze wykorzystują strategię kwantową, splatanie daje możliwości wzajemnego oddziaływania na siebie graczy, które nie ma odpowiednika w grach klasycznych.

4.4. Równowagi Nasha gier kwantowych

Wróćmy do optymalizacji równowag gier. W klasycznym dylemacie więźnia (tabela I.22) jedyną równowagą jest obopólna odmowa współpracy (O,O).

W schemacie kwantowania EWL pojawia się nowa równowaga Nasha dla „magicznej” strategii oznaczonej przez $\hat{Q} \equiv \hat{U}\left(0, \frac{3}{2}\pi, \frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$.

Tabela I.26. Wypłaty dla głównych strategii gry dylematu więźnia w schemacie EWL: $\hat{W}$ – współpraca, $\hat{O}$ – odmowa oraz $\hat{Q}$ – strategia „magiczna”

		Bartek		
		$\hat{W}$	$\hat{O}$	$\hat{Q}$
Alicja	$\hat{W}$	(3,3)	(0,5)	(1,1)
	$\hat{O}$	(5,0)	(1,1)	(0,5)
	$\hat{Q}$	(1,1)	(5,0)	(3,3)

Źródło: Opracowanie własne.

J. Eisert, M. Wilkens i M. Lewenstein pokazali [1999], że w ich schemacie $(\hat{Q}, \hat{Q})$ jest równowagą Nasha, tj. $\$A(\hat{U}_A, \hat{Q}) \leq \$A(\hat{Q}, \hat{Q})$ oraz $\$B(\hat{Q}, \hat{U}_B) \leq \$B(\hat{Q}, \hat{Q})$ dla dowolnych $\hat{U}_A = \hat{U}_A\left(\theta_A, \phi_A, \frac{\pi}{2}\right)$ i $\hat{U}_B = \hat{U}_B\left(\theta_B, \phi_B, \frac{\pi}{2}\right)$. Równowaga ta de facto znosi i zastępuje równowagę $(\hat{O}, \hat{O})$ z klasycznego dylematu więźnia. Problem jednak w tym, że schemat kwantowania EWL ogranicza możliwość wyboru strategii przez graczy tylko do pewnego podzbioru $SU(2)$, 2-wymiarowych transformacji (2), dla których $\alpha_A = \alpha_B = \frac{\pi}{2}$. Jak pokazali S.C. Benjamin i P.M. Hayden [2001a], ograniczenie przestrzeni $SU(2)$ do dwu wymiarów powoduje, że zbiór takich strategii nie jest zamknięty względem złoża (złożenie dwu macierzy Pauliego jest, z dokładnością do stałej, trzecią macierzą).

Jeśli jednak rozpatruje się powyższe strategie w pełnej przestrzeni $SU(2)$, to można zauważyć, że uzyskane w ten sposób „równowagi Nasha” przestają być równowagami. Rzeczywiście, dla dowolnej strategii $\hat{U}_A \in SU(2)$ istnieje strategia $\hat{U}_B \in SU(2)$, która „kasuje” działanie $\hat{U}_A$ [Flitney, Hollenberg, 2007] i zmienia wynik gry do dowolnego innego z możliwych wyników (5). Załóżmy dla przykładu, że Alicja wybiera dowolną strategię kwantową $\hat{A} = \hat{U}(\theta_A, \phi_A, \alpha_A)$, np. „magiczną” strategię $\hat{Q}$. Bartek wybierając swoją strategię:

$$\hat{B} = \hat{U}(\theta_B, \phi_B, \alpha_B) = \hat{U}\left(\theta_A + \pi, \alpha_A, \phi_A - \frac{\pi}{2}\right), \quad (6)$$

powoduje, że wynik gry wynosi $(\$A, \$B) = (0, 5)$. Transformacja użyta przez Bartka jest zatem „najlepszą odpowiedzią” na dowolny ruch Alicji. W tej sytuacji żadna z prostych strategii kwantowych nie może być równowagą Nasha,

gdyż dla każdej z nich istnieje odpowiedź „kasująca” i dająca dowolną inną wypłatę z tabeli gry. Można jednak zbudować równowagę Nasha, korzystając z mieszania prostych strategii kwantowych. Takie strategie będziemy nazywali **metastrategiami** [Szopa, 2014]. Przykład równowagi Nasha w metastrategiach można zbudować na strategiach:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{I}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} = -i\hat{\sigma}_x, \quad (7)$$

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} = i\hat{\sigma}_z, \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -i\hat{\sigma}_y, \quad (8)$$

czyli, z dokładnością do stałej, macierzy jednostkowej i trzech macierzach Pauliego, które są generatorami grupy $SU(2)$. Strategie te w dylemacie więźnia tworzą zamknięty cykl wzajemnie najlepszych dla siebie odpowiedzi: $\hat{A} \rightarrow \hat{B} \rightarrow \hat{C} \rightarrow \hat{D} \rightarrow \hat{A}$, gdzie $\hat{X} \rightarrow \hat{Y}$ oznacza, że $(\$_Y, \$_X) = (5, 0)$ [Szopa, 2014]. Podobne „czwórki” najlepszych odpowiedzi można uzyskać, startując od dowolnej strategii $\hat{U}(\theta_X, \phi_X, \alpha_X)$ i stosując równanie (6).

Poszukiwaną metastrategią Alicji jest $A^M = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{C}$, zaś Bartka $B^M = \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{D}$. Dla tej pary metastrategii gra ma równowagę Nasha z wypłatami $(\$_A, \$_B) = (\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$. Zauważmy, że równowaga ta odpowiada dokładnie równowadze skorelowanej Aumanna dla dylematu więźnia. Zatem gra kwantowa w schemacie EWL z pełną gamą strategii $SU(2)$ pozwala uzyskać równowagę Nasha odpowiadającą pełnej korelacji klasycznych wyników dylematu więźnia.

Podobnie możemy znaleźć równowagę Nasha dla gry walka płci. Macierz wypłat tej gry schemacie EWL ma postać zaprezentowaną w tabeli I.27.

Tabela I.27. Wypłaty dla gry walka płci w schemacie EWL

		Bartek			
		$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$
Alicja	$\hat{A}$	(3,2)	(1,1)	(2,3)	(0,0)
	$\hat{B}$	(0,0)	(2,3)	(1,1)	(3,2)
	$\hat{C}$	(2,3)	(0,0)	(3,2)	(1,1)
	$\hat{D}$	(1,1)	(3,2)	(0,0)	(2,3)

Źródło: Opracowanie własne.

Strategie $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ są dane wzorami (7) i (8). Podobnie jak w kwantowym dylemacie więźnia gra ta nie ma równowag w strategiach kwantowych prostych.

Można jednak zbudować metastrategie mieszane. Jak łatwo zauważyć, najwyższe wypłaty występują w dwu podgrach określonych przez pary strategii $\{\hat{A}, \hat{C}\}$ oraz $\{\hat{B}, \hat{D}\}$. Gra ta ma dwie rodziny metastrategii w równowadze: $A^{\mathcal{M}1} = B^{\mathcal{M}1} = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{C}$ oraz $A^{\mathcal{M}2} = B^{\mathcal{M}2} = \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{D}$, czyli odmiennie względem przykładu dylematu więźnia – równowagą Nasha jest przypadek, kiedy Alicja i Bartek grają jednocześnie tę samą parę metastrategii mieszanych. Wypłata obojga jest wtedy równa dla obu rodzin metastrategii $(\$_A, \$_B) = (\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$, więc dokładnie tyle, ile wynosi klasyczna równowaga skorelowana dla tej gry.

Dla gry w cykora cyklem najlepszych dla siebie odpowiedzi jest: $\hat{A} \rightarrow \hat{D} \rightarrow \hat{C} \rightarrow \hat{B} \rightarrow \hat{A}$, gdzie $\hat{X} \rightarrow \hat{Y}$ oznacza, że $(\$_Y, \$_X) = (1, 0)$. Mimo że ten cykl jest odmienny niż w grze dylemat więźnia, to jednak para metastrategii w równowadze pozostaje taka sama. Są to $K_1^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{C}$ dla kierowcy pierwszego oraz $K_2^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{D}$ dla drugiego. W tej równowadze kierowcy otrzymują równe wypłaty $(\$_{K1}, \$_{K2}) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, a więc takie same, jakie zapewnia im zwykła sygnalizacja świetlna.

W ostatnim przykładzie gry w cykora II kwantowe strategie otwierają ciekawe możliwości. Macierz wypłat tej gry schemacie EWL przyjmuje postać ukazaną w tabeli I.28.

Tabela I.28. Wypłaty dla gry w cykora II w schemacie EWL

		Gracz 2			
		$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$
Gracz 1	$\hat{A}$	(0,0)	(7,2)	(6,6)	(2,7)
	$\hat{B}$	(2,7)	(6,6)	(7,2)	(0,0)
	$\hat{C}$	(6,6)	(2,7)	(0,0)	(7,2)
	$\hat{D}$	(7,2)	(0,0)	(2,7)	(6,6)

Źródło: Opracowanie własne.

Strategie $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ są dane wzorami (7) i (8). Para strategii mieszanych $G_1^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{C}$ gracza pierwszego i $G_2^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{D}$ gracza drugiego, jak w poprzednim przykładzie, daje im równe wypłaty $(\$_{G1}, \$_{G2}) = (4\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$. Lepszy, a dalej równy wynik daje jednak para strategii $H_1^{\mathcal{M}} = H_2^{\mathcal{M}} = \frac{1}{3}\hat{A} + \frac{2}{3}\hat{B}$ – jednakowa dla obu graczy – wypłaty wyglądają wtedy $(\$_{H1}, \$_{H2}) = (4\frac{2}{3}, 4\frac{2}{3})$.

Jeszcze jedną parą metastrategii mieszanych w równowadze Nasha jest $I_1^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B}$ oraz $I_2^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{C}$. Para ta daje graczom niejednakowe wypłaty $(\$_{I1}, \$_{I2}) = (6, 4)$. Kolejną taką parą będą $J_1^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{C} + \frac{1}{2}\hat{D}$ oraz $J_2^{\mathcal{M}} = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{D}$ i pary symetryczne względem zamiany indeksów graczy $1 \leftrightarrow 2$. Z przedstawionych równowag Nasha jedynie $H_1^{\mathcal{M}} = H_2^{\mathcal{M}}$ ma swój odpowiednik w klasycznych strategiach mieszanych, pozostałe są charakterystyczne dla metastrategii kwantowych. Zaproponowana przez Aumanna równowaga skorelowana o wypłacie (5,5) nie została znaleziona w metastrategiach, choć ostatnia z rozważanych par daje wynik (6,4) o takiej samej sumie wypłat.

Podsumowanie

W niniejszej pracy poszukiwano rozwiązań gier, które byłyby bliższe optimum w sensie Pareto niż rozwiązania gier klasycznych. Wzięto pod uwagę gry: dylemat więźnia, walkę płci i dwie wersje gry w cykora. Dla każdej z tych gier pokazano, że istnieją tzw. równowagi skorelowane [Aumann, 1973], które poprawiają rezultaty wspomnianych gier. Jednak uzyskanie wyników w ten sposób skorelowanych wymaga wprowadzenia zewnętrznego urządzenia korelującego działania graczy. Takie urządzenie, wysyłające sygnały do graczy, byłoby podatne na manipulacje i trudne do wykorzystania. Dlatego zaproponowano wykorzystanie rozszerzenia gier do domeny kwantowej. W pracy przyjęto najbardziej rozpowszechniony formalizm gier kwantowych Eiserta–Wilkensa–Lewensteina [Eisert, Wilkens, Lewenstein, 1999] rozszerzony do pełnej przestrzeni strategii graczy SU(2). Pokazano, że rozważane gry mają w tym formalizmie równowagi Nasha istotnie bliższe rozwiązaniom paretooptimalnym niż równowagi gier klasycznych. Równowagi te są porównywalne do rozwiązań skorelowanych Aumanna. W przypadku dylematu więźnia równowaga Nasha gry kwantowej pokrywa się z uzyskaną równowagą skorelowaną, nie jest jednak paretooptimalna jak rozwiązanie polegające na obopólnej współpracy. W przypadku walki płci oba formalizmy dały takie samo rozwiązanie, w pełni sprawiedliwe dla obu małżonków i paretooptimalne. Dla gry w cykora w wersji klasycznej najlepsze paretooptimalne rozwiązanie skorelowane pokrywa się z równowagą Nasha gry kwantowej. W drugiej grze w cykora, w wersji Aumanna, uzyskano najlepsze rozwiązania gry kwantowej, które dają taką samą sumę wygranych graczy, ale nie są równe dla obu graczy, jak w grze skorelowanej Aumanna. Oba rozwiązania – skorelowane i kwantowe – nie są również paretooptimalne.

W naturalny sposób pojawia się pytanie, czy kwantowe wersje gier mogą przyczynić się do rozwiązywania praktycznych sytuacji ekonomicznych? Przykłady z innych dziedzin wskazują, że strategie kwantowe mogą lepiej niż klasyczne rozwiązywać problemy gier rynkowych i giełdy [Piotrowski, Sładkowski, 2002], aukcji i konkursów [Piotrowski, Sładkowski, 2008] czy hazardu [Goldenberg, Vaidman, Wiesner, 1999]. Jak wynika z niniejszej pracy, rozwiązanie gier przy pomocy kwantowych strategii może dać lepsze rezultaty niż klasyczne rozwiązania.

Warto zatem zadać pytanie: jaki jest związek gier klasycznych ze zjawiskami kwantowymi? Jako teoria matematyczna gry klasyczne okazują się stanowić szczególny przypadek gier kwantowych. Czy realne gry klasyczne, rozgrywane codziennie przez ludzi, mają jakiś związek z fizycznymi procesami kwantowymi? Odpowiedź na to pytanie może być twierdząca – takim procesem może być kolaps funkcji falowej. Według oszacowań A. Albrechta i D. Phillipsa [2012] to fluktuacje kwantowe są przyczyną zjawisk makroskopowych, które uznajemy za losowe, takich jak np. rzut monetą lub kością. Według cytowanych autorów każde praktyczne użycie prawdopodobieństwa ma swoje źródło w zjawiskach kwantowych. Gdyby przyjąć taki punkt widzenia, to można by stwierdzić, że każde wykorzystanie w grze strategii mieszanej byłoby w istocie zjawiskiem kwantowym.

W grach kwantowych istotnym elementem mechanizmu gry jest splątanie. Czy to zjawisko również ma swój odpowiednik w realnej grze klasycznej? Czy obiekty makroskopowe, które są kontrolowane bądź tylko obserwowane przez nasze zmysły, mogą być splątane? Tego nie potrafimy udowodnić. Problemy z dekoherencją funkcji falowej powodują, że nawet na poziomie ściśle kontrolowanych eksperymentów, odbywających się w skrajnych rygorach odizolowania od otoczenia, trudno jest utrzymać dwa splątane kubity. Budowa komputera kwantowego, opartego na rejestrze wielu splątanych kubitów, poddanych unitarnym operacjom bramek kwantowych i zdolnego do rozwiązywania przy pomocy algorytmów kwantowych praktycznych problemów lub symulowania gier kwantowych, jest prawdziwym wyzwaniem, które jednak współczesna nauka nie bez sukcesów podejmuje [Iqbal, Abbott, 2010; Situ i in., 2018; Arute, Arya, Babush, 2019].

Literatura

Albrecht A., Phillips D. (2012), *Origin of Probabilities and Their Application to the Multiverse*, <http://arxiv.org/pdf/1212.0953v1.pdf> (dostęp: 28.11.2019).

- Arute F., Arya K., Babbush R. (2019), *Quantum Supremacy Using a Programmable Superconducting Processor*, "Nature", Vol. 574, s. 505-511.
- Aumann R.J. (1973), *Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies*, "Journal of Mathematical Economics", Vol. 1, s. 67-96.
- Benjamin S.C., Hayden P.M. (2001a), *Comment on 'Quantum Games and Quantum Strategies'*, "Physical Review Letters", Vol. 87, s. 069801.
- Benjamin S.C., Hayden P.M. (2001b), *Multi-Player Quantum Games*, "Physical Review", Vol. A(64), s. 030301(R).
- Bloch F. (1946), *Nuclear Induction*, "Physical Review", Vol. 70(7-8), s. 460-474.
- Bloch Sphere*, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Bloch_sphere#cite_note-1 (dostęp: 28.11.2019).
- Braess D. (1969), *Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung*, »Unternehmensforschung«, Vol. 12, s. 258-268.
- Braess D. (2005), *On a Paradox of Traffic Planning*, "Transportation Science", Vol. 39(4), s. 446-450.
- Chen K., Hogg T. (2006), *How Well Do People Play a Quantum Prisoner's Dilemma*, "Quantum Information Processing", Vol. 5(1), s. 43-67.
- Colman A.M. (1995), *Game Theory and Its Applications: In the Social and Biological Sciences*, Taylor & Francis, Routledge.
- Du J., Li H., Xu X., Shi M. (2002), *Experimental Realization of Quantum Games on Quantum Computer*, "Physical Review Letters", Vol. 88(13), s. 1-4.
- Eisert J., Wilkens M., Lewenstein M. (1999), *Quantum Games and Quantum Strategies*, "Physical Review Letters", Vol. 83(3077), s. 3077-3080.
- European Commission (2011), *Evaluation Report Impact and Effectiveness of EU Public Procurement Legislation*, June 27th, SEC(2011), 853 final, Brussels.
- Flitney A.P., Hollenberg L.C. (2007), *Nash Equilibria in Quantum Games with Generalized Two-parameter Strategies*, "Physics Letters A", Vol. 363(5-6), s. 381-388.
- Flood M.M., Dresher M. (1952), *Research Memorandum*, RAND Corporation, Santa-Monica.
- Frąckiewicz P. (2016), *Strong Isomorphism in Eisert-Wilkens-Lewenstein Type Quantum Game*, "Advances in Mathematical Physics", Vol. 2016, Art. 4180864.
- Gibbons R. (1992), *Game Theory for Applied Economists*, Princeton University Press, Princeton.
- Goldenberg L., Vaidman L., Wiesner S. (1999), *Quantum Gambling*, "Physical Review Letters", Vol. 82, s. 3356-3359.
- Iqbal A. (2005), *Playing Games with EPR-type Experiments*, "Journal of Physics A", Vol. 38(43), s. 9551-9564.

- Iqbal A., Abbott D. (2010), *Constructing Quantum Games from a System of Bell's Inequalities*, "Physics Letters A", Vol. 374(31), s. 3155-3163.
- Iqbal A., Chappell J.M., Abbott D. (2018), *The Equivalence of Bell's Inequality and the Nash Inequality in a Quantum Game-theoretic Setting*, "Physics Letters A", Vol. 382(40), s. 2908-2913.
- Khan F., Solmeyer N., Balu R., Humble T. (2018), *Quantum Games: A Review of the History Current State, and Interpretation*, "Quantum Information Processing", Vol. 17, Art. 309, s. 1-41, <https://doi.org/10.1007/s11128-018-2082-8>.
- Knill E., Laflamme R., Barnum H., Dalvit D. (2002), *Introduction to Quantum Information Processing*, <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0207171> (dostęp: 19.07.2019).
- Marinatto L., Weber T. (2000), *A Quantum Approach to Static Games of Complete Information*, "Physics Letters", Vol. 272, s. 291-303.
- Meyer D.A. (1999), *Quantum Strategies*, "Physical Review Letters", Vol. 82, s. 1052-1055.
- Murawski S.A. (1990), *A Brief History of the Groundfishing Industry of New England*, NOAA Fisheries, <https://www.nefsc.noaa.gov/history/stories/groundfish/grndfsh1.html#of> (dostęp: 21.11.2019).
- Nash J.F. (1950), *Equilibrium Points in n-Person Games*, "PNAS", Vol. 38, s. 48-49.
- Nash J.F. (1951), *Non-cooperative Games*, "Annals of Mathematics", Vol. 54, s. 286-295.
- Noor-ul-Ain W., Atta-ur-Rahman M., Nadeem M., Abbasi A.G. (2016), *Quantum Cryptography Trends: A Milestone in Information Security*, https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-27221-4_3 (dostęp: 19.07.2019).
- Nowak M.A., Sigmunt K. (1999), *Phage-life for Game Theory*, "Nature", Vol. 398, s. 367-368.
- Ordeshook P. (1986), *Game Theory and Political Theory: An Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Piotrowski E., Ślaskowski J. (2002), *Quantum Market Games*, "Physica A", Vol. 312, s. 208-216.
- Piotrowski E., Ślaskowski J. (2008), *Quantum Auctions: Facts and Myths*, "Physica A", Vol. 387, s. 3949-3953.
- Qi B., Chen H., Ren G., Huang Y., Yin J., Ren J. (2013), *Acquisition and Tracking System for 100km Quantum Entanglement Distribution Experiment*, <https://spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/8906/1/acquisition-and-tracking-system-for-100km-quantum-entanglement-distribution-experiment/10.1117/12.2034706.full> (dostęp: 19.07.2019).
- Situ H., Li L., Huang Z., He Z., Zhang C. (2018), *Experimental Demonstration of Conflicting Interest Nonlocal Games Using Superconducting Qubits*, "Quantum Information Processing", Vol. 17(6), Art. 120, s. 1-12.
- Stajic J. (2013), *The Future of Quantum Information Processing*, "Science", Vol. 339(6124), s. 1163-1179.

Straffin P.D. (2001), *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.

Szopa M. (2014), *How Quantum Prisoner's Dimemma Can Support Negotiations*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, Vol. 5(71), s. 90-102.

Yuan X., Liu K., Xu Y., Wang W., Ma Y., Zhang F., Yan Z., Vijay R., Sun L., Ma X. (2016), *Experimental Quantum Randomness Processing Using Superconducting Qubits*, “Physical Review Letters”, Vol. 117(1), s. 010502-6.

Relacje przedziałowe jako modele preferencji

Zbigniew Świtalski¹

Wprowadzenie

Współczesne podejścia w wielokryterialnej analizie decyzyjnej zakładają bardzo często aktywną rolę (współuczestniczenie) decydenta w procesie wspomagania decyzji. W znacznie większym stopniu niż w podejściach klasycznych (opartych na tradycyjnie rozumianej optymalizacji) uwzględnia się w nich preferencje i subiektywne oceny decydenta. Jest to szczególnie widoczne np. w metodach tzw. szkoły francuskiej [Roy, 1990; Nermend, 2017], w których na podstawie ocen otrzymywanych od decydenta tworzy się tzw. relacje przewyższania, które nie muszą spełniać aksjomatów klasycznej racjonalności (przechodniość i zupełność).

Filozofia szkoły francuskiej – przedstawiona najpełniej w książce *Wielokryterialne wspomaganie decyzji* [Roy, 1990] – zakłada, że preferencje decydenta są często z natury rzeczy nieokreślone, niepełne, trudne do jednoznacznego przedstawienia. Przyjmuje się więc tutaj zupełnie inną optykę niż w podejściu klasycznym, gdzie zakłada się, że normą są preferencje całkowicie „racjonalne”, a niedokładność jest odchyleniem od tej normy, wynikającym z przypadkowych błędów czy różnych zjawisk psychologicznych.

W klasycznym modelu preferencje są przedstawiane za pomocą pary relacji (P, I) , gdzie P jest relacją ścisłej preferencji („bycia lepszym”), a I – relacją indyferencji („bycia tak samo dobrym”). O sumie relacji $P \cup I$ zakłada się, że jest relacją przechodnią i zupełną (czyli tzw. słabym porządkiem). Model ten jest z punktu widzenia szkoły francuskiej dalece niewystarczający. Wprowadza się więc struktury bogatsze postaci $(P, I, Q, N; P - \text{silna preferencja}, I - \text{indyferencja}, Q - \text{słaba preferencja}, N - \text{nieporównywalność})$. Różne kombinacje tych bazowych relacji dają nowe, jeszcze bogatsze struktury (np. Roy [1990] wpro-

¹ Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Matematyki, Z.Switalski@wmie.uz.zgora.pl.

wadza pojęcia braku preferencji, przypuszczenia preferencji, K -preferencji i przewyższania).

W niektórych metodach szkoły francuskiej (np. w metodzie PROMETHEE) używa się też do opisu preferencji tzw. relacji stopniowalnych (*valued relations*), tzn. funkcji $R: X^2 \rightarrow [0,1]$, gdzie X jest zbiorem rozpatrywanych wariantów, a liczba $R(x,y)$ jest interpretowana jako stopień przewagi wariantu x nad wariantem y . Od strony formalnej relacje stopniowalne są relacjami rozmytymi, dla których $R(x,y)$ może być interpretowane jako stopień prawdziwości zdania „ x jest lepszy od y ”.

Relacje rozmyte jako modele preferencji były badane od początku lat 70. XX w. [Blin, Whinston, 1973; Bezdek, Spillman, Spillman, 1979]. Bardzo wygodnym modelem okazał się model relacji ipsodualnych (*ipsodual* lub *reciprocal relations*), tzn. relacji $R: X^2 \rightarrow [0,1]$ spełniających warunek:

$$R(x,y) + R(y,x) = 1.$$

W tym przypadku $R(x,y) = 0,5$ oznacza równoważność wariantów x i y , $R(x,y) > 0,5$ – przewagę x nad y (w mniejszym lub większym stopniu), a $R(x,y) < 0,5$ – przewagę y nad x .

Aby uwzględnić nieokreśloność preferencji w modelu relacji ipsodualnych, zaczęto wykorzystywać relacje przedziałowe, tzn. funkcje $R: X^2 \rightarrow P[0,1]$, gdzie $P[0,1]$ jest rodziną domkniętych podprzedziałów przedziału $[0,1]$. Przedział $R(x,y) = [R_L(x,y), R_P(x,y)]$ może być interpretowany jako zbiór możliwych stopni przewagi x nad y .

Zarówno dla relacji ipsodualnych, jak i przedziałowych ważnym problemem jest badanie warunków „zgodności” (racjonalności) dla tych relacji. Od strony formalnej powinny to być warunki uogólniające klasyczny warunek przechodniości relacji nierozmytej. Warunki te mogą służyć w systemach wspomagania decyzji do kontroli preferencji podawanych przez decydenta, wykrywania sprzeczności i wspólnego dochodzenia przez analityka i decydenta do w miarę klarownego i spójnego obrazu preferencji.

Istnieje wiele podejść i metod określania warunków zgodności (racjonalności, przechodniości) dla relacji ipsodualnych. W miarę ogólne podejście bazujące na tzw. FG -przechodniościach zostało przedstawione w pracy [Świtalski, 2003]. Jeśli chodzi o relacje przedziałowe, to w ostatnich latach zaprezentowano wiele różnych metod określania warunków zgodności [Xu, Wang, Yu, 2014; Dong i in., 2016; Krejci, 2017], ale wydaje się, że brakuje jakiegoś jednolitego podejścia, które z jednej strony mogłoby dobrze odpowiadać intuicjom związanym z określaniem takich warunków, a z drugiej być w miarę możliwości zgodne z wynikami badań empirycznych.

W artykule proponuję bardzo ogólne podejście do problemu określania warunków zgodności dla relacji przedziałowych. Definiuję mianowicie tzw. warunki 3Q-racjonalności będące daleko idącym uogólnieniem *FG*-przechodności i zawierające jako szczególne przypadki niektóre znane z literatury warunki zgodności, bazujące na liniowym warunku racjonalności dla relacji ipsodualnych. Podaję charakteryzacje dwóch z tych warunków i przedstawiam przykłady pokazujące, że w wielu przypadkach warunki te lepiej niż inne znane z literatury odpowiadają intuicjom i wynikom badań empirycznych.

5.1. Relacje ipsodualne jako modele preferencji

Załóżmy, że dany jest skończony zbiór wariantów decyzyjnych X . Relacją ipsodualną (*reciprocal relation*) w zbiorze X nazywamy funkcję $R: X^2 \rightarrow [0,1]$ spełniającą warunek $(\forall x, y \in X)$:

$$R(x,y) + R(y,x) = 1. \quad (1)$$

Liczbę $R(x,y) > 0,5$ interpretujemy jako subiektywnie oceniany przez decydenta stopień przewagi wariantu x nad y (im bliższa jest liczba $R(x,y)$ liczbie 0,5, tym mniejsza jest przewaga, a im bliższa jest ta liczba liczbie 1, tym silniejsza jest przewaga). Jeśli $R(x,y) = 0,5$, to oznacza to równoważność wariantów x i y , a jeśli $R(x,y) < 0,5$, to oznacza to przewagę y nad x w stopniu $1 - R(x,y)$. Jeśli np. $R(x,y) = 0,3$, to oznacza to, że dla decydenta wariant y jest lepszy od x w stopniu 0,7 (przy założeniu, że przewagi mierzymy na skali $(0,5;1]$).

Relacje ipsodualne pojawiły się w literaturze „rozmytej” już w latach 70. XX w. [Blin, Whinston, 1973; Bezdek, Spillman, Spillman, 1979] i okazały się bardzo wygodnym narzędziem do modelowania preferencji [Świtalski, 2002]. W badaniach marketingowych skale spełniające warunek (1) – lub podobne – są wykorzystywane do oceny produktów przez konsumentów (za pomocą porównań parami). Liczby $R(x,y)$ spełniające (1) mogą też być interpretowane probabilistycznie jako prawdopodobieństwa wyboru wariantu x z pary $\{x,y\}$ (pod warunkiem, że wybór dokładnie jednego wariantu musi być dokonany). W niniejszej pracy nie będziemy jednak wykorzystywali interpretacji probabilistycznej.

Dla wygody zapisów w dalszej części pracy będę używał skali $[0,10]$, tzn. każda liczba $R(x,y)$ we wszystkich wzorach i przykładach jest mnożona przez 10. Warunek (1) ma więc postać:

$$R(x,y) + R(y,x) = 10. \quad (2)$$

W pracy [Świtalski, 2003] zostały przedstawione ogólne warunki przechodniości (zgodności, racjonalności) dla relacji ipsodualnych. Są to tzw. warunki *FG*-przechodniości, które formalnie można przedstawić w postaci następującej definicji (definicja ta jest nieco zmodyfikowaną definicją z pracy [Świtalski, 2003]).

Definicja 1

Niech $F, G: [5, 10]^2 \rightarrow R_+$ będą dwiema funkcjami rzeczywistymi określonymi na parach $(\alpha, \beta) \in [5, 10]$. Relację ipsodualną $R: X^2 \rightarrow [0, 10]$ nazywamy relacją *FG*-przechodnią, jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ spełniony jest warunek:

$$R(x, y) \geq 5 \wedge R(y, z) \geq 5 \Rightarrow F(R(x, y), R(y, z)) \leq R(x, z) \leq G(R(x, y), R(y, z)). \quad (3)$$

Warunek (3) oznacza, że bierzemy pod uwagę tylko takie warianty x, y, z , że x jest lepszy lub równoważny y , a y jest lepszy lub równoważny z . W takiej sytuacji stopień przewagi x nad z nie może być ani zbyt mały (musi być ograniczony z dołu przez $F(R(x, y), R(y, z))$), ani zbyt duży (musi być ograniczony z góry przez $G(R(x, y), R(y, z))$). Szczegółowe uzasadnienie i interpretacja wzoru (3) znajdują się w pracy [Świtalski, 2003].

W szczególnym przypadku, przy pewnych rozsądnych założeniach o reprezentacji relacji R za pomocą funkcji użyteczności, można udowodnić [Świtalski, 2003], że preferencje ipsodualne racjonalnego decydenta powinny spełniać warunek (dla dowolnych x, y, z takich, że $R(x, y) \geq 5 \wedge R(y, z) \geq 5$):

$$\max(R(x, y), R(y, z)) \leq R(x, z) \leq R(x, y) + R(y, z) - 5. \quad (4)$$

Jest to więc warunek *FG*-przechodniości dla funkcji $F = M$ i $G = L$, gdzie $M(\alpha, \beta) = \max(\alpha, \beta)$ oraz $L(\alpha, \beta) = \alpha + \beta - 5$.

Wyniki badań empirycznych rzeczywistych decydentów, przedstawione w pracy [Świtalski, 2001], pokazują, że warunek (4) często nie będzie spełniony. W wielu sytuacjach dla wielu decydentów warunki przechodniości muszą być łagodniejsze, np.:

$$\min(R(x, y), R(y, z)) \leq R(x, z) \leq \max(R(x, y), R(y, z)). \quad (5)$$

5.2. Relacje przedziałowe

Aby uwzględnić nieokreśloność preferencji, ich „rozmycie” lub niepewność decydenta związaną z podawaniem ocen liczbowych, używa się często w modelu preferencji ipsodualnych przedziałów zamiast konkretnych liczb. Możemy więc zdefiniować relacje przedziałowe następująco.

Definicja 2

Relacją przedziałową w zbiorze X nazywamy funkcję $R: X^2 \rightarrow P[0,10]$, gdzie $P[0,10]$ oznacza rodzinę domkniętych podprzedziałów przedziału $[0,10]$.

Jeśli więc mamy parę wariantów $x, y \in X$, to $R(x,y)$ jest przedziałem, który będzie oznaczany symbolem $[R_L(x,y), R_P(x,y)]$ ($R_L(x,y)$ – lewy koniec przedziału $R(x,y)$, $R_P(x,y)$ – prawy koniec przedziału $R(x,y)$).

Liczbę $R_L(x,y)$ można interpretować jako minimalną możliwą dla decydenta przewagę x nad y (dolna przewaga), $R_P(x,y)$ – maksymalną możliwą przewagę x nad y (górną przewagę). Cały przedział $R(x,y)$ możemy interpretować jako zbiór możliwych stopni przewagi x nad y . Decydent wie, że stopień przewagi x nad y znajduje się gdzieś w przedziale $[R_L(x,y), R_P(x,y)]$, ale nie potrafi podać konkretnej liczby. Jeśli $R_L(x,y) < 5$, $R_P(x,y) > 5$, to możemy interpretować taką sytuację jako niepewność decydenta co do kierunku przewagi, tzn. decydent nie jest pewien, czy x jest lepszy od y , czy na odwrót. Jeśli np. $R(x,y) = [0,10]$, to oznacza to całkowity brak informacji od decydenta o jego preferencjach (a więc możemy w ten sposób uwzględnić w tym modelu również nieporównywalność wariantów).

Warunki ipsodualności dla relacji przedziałowych zapisujemy następująco:

$$R_L(x,y) + R_P(y,x) = 10. \quad (6)$$

Modele relacji przedziałowych były rozważane w literaturze od początku lat 90. XX w. [zob. np. Bilgic, 1998]. W ostatnim czasie intensywnie bada się warunki zgodności (przechodności, racjonalności) dla takich relacji [por. Xu, Wang, Yu, 2014; Krejci, 2017]. W pracy [Krejci, 2017] pokazano, że wiele rozważanych wcześniej w literaturze warunków nie posiada różnych oczywistych intuicyjnie własności (np. niezmienniczości ze względu na permutacje wariantów). Zostały też podane dwa proste warunki określone za pomocą układu trzech kwantyfikatorów. Warunki te oznaczmy symbolami (K) i (WK).

Definicja 3

Relacja przedziałowa $R: X^2 \rightarrow P[0,10]$ spełnia warunek (K), jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\forall \alpha \in R(x,y) \exists \beta \in R(y,z) \exists \gamma \in R(x,z), \quad \gamma = \alpha + \beta - 5.$$

Warunek (K) oznacza, że jeśli dla decydenta możliwy jest jakiś stopień przewagi x nad y (oznaczony przez α), to powinny być również możliwe jakieś stopnie przewagi β i γ (β – stopień przewagi y nad z , γ – stopień przewagi x nad z), takie,

że spełniony jest liniowy warunek racjonalności $\gamma = \alpha + \beta - 5$. Warunek $\gamma = \alpha + \beta - 5 = L(\alpha, \beta)$ jest używany jako warunek racjonalności preferencji w wielu definicjach i bazuje na wyniku T. Tanino [1984], który używał go do reprezentacji relacji ipsodualnych za pomocą funkcji użyteczności. Słabszy warunek (WK) określony jest w następnej definicji.

Definicja 4

Relacja przedziałowa $R: X^2 \rightarrow P[0,10]$ spełnia warunek (WK), jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\exists \alpha \in R(x,y) \exists \beta \in R(y,z) \exists \gamma \in R(x,z), \quad \gamma = \alpha + \beta - 5.$$

Zgodnie z warunkiem (WK) dla racjonalnego decydenta możliwe jest znalezienie takich przewag $\alpha \in R(x,y)$, $\beta \in R(y,z)$, $\gamma \in R(x,z)$, które łącznie będą tworzyły układ racjonalny, tzn. dla których $\gamma = \alpha + \beta - 5$. Łatwo zauważyć, że warunek (WK) jest słabszy od warunku (K), tzn. spełnienie (K) automatycznie gwarantuje spełnienie (WK). Łatwo też znaleźć przykłady (zob. przykład 3 poniżej) pokazujące, że warunek (K) jest istotnie silniejszy od (WK).

Przykład 1

Niech $R(x,y) = [6,7]$, $R(y,z) = [7,8]$, $R(x,z) = [8,10]$. Łatwo sprawdzić, że w tym przypadku R spełnia warunki (K) i (WK) i że wartości $R_L(x,z) = 8$ nie można zmniejszyć, jeśli chcemy, aby warunek (K) był zachowany (gdyby np. $\alpha = 7 \in R(x,z)$, to nie da się znaleźć $\beta \in R(z,y) = [2,3]$ i $\gamma \in R(x,y) = [6,7]$ takich, że $\gamma = \alpha + \beta - 5 = 2 + \beta$, bo wtedy $2 + \beta \leq 5$). Jeśli jednak weźmiemy pod uwagę warunek (4) oraz wyniki badań empirycznych (przedstawione w pracy [Świtalski, 2001]), to zupełnie naturalne jest oczekiwanie, że zmodyfikowana relacja $R(x,y) = [6,7]$, $R(y,z) = [7,8]$, $R(x,z) = [7,10]$ jest całkowicie do przyjęcia (może być uznana za relację racjonalnego decydenta). Zauważmy bowiem, że wówczas $R_L(x,z) = 7 = \max(R_L(x,y), R_L(y,z))$. Wydaje się więc, że warunek (K) może być (przynajmniej w niektórych przypadkach) zbyt restrykcyjny.

Przykład 2

Rozważmy relację $R(x,y) = [5,10]$, $R(y,z) = [5,10]$, $R(x,z) = \{10\}$ (x jest lepszy lub równoważny y , ale decydent nie potrafi zupełnie określić stopnia przewagi x nad y , podobnie dla pary (y,z) , natomiast x jest zdecydowanie lepszy od z). Łatwo sprawdzić, że relacja ta spełnia warunki (K) i (WK), nie może być jed-

nak, przynajmniej z pewnego punktu widzenia, relacją racjonalnego decydenta. Przyjmuje się bowiem często, że klasyczna relacja ścisłej preferencji P jest negatywnie przechodnia, tzn. jeśli xPz , to musi być prawdą, że albo xPy , albo yPz (dla dowolnych $x, y, z \in X$). Jeśli w rozpatrywanym przypadku przyjmiemy, że $R(x,z) = \{10\}$ oznacza ścisłą preferencję x nad z , to zakładając negatywną przechodniość, musielibyśmy mieć albo $R(x,y) = \{10\}$, albo $R(y,z) = \{10\}$, tymczasem nie jest to prawdą. Wydaje się więc, że w tym przypadku warunek (K) jest zbyt słaby, aby móc odróżnić preferencje racjonalne od nieracjonalnych.

Przykład 3

Załóżmy, że $R(x,y) = \{7\}$, $R(y,z) = \{8\}$, $R(x,z) = [0,10]$ (przewaga x nad y jest równa 7, przewaga y nad z jest równa 8 i decydent jest całkowicie pewien tych wartości, natomiast zupełnie nie umie określić swoich preferencji, jeśli chodzi o parę (x,z)). W tym przypadku możemy uważać preferencje za nieracjonalne. Warunek (K) nie jest w tym przypadku spełniony, ale jest spełniony warunek (WK). Przykład ten pokazuje, że warunek (WK) jest zbyt słaby do odróżnienia preferencji racjonalnych od nieracjonalnych.

5.3. Warunki 3Q-racjonalności dla relacji przedziałowych

Przykłady 1-3 pokazują, że w niektórych przypadkach warunki (K) i (WK) nie najlepiej odróżniają relacje, które chcielibyśmy uznać (albo decydent chciałby uznać) za racjonalne od relacji, które możemy uważać za nieracjonalne. Oczywiście możemy przyjmować różne kryteria racjonalności, a poza tym relacje, które w jednych sytuacjach decyzyjnych uznamy za racjonalne, w innych mogą okazać się nieracjonalne. Może to zależeć od rodzaju problemu, oczekiwań w stosunku do decydenta, stopnia strukturalizacji problemu. Możemy np. zakładać, że w problemach słabo ustrukturalizowanych (tzn. takich, w których warianty są nie do końca precyzyjnie określone, występuje dużo niepewności, a decydent ma nie do końca sprecyzowane oczekiwania) będziemy przyjmowali łagodniejsze (słabsze) warunki racjonalności, a w problemach dobrze ustrukturalizowanych – silniejsze.

Rozwiązaniem problemu nie jest więc znalezienie jakichś uniwersalnych warunków racjonalności, które okazałyby się „lepsze” od warunków typu (K) lub (WK), ale raczej o zdefiniowanie w miarę szerokiej klasy warunków, która

zawierałaby, jako szczególne przypadki, m.in. warunki typu (K) lub (WK) (lub inne podobne).

Zdefiniujemy w tym celu bardzo ogólne warunki, które nazywamy warunkami typu 3Q (*three quantifiers*), które w zależności od sytuacji mogą służyć jako pewne normy racjonalności dla relacji przedziałowych.

W warunkach tych liniowy warunek racjonalności postaci $\gamma = \alpha + \beta - 5$ zastępujemy przez ogólniejsze warunki postaci $(\alpha, \beta, \gamma) \in C$, gdzie C jest pewnym abstrakcyjnym zbiorem trójek (stopni preferencji dla par, odpowiednio (x, y) , (y, z) , (x, z)) uznanych przez decydenta (analityka) za „racjonalne”. Przed podaniem tych warunków sformułujemy dwie niezbędne definicje.

Definicja 5

Niech $(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 10]^3$. T-transformacją trójki (α, β, γ) nazywamy każdą trójkę postaci (α, β, γ) , $(\gamma, 10 - \beta, \alpha)$, $(10 - \alpha, \gamma, \beta)$, $(\beta, 10 - \gamma, 10 - \alpha)$, $(10 - \gamma, \alpha, 10 - \beta)$, $(10 - \beta, 10 - \alpha, 10 - \gamma)$.

Definicja 6

Zbiór $C \subset [0, 10]^3$ nazywa się zbiorem racjonalności, jeśli wraz z każdą trójką (α, β, γ) zawiera on również wszystkie T-transformacje trójki (α, β, γ) .

Zbiór C występujący w definicji 6 interpretujemy jako zbiór trójek (α, β, γ) uznanych przez analityka lub decydenta w pewnym problemie decyzyjnym za „racjonalne” (niezawierające sprzeczności). Oznacza to, że jeśli rozważamy pewną trójkę wariantów (x, y, z) i okaże się, że $R(x, y) = \alpha$, $R(y, z) = \beta$, $R(x, z) = \gamma$ oraz $(\alpha, \beta, \gamma) \in C$, to trójkę (x, y, z) uznajemy za racjonalną. Relację R uznamy za racjonalną, jeśli $(R(x, y), R(y, z), R(x, z)) \in C$ dla dowolnych $x, y, z \in X$. Definicja 5 jest potrzebna, aby uniezależnić racjonalność od permutowania wariantów x, y, z . Jeśli np. mamy ciąg $(R(x, y), R(y, z), R(x, z)) = (\alpha, \beta, \gamma)$ odpowiadający ciągowi (x, y, z) , to ciąg $(\gamma, 10 - \beta, \alpha) = (R(x, z), 10 - R(y, z), R(x, y)) = (R(x, z), R(z, y), R(x, y))$ odpowiada permutacji (x, z, y) ciągu (x, y, z) . Przyjmujemy, że racjonalność trójki (x, y, z) automatycznie implikuje racjonalność trójki (x, z, y) (i dowolnej innej permutacji wyjściowej trójki (x, y, z)), a więc jeśli $(\alpha, \beta, \gamma) \in C$, to również powinno być $(\gamma, 10 - \beta, \alpha) \in C$ (i to samo dotyczy innych T-transformacji trójki (α, β, γ)).

Przykład 4

Niech zbiór C będzie zdefiniowany następująco:

$$C = \{(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 10]^3 : \gamma = \alpha + \beta - 5\}.$$

Łatwo można sprawdzić, że wszystkie T-transformacje trójek ze zbioru C również należą do tego zbioru (spełniają odpowiednie równanie). Zbiór C jest więc zbiorem racjonalności generowanym przez liniowy warunek występujący w definicjach własności Krejci (K) i (WK).

Przykład 5

Definiujemy zbiór:

$$FG(5) = \{(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 10]^3 : \alpha, \beta \geq 5 \wedge F(\alpha, \beta) \leq \gamma \leq G(\alpha, \beta)\},$$

gdzie F i G są funkcjami występującymi w definicji 1. Niech $FG = T(FG(5))$ będzie zbiorem wszystkich T-transformacji wszystkich trójek ze zbioru $FG(5)$. Wówczas FG jest zbiorem trójek (α, β, γ) wyznaczających relacje FG -przechodnie, tzn. relacje takie, że $\forall x, y, z \in X, (R(x, y), R(y, z), R(x, z)) \in FG$.

Każdy zbiór racjonalności wyznacza pewne warunki racjonalności, które mogą być przedstawione za pomocą następujących definicji.

Definicja 7

Relacja przedziałowa R nazywa się relacją (3U, C)-racjonalną, jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\forall \alpha \in R(x, y) \forall \beta \in R(y, z) \forall \gamma \in R(x, z), (\alpha, \beta, \gamma) \in C. \quad (7)$$

Warunek (3U, C)-racjonalności (*three universal quantifiers*) jest podobny do warunków (K) i (WK), ale używamy tutaj trzech ogólnych kwantyfikatorów, a liniowy warunek $\gamma = \alpha + \beta - 5$ zastępujemy ogólnym warunkiem racjonalności $(\alpha, \beta, \gamma) \in C$.

Warunek (7) oznacza, że jeśli dla decydenta możliwy jest stopień przewagi x nad y równy α , możliwy jest stopień przewagi y nad z równy β i możliwy jest stopień przewagi x nad z równy γ , to trójka (α, β, γ) spełnia kryterium racjonalności wyznaczone przez zbiór C .

Podobnie definiujemy relacje (2U, C)-racjonalne (*two universal quantifiers*) oraz (1U, C)-racjonalne (*one universal quantifier*).

Definicja 8

Relacja przedziałowa R nazywa się relacją (2U, C)-racjonalną, jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\forall \alpha \in R(x, y) \forall \beta \in R(y, z) \exists \gamma \in R(x, z), (\alpha, \beta, \gamma) \in C. \quad (8)$$

Definicja 9

Relacja przedziałowa R nazywa się relacją $(1U, C)$ -racjonalną, jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\forall \alpha \in R(x, y) \exists \beta \in R(y, z) \exists \gamma \in R(x, z), (\alpha, \beta, \gamma) \in C. \quad (9)$$

$(1U, C)$ -racjonalność w przypadku warunku liniowego (bierzemy zbiór C taki jak w przykładzie 4) jest równoważna warunkowi (K).

Jeśli użyjemy trzech kwantyfikatorów szczegółowych, to otrzymujemy definicję relacji $(3E, C)$ -racjonalnych (*three existential quantifiers*).

Definicja 10

Relacja przedziałowa R nazywa się relacją $(3E, C)$ -racjonalną, jeśli dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$\exists \alpha \in R(x, y) \exists \beta \in R(y, z) \exists \gamma \in R(x, z), (\alpha, \beta, \gamma) \in C. \quad (10)$$

Warunek $(3E, C)$ -racjonalności w przypadku warunku liniowego jest równoważny warunkowi (WK).

Łatwo można udowodnić następujące fakty.

Stwierdzenie 1

Jeśli C jest dowolnym zbiorem racjonalności, to między warunkami z definicji 7-10 zachodzą następujące zależności:

$$(3U, C) \Rightarrow (2U, C) \Rightarrow (1U, C) \Rightarrow (3E, C).$$

Mamy więc (dla danego zbioru C) hierarchię warunków racjonalności – począwszy od najsilniejszego warunku $(3U, C)$, aż do najsłabszego $(3E, C)$.

Stwierdzenie 2

Jeśli $C_1 \subset C_2$, to:

$$(3U, C_1) \Rightarrow (3U, C_2),$$

$$(2U, C_1) \Rightarrow (2U, C_2),$$

$$(1U, C_1) \Rightarrow (1U, C_2),$$

$$(3E, C_1) \Rightarrow (3E, C_2).$$

Stwierdzenie 2 mówi, że im mniejszy zbiór racjonalności, tym silniejszy warunek określony za pomocą definicji 7-10.

Stwierdzenia 1 i 2 pokazują, że zwiększając lub zmniejszając liczbę kwantyfikatorów w definicji racjonalności, a także zmniejszając lub zwiększając (w sensie mnogościowym) zbiór racjonalności C , możemy otrzymywać silniejsze lub słabsze warunki racjonalności. Najsilniejsze są oczywiście warunki $(3U, C)$ dla „małych” zbiorów C (np. określonych za pomocą warunku liniowego), a naj słabsze warunki typu $(3E, C)$ dla „dużych” zbiorów C (np. określonych za pomocą funkcji F i G takich, że F ma wartości bliskie 0, a G – wartości bliskie 10).

5.4. Charakteryzacja warunków $(3U, C)$ i $(2U, C)$

Okazuje się, że warunki $(3U, C)$ i $(2U, C)$ można w niektórych przypadkach dosyć łatwo scharakteryzować w sposób umożliwiający ich proste sprawdzanie. W tym celu zdefiniujemy najpierw tzw. C -przekroje oraz zbiory przedziałowo monotoniczne.

Definicja 11

Niech $C \subset [0, 10]^3$ będzie zbiorem racjonalności. C -przekrojem zbioru C wyznaczonym przez $\alpha, \beta \in [0, 10]$ nazywamy zbiór $C(\alpha, \beta) = \{\gamma \in [0, 10]: (\alpha, \beta, \gamma) \in C\}$.

Definicja 12

Zbiór racjonalności $C \subset [0, 10]^3$ nazywa się zbiorem przedziałowo monotonicznym, jeśli:

1. $C(\alpha, \beta)$ jest przedziałem domkniętym dla $\forall \alpha, \beta \in [0, 10]$,
2. $\alpha_1 \leq \alpha_2 \wedge \beta_1 \leq \beta_2 \Rightarrow C(\alpha_1, \beta_1) \subseteq C(\alpha_2, \beta_2)$ dla dowolnych $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in [0, 10]$.

Przedziałowa monotoniczność oznacza, że przekroje $C(\alpha, \beta)$ są przedziałami domkniętymi, które przesuwają się na prawo przy zwiększaniu parametrów α i β .

Przykład 6

Jeśli funkcje F i $G: [0, 10]^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ są funkcjami niemalejącymi ze względu na każdy z argumentów $\alpha, \beta \in [0, 10]$ oraz C jest zbiorem racjonalności zdefiniowanym w przykładzie 5 i $\alpha, \beta \geq 5$, to:

$$C(\alpha, \beta) = \{\gamma \in [0, 10]: F(\alpha, \beta) \leq \gamma \leq G(\alpha, \beta)\}.$$

Oczywiście tak zdefiniowane zbiory $C(\alpha, \beta)$ spełniają warunki 1 i 2 z definicji 12. Niestety, jeśli $\alpha < 5$ lub $\beta < 5$, to nie zawsze zbiory $C(\alpha, \beta)$ będą speł-

niały te warunki, a więc zbiór $C = FG$ nie zawsze musi być przedziałowo monotoniczny. Można udowodnić, że zbiorem przedziałowo monotonicznym jest np. zbiór $C = ML$, tzn. zbiór racjonalności wyznaczony przez funkcje $M(\alpha, \beta) = \max(\alpha, \beta)$ oraz $L(\alpha, \beta) = \alpha + \beta - 5$.

Podamy teraz charakteryzacje warunków $(3U, C)$ oraz $(2U, C)$ dla przedziałowo monotonicznych zbiorów racjonalności C .

Twierdzenie 1

Jeśli C jest zbiorem przedziałowo monotonicznym, to relacja przedziałowa R jest $(3U, C)$ -racjonalna wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$R(x, z) \subset C(R_L(x, y), R_L(y, z)) \cap C(R_P(x, y), R_P(y, z)). \quad (11)$$

Twierdzenie 1 głosi, że aby sprawdzić, czy spełniony jest warunek $(3U, C)$, wystarczy, dla dowolnej trójki wariantów (x, y, z) , znaleźć C -przekroje wyznaczone przez lewe i prawe końce przedziałów $R(x, y)$ i $R(y, z)$ oraz sprawdzić, czy przedział $R(x, z)$ zawiera się we wspólnej części tych przekrojów. Przy tym z definicji 7 wynika, że wystarczy to zrobić tylko dla permutacji (x, y, z) wariantów x, y, z (w definicji 7 mamy układ trzech kwantyfikatorów ogólnych, więc ich kolejność nie ma znaczenia). Mamy więc do sprawdzenia tylko jedno zawieranie dla dowolnej trójki $\{x, y, z\}$.

Dowód twierdzenia 1

Łatwo można sprawdzić, że warunek (7) z definicji $(3U, C)$ -racjonalności (definicja 7) jest równoważny warunkowi:

$$R(x, z) \subset \cap C(\alpha, \beta) (\alpha \in R(x, y), \beta \in R(y, z)), \quad (12)$$

(przedział $R(x, z)$ zawiera się we wspólnej części wszystkich przedziałów $C(\alpha, \beta)$, gdzie $\alpha \in R(x, y)$ i $\beta \in R(y, z)$). Widać, że warunek (12) jest silniejszy od warunku (11), wystarczy więc udowodnić, że z warunku (11) wynika warunek (12).

Załóżmy więc, że spełniony jest warunek (11) i niech $C(\alpha, \beta)$ będzie C -przekrojem wyznaczonym przez pewne liczby $\alpha \in R(x, y) = [R_L(x, y), R_P(x, y)]$ i $\beta \in R(y, z) = [R_L(y, z), R_P(y, z)]$. Mamy więc:

$$R_L(x, y) \leq \alpha \leq R_P(x, y), \quad (13)$$

$$R_L(y, z) \leq \beta \leq R_P(y, z). \quad (14)$$

Na podstawie (13) i (14) oraz monotoniczności zbioru C otrzymujemy:

$$C(R_L(x,y), R_L(y,z)) \leq C(\alpha, \beta) \leq C(R_P(x,y), R_P(y,z)).$$

Stąd dla prawych i lewych końców odpowiednich przedziałów mamy nierówności:

$$C_P(R_L(x,y), R_L(y,z)) \leq C_P(\alpha, \beta), \quad (15)$$

$$C_L(\alpha, \beta) \leq C_L(R_P(x,y), R_P(y,z)). \quad (16)$$

Z warunku (11) wynika, że spełnione są zawierania:

$$R(x,z) \subset C(R_L(x,y), R_L(y,z)), \quad (17)$$

$$R(x,z) \subset C(R_P(x,y), R_P(y,z)), \quad (18)$$

z których wynikają nierówności:

$$R_P(x,z) \leq C_P(R_L(x,y), R_L(y,z)), \quad (19)$$

$$R_L(x,z) \geq C_L(R_P(x,y), R_P(y,z)). \quad (20)$$

Na podstawie (15) i (19), a także (16) i (20) otrzymujemy:

$$R_P(x,z) \leq C_P(\alpha, \beta), \quad (21)$$

$$R_L(x,z) \geq C_L(\alpha, \beta). \quad (22)$$

Ponieważ $R(x,z)$ oraz $C(\alpha, \beta)$ są przedziałami domkniętymi, więc ostatecznie z (21) i (22) otrzymujemy $R(x,z) \subset C(\alpha, \beta)$. Ponieważ α, β były wybrane dowolnie, oznacza to, że spełniony jest warunek (12), co kończy dowód twierdzenia 1.

Twierdzenie 2

Jeśli C jest zbiorem przedziałowo monotonicznym, to relacja przedziałowa R jest $(2U, C)$ -racjonalna wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych $x, y, z \in X$ zachodzi:

$$R(x,z) \cap C(R_L(x,y), R_L(y,z)) \neq \emptyset, \quad (23)$$

$$R(x,z) \cap C(R_P(x,y), R_P(y,z)) \neq \emptyset. \quad (24)$$

Z definicji 2 wynika, że $R(x,z) \neq \emptyset$ i w tym przypadku warunek (11) jest oczywiście silniejszy od warunków (23) i (24). Warunki (23) i (24) oznaczają, że przedział $R(x,z)$ ma niepusty przekrój z C -przekrojami wyznaczonymi przez lewe i prawe końce przedziałów $R(x,y)$ i $R(y,z)$. Niestety w tym przypadku dla dowolnej trójki $\{x,y,z\}$ musimy sprawdzić 6 warunków odpowiadających permutacjom (x,y,z) , (y,z,x) oraz (z,x,y) (po dwa warunki postaci (23) i (24) odpowiadające każdej z tych permutacji).

Dowód twierdzenia 2

Łatwo można sprawdzić, że warunek (8) z definicji $(2U, C)$ -racjonalności (definicja 8) jest równoważny warunkowi:

$$\forall \alpha \in R(x, y) \forall \beta \in R(y, z), R(x, z) \cap C(\alpha, \beta) \neq \emptyset. \quad (25)$$

Widać, że warunek (25) jest silniejszy od warunków (23) i (24), wystarczy więc udowodnić, że z warunków (23) i (24) wynika warunek (25).

Załóżmy więc, że spełnione są warunki (23) i (24) i weźmy dowolne $\alpha \in R(x, y)$ i $\beta \in R(y, z)$. Z warunków (23) i (24) wynika, że:

$$R_L(x, z) \leq C_P(R_L(x, y), R_L(y, z)), \quad (26)$$

$$R_P(x, z) \geq C_L(R_P(x, y), R_P(y, z)). \quad (27)$$

Podobnie jak w poprzednim dowodzie spełnione są nierówności (15) i (16). Na podstawie (15) i (26) otrzymujemy $R_L(x, z) \leq C_P(\alpha, \beta)$, a na podstawie (16) i (27) otrzymujemy $C_L(\alpha, \beta) \leq R_P(x, z)$. Wynika stąd, że $R(x, z) \cap C(\alpha, \beta) \neq \emptyset$. Otrzymaliśmy więc (25), co kończy dowód twierdzenia 2.

Przykład 7

Niech $R(x, y) = [R_L(x, y), R_P(x, y)] = [6, 7]$ oraz $R(y, z) = [R_L(y, z), R_P(y, z)] = [7, 8]$. Załóżmy, że $C = ML$, tzn. zbiór racjonalności C jest wyznaczony za pomocą niemalejących funkcji $M(\alpha, \beta) = \max(\alpha, \beta)$ oraz $L(\alpha, \beta) = \alpha + \beta - 5$. Wówczas $C(R_L(x, y), R_L(y, z)) = C(6, 7) = [\max(6, 7), 6 + 7 - 5] = [7, 8]$, $C(R_P(x, y), R_P(y, z)) = C(7, 8) = [\max(7, 8), 7 + 8 - 5] = [8, 10]$. Warunkiem zachodzenia $(3U, ML)$ -racjonalności jest więc (na podstawie twierdzenia 1) zawieranie:

$$R(x, z) \subset [7, 8] \cap [8, 10] = \{8\}.$$

Wynika stąd, że aby relacja R była $(3U, ML)$ -racjonalna, musi być $R(x, z) = \{8\}$. Widać więc, że warunek $(3U, ML)$ jest bardzo silny. Na podstawie badań empirycznych [Świtalski, 2001] można wnioskować, że przedział $R(x, z)$ powinien być znacznie większy, np. $[7, 10]$ lub jeszcze szerszy.

Przykład 8

Aby osłabić warunek $(3U, ML)$ i bardziej dostosować go do wyników badań empirycznych, moglibyśmy osłabić warunki ML . Moglibyśmy np. przyjąć, że ze względu na nieokreśloność i niedokładność preferencji przedziały, w których zawarte są stopnie przewagi, powinny być rozszerzone o jakiś przedział toleran-

cji $[-\varepsilon, +\varepsilon]$. W związku z tym zamiast funkcji M i L moglibyśmy rozważać funkcje postaci:

$$M_\varepsilon(\alpha, \beta) = \max(\alpha, \beta) - \varepsilon,$$

$$L_\varepsilon(\alpha, \beta) = \alpha + \beta - 5 + \varepsilon.$$

Niech np. $\varepsilon = 1$ i $C = M_\varepsilon L_\varepsilon$. Jeśli tak jak poprzednio $R(x, y) = [6, 7]$ i $R(y, z) = [7, 8]$, to:

$$C(R_L(x, y), R_L(y, z)) = [6, 9],$$

$$C(R_P(x, y), R_P(y, z)) = [7, 10].$$

Zbiór $C = M_\varepsilon L_\varepsilon$ nie zawsze musi być przedziałowo monotoniczny, ale okazuje się, że w przypadku podanej relacji R warunki (11) gwarantują $(3U, M_\varepsilon L_\varepsilon)$ -racjonalność. A więc jeśli warunek $(3U, M_\varepsilon L_\varepsilon)$ miałby być spełniony, to:

$$R(x, z) \subset [6, 9] \cap [7, 10] = [7, 9].$$

Przykład 9

Możemy postarać się osłabić warunek $(3U, ML)$, zmniejszając liczbę kwantyfikatorów ogólnych (i ewentualnie zastępując zbiór racjonalności ML zbiorem $M_\varepsilon L_\varepsilon$). Jeśli $R(x, y) = [6, 7]$ i $R(y, z) = [7, 8]$ i chcemy, żeby spełnione były warunki $(2U, ML)$, to na podstawie twierdzenia 2 $R(x, z)$ musi być takie, aby:

$$R(x, z) \cap C(R_L(x, y), R_L(y, z)) \neq \emptyset,$$

$$R(x, z) \cap C(R_L(x, y), R_L(y, z)) \neq \emptyset,$$

czyli (zob. przykład 7):

$$R(x, z) \cap [7, 8] \neq \emptyset,$$

$$R(x, z) \cap [8, 10] \neq \emptyset.$$

Sprawdzając podobne warunki dla permutacji (y, z, x) oraz (z, x, y) , otrzymujemy maksymalny możliwy przedział dla $R(x, z)$ równy $[8, 9]$. W przypadku warunku $(2U, M_\varepsilon L_\varepsilon)$ przedział ten jest równy $[7, 10]$. Okazuje się więc, że warunek $(2U, M_\varepsilon L_\varepsilon)$ jest dosyć dobrym warunkiem racjonalności zgodnym z intuicją i wynikami badań empirycznych.

Podsumowanie

W artykule została przedstawiona szeroka klasa warunków zgodności (racjonalności, przechodniości) dla relacji przedziałowych spełniających warunek ipsodualności (6). Warunki te są daleko idącym uogólnieniem warunków (K)

i (WK) z pracy [Krejci, 2017], a także warunków FG -przechodniości dla relacji punktowych [Świtalski, 2003]. Warunki te zależą od przyjętych norm racjonalności wyznaczonych przez zbiór racjonalności C i mogą być dobierane w zależności od rodzaju sytuacji decyzyjnej, rodzaju preferencji decydenta i celu, jakiemu ma służyć analiza decyzyjna. Silniejsze warunki można otrzymywać, zwiększając liczbę kwantyfikatorów ogólnych lub zmniejszając zbiór C . Wydaje się, że w typowych sytuacjach warunki typu $(2U, M_e L_e)$ mogą dosyć dobrze spełniać nasze oczekiwania związane z „racjonalnością” (są w miarę zgodne z intuicją i wynikami badań empirycznych). Udowodnione twierdzenia charakterystyczne (twierdzenia 1 i 2) pozwalają dosyć łatwo sprawdzać warunki typu $(3U, C)$ oraz $(2U, C)$. Problemem pozostaje charakteryzacja warunków $(1U, C)$ i $(3E, C)$ (w pracy [Krejci, 2017] została podana charakteryzacja warunków $(1U, C)$ w przypadku liniowego warunku racjonalności).

Literatura

- Bezdek J.C., Spillman B., Spillman R. (1979), *Fuzzy Relation Spaces for Group Decision Theory: An Application*, “Fuzzy Sets and Systems”, Vol. 2, s. 5-14.
- Bilgic T. (1998), *Interval-valued Preference Structures*, “European Journal of Operational Research”, Vol. 105, s. 162-183.
- Blin J.M., Whinston A.B. (1973), *Fuzzy Sets and Social Choice*, “Journal of Cybernetics”, Vol. 3, s. 28-36.
- Dong Y., Li C.-C., Chiclana F., Herrera-Viedma E. (2016), *Average-case Consistency Measurement and Analysis of Interval-valued Reciprocal Preference Relations*, “Knowledge-Based Systems”, Vol. 114, s. 108-117.
- Krejci J. (2017), *On Additive Consistency of Interval Fuzzy Preference Relations*, “Computers & Industrial Engineering”, Vol. 107, s. 128-140.
- Nermend K. (2017), *Metody analizy wielokryterialnej i wielowymiarowej we wspomaganii decyzji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Roy B. (1990), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Świtalski Z. (2001), *Transitivity of Fuzzy Preference Relations – An Empirical Study*, “Fuzzy Sets and Systems”, Vol. 118, s. 503-508.
- Świtalski Z. (2002), *Miękkie modele preferencji i ich zastosowania w ekonomii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Świtalski Z. (2003), *General Transitivity Conditions for Fuzzy Reciprocal Preference Matrices*, “Fuzzy Sets and Systems”, Vol. 137, s. 85-100.

Tanino T. (1984), *Fuzzy Preference Orderings in Group Decision Making*, "Fuzzy Sets and Systems", Vol. 12, s. 117-131.

Xu Y., Wang H., Yu D. (2014), *Weak Transitivity of Interval-valued Fuzzy Relations*, "Knowledge-Based Systems", Vol. 63, s. 24-32.

Część II



ANALIZY WIELOKRYTERIALNE

Zróżnicowanie państw Unii Europejskiej w kontekście eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017

Anna Iwacewicz-Orłowska¹, Dorota Sokołowska²

Wprowadzenie

Realizacja koncepcji zrównoważonego rozwoju wymaga osiągnięcia spójności w ramach trzech podstawowych elementów: wzrostu gospodarczego, inkluzji społecznej oraz ochrony środowiska naturalnego. Elementy te są wzajemnie ze sobą połączone i niezbędne dla osiągnięcia dobrobytu społecznego. Ostatnim, kluczowym, ogólnosiwiatowym działaniem w kierunku realizacji założeń zrównoważonego rozwoju było przyjęcie przez 193 państwa członkowskie Organizacji Narodów Zjednoczonych nowej Agendy Zrównoważonego Rozwoju pt. *Przekształcanie naszego świata: Agenda na Rzecz Zrównoważonego Rozwoju – 2030*. Dokument ten określił 17 celów i 169 zadań zrównoważonego rozwoju o charakterze globalnym, które z założenia powinny zostać osiągnięte przez świat do 2030 r. Cele te to efekt kilkuletniej współpracy w ramach przejrzystego procesu ich opracowywania, w którym wzięli udział wszyscy interesariusze. Obejmują one osiągnięcia w ramach pięciu obszarów – tzw. 5xP, którymi są: ludzie (*people*), planeta (*planet*), dobrobyt (*prosperity*), pokój (*peace*), partnerstwo (*partnership*). Cele obejmują szeroki zakres wyzwań, takich jak ubóstwo, głód, zdrowie, edukacja, równość płci, zmiany klimatu, zrównoważony rozwój, pokój, sprawiedliwość społeczna. Zastąpiły one Milenijne Cele Rozwoju, których okres realizacji przypadał na lata 2000-2015 [United Nations, b.r.]. Nowe Cele Zrównoważonego Rozwoju zostały przedstawione w tabeli II.1.

¹ Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku, Wydział Nauk Ekonomicznych, Katedra Ekonomii i Finansów, anna.orlowska@wsfiz.edu.pl.

² Wyższa Szkoła Wychowania Fizycznego i Turystyki w Białymstoku, d.sokolowska@wsffit.com.pl.

Tabela II.1. Cele Zrównoważonego Rozwoju

Numer	Nazwa celu
1	Wyeliminować ubóstwo we wszystkich jego formach na całym świecie
2	Wyeliminować głód, osiągnąć bezpieczeństwo żywnościowe i lepsze odżywianie oraz promować zrównoważone rolnictwo
3	Zapewnić wszystkim ludziom w każdym wieku zdrowe życie oraz promować dobrobyt
4	Zapewnić wszystkim edukację wysokiej jakości oraz promować uczenie się przez całe życie
5	Osiągnąć równość płci oraz wzmocnić pozycję kobiet i dziewcząt
6	Zapewnić wszystkim ludziom dostęp do wody i warunków sanitarnych poprzez zrównoważoną gospodarkę zasobami wodnymi
7	Zapewnić wszystkim dostęp do źródeł stabilnej, zrównoważonej i nowoczesnej energii po przystępnej cenie
8	Promować stabilny, zrównoważony i inkluzyjny wzrost gospodarczy, pełne i produktywne zatrudnienie oraz godną pracę dla wszystkich ludzi
9	Budować stabilną infrastrukturę, promować zrównoważone uprzemysłowienie oraz wspierać innowacyjność
10	Zmniejszyć nierówności w krajach i między krajami
11	Uczynić miasta i osiedla ludzkie bezpiecznymi, stabilnymi, zrównoważonymi oraz sprzyjającymi włączeniu społecznemu
12	Zapewnić wzorce zrównoważonej konsumpcji i produkcji
13	Podjąć pilne działania w celu przeciwdziałania zmianom klimatu i ich skutkom
14	Chronić oceany, morza i zasoby morskie oraz wykorzystywać je w sposób zrównoważony
15	Chronić, przywrócić oraz promować zrównoważone użytkowanie ekosystemów lądowych, zrównoważone gospodarowanie lasami, zwalczać pustoszenie, powstrzymać i odwracać proces degradacji gleby oraz powstrzymać utratę różnorodności biologicznej
16	Promować pokojowe i inkluzywne społeczeństwa, zapewnić wszystkim ludziom dostęp do wymiaru sprawiedliwości oraz budować na wszystkich szczeblach skuteczne i odpowiedzialne instytucje, sprzyjające włączeniu społecznemu
17	Wzmocnić środki wdrażania i ożywić globalne partnerstwo na rzecz zrównoważonego rozwoju

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: United Nations [b.r.].

Stopień realizacji celów i zadań jest monitorowany odpowiednimi wskaźnikami. W Polsce za ich monitoring odpowiada Główny Urząd Statystyczny.

W prezentowanym artykule skupiono się na analizie trzech z wymienionych 17 Celów Zrównoważonego Rozwoju, skoncentrowanych na problemie eliminacji ubóstwa. Są to: Cel 1 – Koniec z ubóstwem, Cel 10 – Mniej nierówności oraz Cel 11 – Zrównoważone miasta i społeczności. Wagę ich podkreśla jedno z podstawowych wyzwań zrównoważonego rozwoju, jakim jest zlikwidowanie ubóstwa we wszystkich jego formach. Badania pokazują, iż w latach 1990-2010 nierówności dochodowe w państwach rozwijających się wzrosły średnio o 11%, a rozkład dochodów społeczeństw w tych państwach jest bardziej nierównomiernie rozłożony niż 30 lat temu. Ponadto ponad 800 mln osób nadal żyje w skrajnym ubóstwie, czyli za 1 USD dziennie [D'Ambrosio, Clark, Ghislandi, 2016; Jiang, Ekono, Skinner, 2016; Fosu, 2017].

Literatura przedmiotu zawiera bardzo dużo definicji ubóstwa. Najczęściej – traktowane jako pojęcie ekonomiczne – jest ono definiowane jako brak wystar-

czających środków materialnych dla zaspokojenia potrzeb jednostki, w szczególności w zakresie jedzenia, mieszkania, ubrania, transportu itp. [Bhalla, Lapeyre, 2016].

1.1. Zmienne diagnostyczne oraz zastosowanie metody TOPSIS

W ramach wymienionych celów analizie poddano 17 wybranych wskaźników podzielonych następnie na stymulanty i destymulanty. Tak jak nazwa wskazuje, stymulanty przyczyniają się do zmniejszenia zjawiska ubóstwa, destymulanty działają przeciwnie. Z punktu widzenia tworzonego rankingu stymulanty powodują przesunięcie się państwa ku „czołówce”, natomiast destymulanty obniżają pozycję państwa w rankingu. Intuicyjny podział wskaźników na stymulujące i destymulujące został potwierdzony statystycznie.

Tabela II.2. Wskaźniki wykorzystane w analizie z podziałem na stymulanty i destymulanty

Numer wskaźnika	Opis	Jednostka
1	2	3
sdg_01_10	Ludność zagrożona ubóstwem lub wykluczeniem społecznym	%
sdg_01_20	Ludność zagrożona ubóstwem dochodowym po transferach socjalnych	%
sdg_01_30	Ludność poważnie upośledzona materialnie	%
sdg_01_40	Ludność mieszkająca w gospodarstwach domowych o bardzo niskiej intensywności pracy	% całkowitej populacji w wieku poniżej 60 lat
sdg_01_41	Wskaźnik ludności pracującej zagrożonej ubóstwem	% zatrudnionych osób w wieku 18 lat lub starszych
sdg_01_60	Ludność mieszkająca w mieszkaniu z nieszczelnym dachem, wilgotnymi ścianami, podłogami lub podłożem lub zbutwiałymi ramami okiennymi według statusu ubóstwa	% ludności
sdg_03_60	Zgłoszona niezaspokojona potrzeba badania lekarskiego i opieki według płci	% populacji w wieku 16 lat i więcej
sdg_06_10	Ludność nieposiadająca wanny, prysznic, splukiwanej toalety w swoim gospodarstwie domowym według statusu ubóstwa	% ludności
sdg_07_60	Ludność niezdolna do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła według statusu ubóstwa	% ludności
sdg_10_10	Skorygowana siła nabywczą PKB na jednego mieszkańca	Rzeczywiste wydatki na jednego mieszkańca (w PPS_EU28)
sdg_10_20	Skorygowany dochód dyspozycyjny brutto gospodarstw domowych na jednego mieszkańca	Standard siły nabywczej (PPS) na jednego mieszkańca
sdg_10_30	Względna mediana luki zagrożenia ubóstwem	% próg dystansu do ubóstwa

cd. tabeli II.2

1	2	3
sdg_10_41	Dystrybucja dochodów	Wskaźnik udziału kwantylu
sdg_10_50	Udział dochodu dolnego 40% populacji	% dochodu
sdg_11_10	<i>Wskaźnik przełudnienia według stanu ubóstwa</i>	<i>% ludności</i>
sdg_11_20	<i>Ludność mieszkająca w gospodarstwach domowych cierpiąca na hałas, według statusu ubóstwa</i>	<i>% ludności</i>
sdg_16_20	<i>Ludność zgłaszająca występowanie przestępczości, przemocy lub wandalizmu na swoim obszarze według statusu ubóstwa</i>	<i>% ludności</i>

Stymulanty i destymulanty oznaczono kursywą.

Źródło: Opracowanie własne.

Pierwszą z najpopularniejszych metod wielokryterialnego wspomaganie decyzji zastosowaną w artykule jest zaproponowany przez S.J. Chena oraz C.L. Hwanga [1992] klasyczny algorytm TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*). W metodzie tej analizę poziomu badanego zjawiska, przy użyciu zbioru wskaźników, zastępuje się analizą zagregowanej wielkości nazywanej miernikiem syntetycznym. Jego konstrukcja polega na wyznaczeniu odległości każdego wielocechowego obiektu (państwa) od wzorca i antywzorca. Efektem jest liniowe uporządkowanie obiektów (państw) pod kątem analizowanego zjawiska ubóstwa. W trakcie budowy rankingu zostaje stworzone abstrakcyjne państwo idealne (wzorzec) i antyidealne (antyzorzec). Efektem końcowym jest wyznaczenie rankingu państw, który wymaga (przy uwzględnieniu wag kryteriów i normalizacji oraz wybranej metryce) obliczenia odległości od rozwiązań wzorcowych i znalezienia wartości miernika syntetycznego, pozwalającego na utworzenie uporządkowania końcowego [Trzaskalik, 2014].

Przy wyznaczaniu miernika syntetycznego metodą TOPSIS wyróżnia się następujące etapy postępowania [Hwang, Yoon, 1981; Roszkowska, 2009]:

1. Konstrukcja macierzy danych X_{ik} , gdzie x_{ik} jest wartością k -tego wskaźnika ($k = 1, 2, \dots, 17$), dla i -tego państwa ($i = 1, 2, \dots, 28$).
2. Normalizacja wartości zmiennych zgodnie z procedurą:
 - dla stymulant:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \min_i \{x_{ik}\}}{\max_i \{x_{ik}\} - \min_i \{x_{ik}\}}, \quad (1)$$

– dla destymulant:

$$z_{ik} = \frac{\max_i \{x_{ik}\} - x_{ik}}{\max_i \{x_{ik}\} - \min_i \{x_{ik}\}}, \quad (2)$$

gdzie:

$\max_i \{x_{ik}\}$ – maksymalna wartość k -tego wskaźnika,

$\min_i \{x_{ik}\}$ – minimalna wartość k -tego wskaźnika.

3. Wyznaczenie znormalizowanej macierzy z uwzględnieniem wektora wag, której wartości obliczono według wzoru:

$$v_{ik} = w_k z_{ik}, \quad (3)$$

gdzie w_k jest wagą k -tego wskaźnika, $w_k = \frac{V_k}{\sum V_k}$, $\sum w_k = 1$.

4. Wskazanie rozwiązania idealnego (wzorca) $v^+ = \{v_1^+, v_2^+, \dots, v_k^+\}$ oraz antyidealnego (antywzorca) $v^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_k^-\}$, zgodnie z formułą:
 $v_k^+ = \max_i \{x_{ik}\}$, $v_k^- = \min_i \{x_{ik}\}$.

5. Obliczenie odległości euklidesowej od wzorca oraz antywzorca zgodnie ze wzorami:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1} (v_{ik} - v_k^+)^2} \text{ i } d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1} (v_{ik} - v_k^-)^2}. \quad (4)$$

6. Wyznaczenie wartości syntetycznego miernika zgodnie z formułą:

$$q_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, \text{ dla } i = 1, 2, \dots, 28. \quad (5)$$

Wartość syntetycznego miernika q_i mieści się w przedziale obustronnie domkniętym od 0 do 1. Im bliższa jest jego wartość 1, tym wyższa pozycja i -tego kraju w rankingu.

W analizie pominięto jednak wagi do budowy rankingu metodą TOPSIS, ponieważ wskaźniki o względnie marginalnym znaczeniu dla ubóstwa miały największe oddziaływanie na pozycję danego państwa w rankingu. Wynikało to ze zbyt dużego zróżnicowania wskaźników wahającego się od 10% do 215% w roku 2010 oraz od 11% do 217% w roku 2017.

Rozpoczynając badania, obliczono statystyki podstawowe wybranych wskaźników dla 28 krajów Unii Europejskiej w roku 2017 (tabela II.3).

Tabela II.3. Statystyki opisowe – wyniki obliczeń

Zmienna (wskaźnik)	Statystyki opisowe (Obliczenia_UE28)					
	Średnia	Mediana	Minimum	Maximum	Odch.std.	Wsp.zmn.
sdg_01_10	22,83	21,75	12,2	38,9	6,54	28,62
sdg_01_20	16,89	16	9,1	23,6	3,97	23,48
sdg_01_30	7,76	5,1	1,1	30	6,77	87,22
sdg_01_40	9,23	8,75	5,4	16,2	2,94	31,86
sdg_01_41	8,45	8,2	2,7	17,4	3,34	39,47
sdg_01_60	14,48	13,05	4,2	29,3	6,02	41,59
sdg_03_60	2,52	1,7	0,1	11,8	2,8	111,20
sdg_06_10	2,65	0,3	0	27,2	5,75	217,00
sdg_07_60	9,18	5,8	1,9	36,5	9,24	100,71
sdg_10_10	29946,4	27200	14800	75900	12374,2	41,32
sdg_10_20	19914,6	19336	10875	32681	5297,46	26,60
sdg_10_30	22,51	21,45	13,7	34,5	5,53	24,55
sdg_10_41	4,96	4,6	3,4	8,2	1,23	24,81
sdg_10_50	21,33	21,7	16,5	25	2,33	10,92
sdg_10_60	1305,68	649,5	28	5294	1530,52	117,22
sdg_11_20	15,98	15,3	8,2	26,1	5,11	31,99
sdg_16_20	10,65	9,85	3	23,6	4,4	41,28

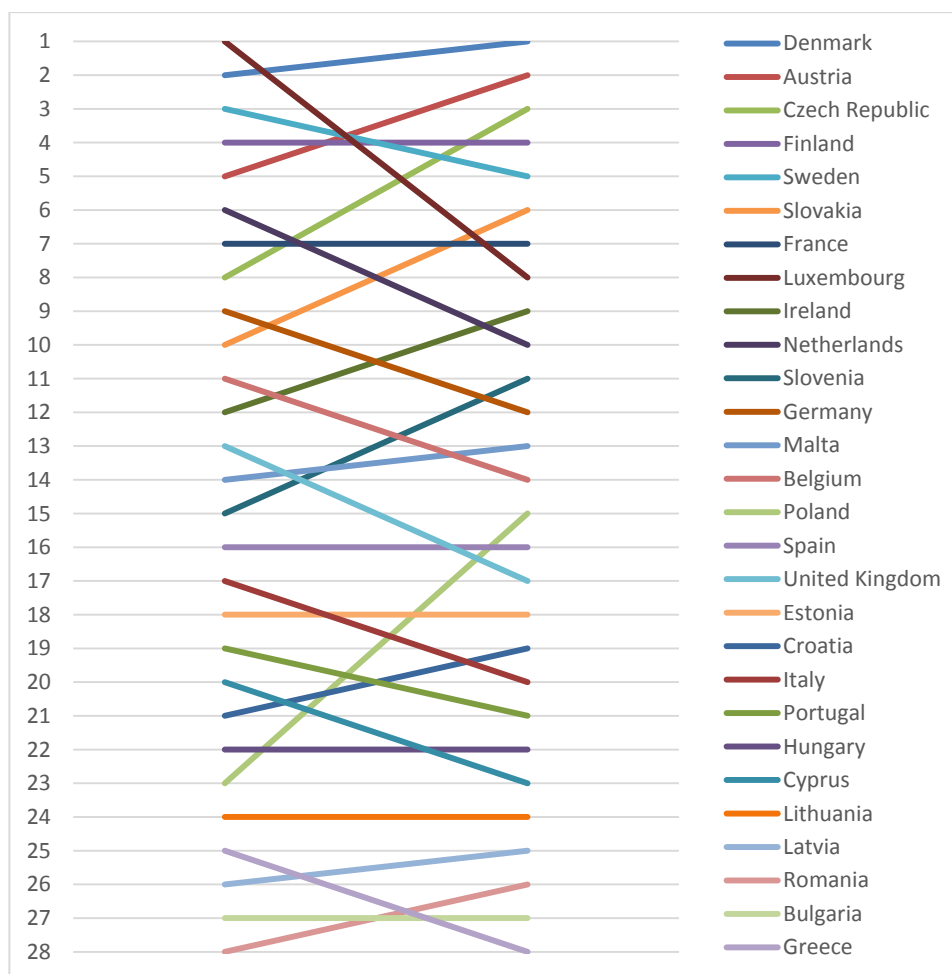
Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

Jak widać, część wskaźników jest „stabilna” (małe zróżnicowanie wskaźnika), jak np. *Względna mediana luki zagrożenia ubóstwem* czy *Dystrybucja dochodów*, natomiast część wykazuje silne zróżnicowanie, jak *Ludność nie posiadająca wanny, prysznicza, splukiwanej toalety w swoim gospodarstwie domowym według statusu ubóstwa*.

Następnie, stosując algorytm TOPSIS (biorąc pod uwagę wartość obliczonego miernika syntetycznego q_i), wyznaczono pozycje państw UE w latach 2010 i 2017. Dokonano również analizy zmian tych pozycji na przestrzeni analizowanego okresu.

1.2. Zmiany w rankingu eliminacji poziomu ubóstwa w państwach Unii Europejskiej w latach 2010 i 2017

Efektem przeprowadzonej analizy jest opracowanie rankingu eliminacji poziomu ubóstwa w państwach Unii Europejskiej w latach 2010 i 2017.



Rysunek II.1. Ranking państw Unii Europejskiej pod względem eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017

Źródło: Opracowanie własne.

Pozycja państwa na liście rankingowej jest wyznaczona przez 17 wskaźników przypisanych do celów: 1 (Koniec z ubóstwem), 10 (Mniej nierówności) oraz 11 (Zrównoważone miasta i społeczności). Dokładna analiza poszczególnych zmiennych umożliwia określenie ich wpływu na miejsce danego państwa w rankingu. Badanie przeprowadzono dla dwóch lat – roku 2010 i 2017. Przede wszystkim należy zauważyć, że mimo krótkiego okresu czasowego zmiany są znaczące. Wśród państw 11 odnotowało wzrost w rankingu, 10 odnotowało spadek, zaś 7 państw nie zmieniło swojej lokaty.

Tabela II.4. Państwa o największym wzroście i spadku w rankingu w zestawieniu lat 2017/2010

Najwyższy wzrost w rankingu	2017/2010	Najwyższy spadek w rankingu	2017/2010
Polska	+8	Luksemburg	-7
Republika Czeska	+5	Wielka Brytania Holandia	-4
Słowacja Słowenia	+4	Niemcy Belgia Włochy Cypr	-3

Źródło: Opracowanie własne.

Państwo, które zanotowało najwyższy awans w rankingu, to Polska. W roku 2010 Polska znajdowała się na pozycji 23. na 28 państw Unii Europejskiej, zaś w roku 2017 było to już miejsce 15. Na awans Polski w rankingu miały wpływ pozytywne zmiany praktycznie wszystkich analizowanych wskaźników. Wśród nich należałoby jednak wyróżnić przede wszystkim te, które dominowały, czyli:

- Odsetek ludności zagrożonej ubóstwem lub wykluczeniem społecznym – w roku 2010 wynosił w Polsce 27,8%, zaś w roku 2017 spadł do 19,5%. Wskaźnik ten dla Polski w roku 2010 był wyższy niż średnia dla wszystkich państw Unii Europejskiej, która wynosiła 24,67%, zaś w roku 2017 zmalał poniżej średniej unijnej wynoszącej 22,85%. W analizowanym okresie odsetek ludności zagrożonej ubóstwem lub wykluczeniem społecznym zmalał o 30%.
- Odsetek ludności poważnie upośledzonej materialnie. W roku 2010 wskaźnik ten w Polsce wyniósł 14,2% przy średniej dla wszystkich krajów Unii Europejskiej 10,64%, zaś w roku 2017 zmalał on znacznie do 5,9% i był niższy niż średnia dla krajów unijnych, która wynosiła 7,76%. Na przestrzeni 7 analizowanych lat odsetek ludności upośledzonej materialnie zmalał w Polsce o 58%.
- Odsetek zgłoszonych niezaspokojonych potrzeb badania lekarskiego i opieki zmalał z 8,3% populacji w wieku 16 lat i więcej w roku 2010 do 3,3%. Wskaźnik ten zbliżył się do średniej dla wszystkich krajów Unii Europejskiej wynoszącej 2,52% w roku 2017. Odsetek zgłoszonych niezaspokojonych potrzeb badania lekarskiego i opieki zmalał w analizowanym okresie o 60%.
- Zmalał odsetek ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła według statusu ubóstwa. Odsetek ten w roku 2010 wynosił 14,8% ludności, zaś w roku 2017 zmalał do 6%. Wskaźnik ten w roku 2017 był niższy od średniej dla wszystkich krajów UE, która wyniosła 9,18%.
- Wzrost skorygowanej siły nabywczej PKB na jednego mieszkańca, czego wyrazem był duży przyrost rzeczywistych wydatków na mieszkańca. W roku

2010 rzeczywiste wydatki na mieszkańca wynosiły 15 900 EUR, zaś w roku 2017 wzrosły do 20 900 EUR, przy średniej unijnej 29 946 EUR.

- Zmalał odsetek ludności mieszkającej w gospodarstwach domowych i cierpiącej ze względu na hałas (według statusu ubóstwa). Odsetek ten w roku 2010 wyniósł 16,2% ludności, zaś w roku 2017 zmalał do 12,4%, przy średniej unijnej 16%. W analizowanym okresie miał więc miejsce spadek o 23%.

Korzystne zmiany dwóch pierwszych wskaźników, a więc spadek odsetka ludności zagrożonej ubóstwem o 8,3 p.p. oraz na zbliżonym poziomie ludności poważnie upośledzonej materialnie, były przede wszystkim skutkiem wprowadzenia dodatkowego świadczenia dla rodzin pod nazwą Program „Rodzina 500+”, który został uruchomiony 1 kwietnia 2016 r. Świadczenie wychowawcze w wysokości 500 PLN otrzymali rodzice, niezależnie od dochodu, na drugie i kolejne dzieci do ukończenia przez nie 18. roku życia. W przypadku rodzin, których dochód nie przekroczył 800 PLN netto na osobę (lub 1200 PLN netto w przypadku rodzin z dzieckiem niepełnosprawnym), wsparcie można było otrzymać także na pierwsze lub jedyne dziecko. Rządowym programem „Rodzina 500+” realizowanym w 2017 r. objęto 3845 tys. dzieci do 18 lat. Świadczenie wychowawcze otrzymywało ok. 3797 tys. dzieci, a dodatek „500+” w pieczy zastępczej ponad 47 tys. dzieci. W 2017 r. do rodzin trafiło prawie 23 452,8 mln PLN, w tym 23 171,3 mln PLN w ramach świadczenia wychowawczego oraz 281,6 mln PLN w ramach dodatków wychowawczych i dodatków do zryczałtowanej kwoty. Rodziny otrzymujące świadczenie już na pierwsze dziecko stanowiły 58% wszystkich rodzin pobierających świadczenie, co oznacza, że spełniały one kryterium dochodowe, tj. osiągały dochód na osobę nieprzekraczający 800 PLN [GUS, 2018].

Korzystne zmiany kolejnych analizowanych wskaźników, tj. spadek liczby ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła, przyrost rzeczywistych wydatków na mieszkańca, spadek liczby ludności mieszkającej w gospodarstwach domowych i cierpiącej ze względu na hałas, były pochodną wprowadzenia zasiłku rodzinnego „500+”. Rodziny otrzymujące co miesiąc 500 PLN na drugie i kolejne dziecko w szczególności przeznaczały te pieniądze na zaspokojenie podstawowych potrzeb. Ponad połowa (51,2%) badanych kupowała za nie żywność i ubiór, 45,3% finansowała edukację dzieci, prawie 20% wydawała na rozrywkę i kulturę [KPF, IRG SGH, 2017, s. 4].

Kolejne kraje, które w latach 2010-2017 odnotowały przyrost pozycji w rankingu, to Republika Czeska (awans o 5 pozycji z miejsca 8. na 3.), Słowa-

cja (awans z 10. na 6. miejsce) i Słowenia (awans z 15. na 11. miejsce). Słowacja i Słowenia przesunęły się w rankingu w latach 2010-2017 o 4 lokaty do góry.

W przypadku Republiki Czeskiej wskaźniki, które rzutowały na awans kraju w opracowanym rankingu, to:

- stale malejący odsetek ludności poważnie upośledzonej materialnie wynoszący 3,7% w roku 2017;
- malejący odsetek ludności mieszkającej w mieszkaniu z nieszczelnym dachem, wilgotnymi ścianami, podłogami lub zbutwiałymi ramami okiennymi wynoszący 8% w roku 2017;
- malejący odsetek populacji w wieku 16 lat i więcej zgłaszający niezaspokojoną potrzebę badania lekarskiego i opieki wynoszący 0,5% w roku 2017;
- minimalny odsetek ludności nieposiadającej wanny, prysznica, spłukiwanej toalety w swoim gospodarstwie domowym wynoszący 0,2% w roku 2017;
- stale malejący odsetek ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła wynoszący 3,1% w roku 2017;
- dość niski wskaźnik przeludnienia według stanu ubóstwa wynoszący 16% w roku 2017.

Wymienione wskaźniki świadczą o dobrej sytuacji materialnej mieszkańców Czech, co znajduje odzwierciedlenie w stanie ich gospodarstw domowych. Zaledwie minimalna liczba osób mieszka w domach, które cechują złe warunki mieszkaniowe, tj. niska temperatura, wilgotne ściany, nieszczelny dach, brak wanny lub prysznica czy też przeludnienie. Ponadto zaledwie minimalny odsetek ludności zgłaszał niezaspokojoną potrzebę badania lekarskiego i opieki, co świadczy o wysokim poziomie opieki medycznej.

Państwa, które odnotowały największy spadek w rankingu w latach 2010-2017, to Luksemburg, Wielka Brytania i Holandia. Luksemburg w roku 2010 znajdował się na miejscu 1., zaś w roku 2017 spadł na miejsce 8. Luksemburg jest państwem szczególnym. To kraj liczący zaledwie ok. 600 000 mieszkańców, więc jakakolwiek zmiana we wskaźnikach reprezentujących poziom ubóstwa, nawet proporcjonalnie dotycząca niewielkiej grupy osób, będzie miała duże odzwierciedlenie w analizowanych danych. Przykładem jest procentowo duży, lecz już wartościowo znacznie mniejszy przyrost dwóch destymulant. Pierwsza z nich to wskaźnik ludności poważnie upośledzonej materialnie. W roku 2010 odsetek tej grupy ludności w Luksemburgu wynosił 0,5%, zaś w roku 2017 wzrósł do 1,2% ludności. Przyrost wyniósł 140%, jednakże poziom 1,2% ludności poważnie upośledzonej materialnie w porównaniu do innych państw Unii Europejskiej jest minimalny. Druga przykładowa destymulanta to odsetek ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła według statusu ubóstwa.

W roku 2010 wskaźnik dla tej grupy społeczeństwa wynosił 0,5%, zaś w roku 2017 wzrósł o 280% i wyniósł odpowiednio 1,9%. Przyrost procentowy był bardzo duży, jednakże 1,9% ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła to wciąż najmniejszy wskaźnik w tej kategorii w państwach UE.

Jednakże analizując szczegółowo zmiany w założonych determinantach ubóstwa, należy zauważyć, iż w przypadku Luksemburga o spadku zaważyły trzy czynniki, którymi są:

- odsetek ludności zagrożonej ubóstwem dochodowym po transferach socjalnych, który w latach 2010 i 2017 wzrósł z 14,5% do 18,7% (przekroczył średnią unijną wynoszącą 16,9% w roku 2017);
- wskaźnik ludności pracującej zagrożonej ubóstwem, w przypadku którego odsetek osób zatrudnionych w wieku 18 lat lub starszych w latach 2010 i 2017 wzrósł z 10,6% do 13,7% (przekroczył średnią unijną wynoszącą 8,5% w roku 2017);
- odsetek ludności mieszkającej w gospodarstwach domowych cierpiącej ze względu na hałas, który w latach 2010 i 2017 wzrósł z 16,7% do 21,6% (przekroczył średnią unijną wynoszącą 16% w roku 2017).

Spadek Luksemburga o 7 miejsc w rankingu w roku 2017 nie oznacza więc, że nastąpił znaczny wzrost poziomu ubóstwa w tym kraju.

Dwa kolejne państwa, których pozycja w rankingu w roku 2017 spadła, to Holandia i Wielka Brytania. Holandia w roku 2010 znajdowała się na miejscu 6., zaś w roku 2017 spadła na pozycję 10. Wielka Brytania z miejsca 13. w roku 2010 spadła na pozycję 17. w roku 2017.

W przypadku Holandii zadecydowały o tym identyczne destymulanty, które wpłynęły na spadek Luksemburga w rankingu. Są to wskaźniki:

- wzrost odsetka ludności zagrożonej ubóstwem dochodowym po transferach socjalnych, który w analizowanym okresie wzrósł z 10,3% do 13,2%;
- wzrost wskaźnika ludności pracującej zagrożonej ubóstwem, w przypadku którego odsetek osób zatrudnionych w wieku 18 lat lub starszych w analizowanym okresie wzrósł z 5,1% do 6,1%.

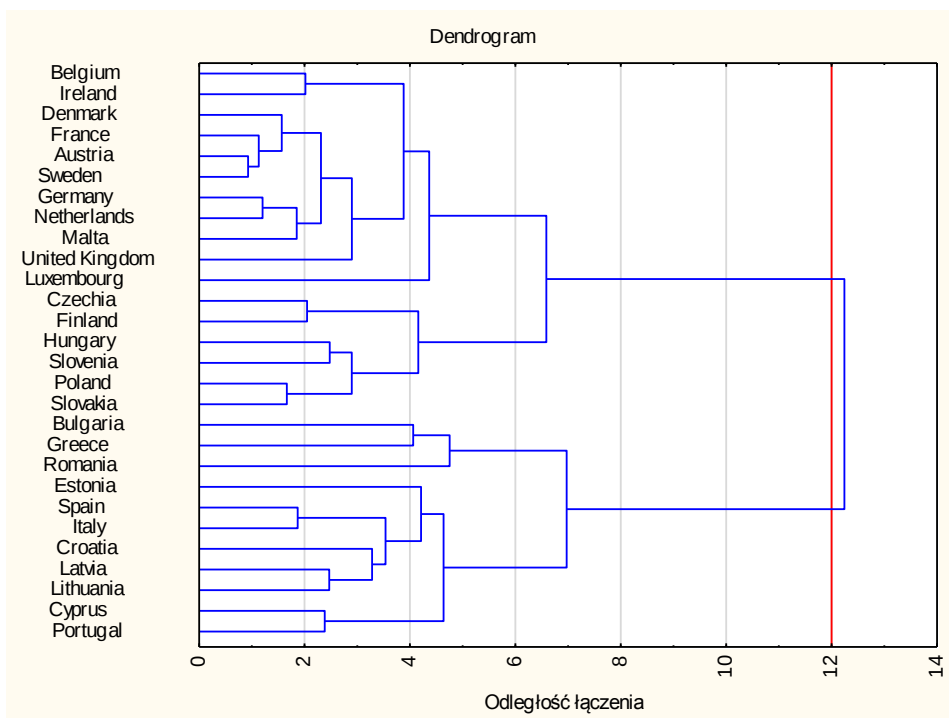
Spadek Wielkiej Brytanii w analizowanym okresie z miejsca 6. na 10. był spowodowany niekorzystną zmianą następujących destymulant:

- Wzrost wskaźnika ludności pracującej zagrożonej ubóstwem, który w roku 2010 wynosił 6,8%, zaś w roku 2017 wzrósł do 8,9%. Tym samym przekroczył średnią dla wszystkich państw Unii Europejskiej wynoszącą 8,5%;
- Wzrost odsetka ludności mieszkającej w mieszkaniu z nieszczelnym dachem, wilgotnymi ścianami, podłogami lub zbutwiałymi ramami okiennymi, który

- w roku 2010 wynosił 15%, zaś w roku 2017 wzrósł do 17%. Średnia dla wszystkich państw unijnych wynosiła 14,5%;
- Wzrost zgłoszonej niezaspokojonej potrzeby badania lekarskiego i opieki. Zmienna ta w roku 2010 wynosiła 1%, zaś w roku 2017 wzrosła do 3,3%. W roku 2017 średnia dla państw UE wynosiła 2,5%.

1.3. Zastosowanie analizy skupień

Kolejnym etapem badania było zastosowanie analizy skupień. W przeciwieństwie do metody TOPSIS analiza skupień umożliwia grupowanie nielinio- we podobnych obiektów ze względu na różnorodne cechy. Analiza skupień (*Cluster analysis*) obejmuje różne algorytmy klasyfikacji, do których należą np. metody *k*-średnich czy aglomeracja. Cechą charakterystyczną grupowania jest to, że elementy w zbiorach (państwa) charakteryzują się względnym podobieństwem, natomiast zbiory między sobą są różne.



Rysunek II.2. Algorytm grupowania drzewkowego według metody aglomeracji Warda

Źródło: Opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Statistica 13.3.

W niniejszym artykule posłużono się metodą aglomeracji, która służy do grupowania obiektów (państw) w coraz to większe zbiory (skupienia), z zastosowaniem minimalizacji sumy kwadratów odchyłeń dowolnych dwóch skupień – algorytmu Warda. Typowym wynikiem tego typu grupowania jest hierarchiczne drzewo, z którego można m.in. odczytać, w jakiej kolejności dokonywano łączenia państw poddanych analizie.

Problemem może okazać się ustalenie parametru opisującego liczbę skupień, jednakże przy pomocy v-krotnego sprawdzianu krzyżowego (algorytmu automatycznie wyznaczającego liczbę skupień) oraz wielu symulacji uzyskano podział państw na interpretowalne merytorycznie dwa skupienia.

Tabela II.5. Dwa wyodrębnione skupienia krajów Unii Europejskiej

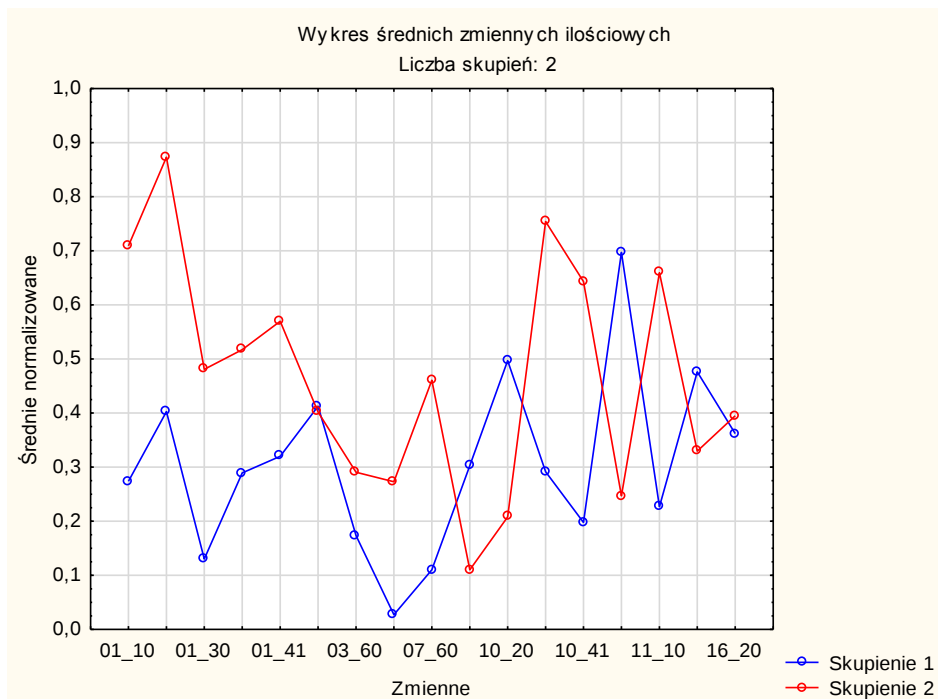
Kraj	Nr skupienia	Kraj	Nr skupienia
Belgia	1	Bulgaria	2
Republika Czeska	1	Grecja	2
Dania	1	Hiszpania	2
Niemcy	1	Chorwacja	2
Irlandia	1	Włochy	2
Francja	1	Łotwa	2
Luksemburg	1	Litwa	2
Węgry	1	Rumunia	2
Malta	1	Cypr	2
Holandia	1	Portugalia	2
Austria	1	Estonia	2
Polska	1		
Słowenia	1		
Słowacja	1		
Finlandia	1		
Szwecja	1		
Wielka Brytania	1		

Źródło: Opracowanie własne.

Podział na dwa skupienia pokazuje, iż w tej klasyfikacji największą wagę miały wskaźniki najbardziej stabilne, czyli również najmniej zróżnicowane. Są to:

- skorygowany dochód dyspozycyjny brutto gospodarstw domowych na jednego mieszkańca (sdg_10_20),
- skorygowana siła nabywcza PKB na jednego mieszkańca (sdg_10_10),
- względna mediana luki zagrożenia ubóstwem (sdg_10_30).

Na podstawie wykresu średnich wartości wskaźników uzyskanych dla dwóch skupień państw UE, przedstawionych w tabeli II.5, dokonano analizy różnic i podobieństw dwóch zbiorów państw.



Rysunek II.3. Wykres średnich zmiennych ilościowych

Źródło: Opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu Statistica 13.3.

Najmniejsze różnice wynikają ze wskaźników:

- sdg_1_60 – odsetek ludności mieszkającej w mieszkaniu z nieszczelnym dachem, wilgotnymi ścianami, podłogami lub podłożem lub zbutwiałymi ramami okiennymi;
- sdg_16_20 – odsetek ludności zgłaszającej występowanie przestępczości, przemocy lub wandalizmu na swoim obszarze;
- sdg_11_20 – odsetek ludności mieszkającej w gospodarstwach domowych cierpiącej ze względu na hałas;
- sdg_3_60 – odsetek populacji w wieku 16 lat i więcej zgłaszającej niezaspokojoną potrzebę badania lekarskiego i opieki według płci.

Największe różnice można określić na podstawie następujących wskaźników:

- sdg_1_10 – odsetek ludności zagrożonej ubóstwem lub wykluczeniem społecznym;
- sdg_10_30 – względna mediana luki zagrożenia ubóstwem;
- sdg_10_41 – dystrybucja dochodów;
- sdg_10_50 – udział dochodu dolnego 40% populacji;
- sdg_11_10 – wskaźnik przeludnienia według stanu ubóstwa.

Podział w ramach wymienionych grup pokazuje, iż grupa pierwsza to kraje członkowskie, które znalazły się w pierwszej połowie sporządzonego rankingu dla roku 2017. Są to kraje tzw. starej Unii Europejskiej. Grupę tę stanowią więc Belgia, Francja, Holandia, Luksemburg, Niemcy i Wielka Brytania, czyli tzw. założyciele Europejskiej Wspólnoty Węgla i Stali. W grupie tej znajdują się kraje najbogatsze, które cechuje stabilny rozwój gospodarczy. W skład tej grupy krajów weszły również kraje, które wstąpiły do UE po roku 2004, takie jak Polska, Czechy, Estonia, Węgry, Słowenia i Słowacja, co świadczy o korzystnym kierunku rozwoju gospodarek skutkującym eliminacją poziomu ubóstwa w tychże państwach.

Grupa druga krajów wchodzących w skład skupienia to kraje, które w większości (poza Grecją, Hiszpanią i Włochami) do Unii Europejskiej dołączyły w wyniku akcesji w roku 2004 bądź później. Analiza skupień wyraźnie więc pokazuje opóźnienia rozwojowe tych krajów. Grecja, Hiszpania i Włochy to państwa, które w ostatnich latach mają problemy gospodarcze. Wszystkie kraje, które weszły do skupienia nr 2 w roku 2017, znalazły się w drugiej połowie opracowanego rankingu.

Należy podkreślić, iż czynnikiem cechującym wszystkie państwa wchodzące w skład skupienia drugiego jest duża emigracja ludności. W 2016 r. poza granicami kraju przebywało prawie 3 mln Rumunów (to państwo z największą liczbą emigrantów w całej UE), 0,64 mln Bułgarów, 0,6 mln Hiszpanów. Nawet w przypadku Litwy, Łotwy i Chorwacji emigracja proporcjonalnie do liczby obywateli zamieszkujących dany kraj była bardzo duża. W 2017 r. liczba ludności Litwy wyniosła 2,81 mln, czyli w ciągu ostatnich 25 lat zmalała o prawie 1 mln, zaś na Łotwie w ciągu ostatnich 25 lat liczba ludności spadła z 2,7 mln do 2 mln.

Przyczyny opuszczania państwa zdaniem emigrantów to przede wszystkim niesprawiedliwość społeczna, poważne trudności w prowadzeniu działalności gospodarczej (Litwa), kryzys gospodarczy połączony ze wzrostem bezrobocia wśród młodych osób (Włochy, Hiszpania, Grecja, Chorwacja), niskie zarobki i szukanie szans na lepsze życie (Rumunia, Bułgaria) oraz pogorszenie się warunków życia związanych z wysokimi kosztami życia (Łotwa). Niestety grupy migrujące to często osoby młode i coraz lepiej wykształcone, co niewątpliwie będzie miało wpływ na rozwój tychże gospodarek.

Podsumowanie

Przeprowadzona analiza pokazuje, iż państwem, które najlepiej poradziło sobie z eliminacją poziomu ubóstwa w okresie pomiędzy rokiem 2010 i 2017,

była Polska. Na przestrzeni 7 lat odsetek ludności zagrożonej ubóstwem lub wykluczeniem społecznym zmalał o 30%, odsetek ludności upośledzonej materialnie zmalał o 58%, zaś odsetek ludności niezdolnej do utrzymania w domu wystarczającego stopnia ciepła zmalał do 6%. W efekcie nastąpił duży przyrost rzeczywistych wydatków na mieszkańca. Można przypuszczać, iż korzystne zmiany mogły być przede wszystkim skutkiem wprowadzenia dodatkowego świadczenia dla rodzin pod nazwą Program „Rodzina 500+”, który został uruchomiony 1 kwietnia 2016 r. Jednakże do tej tezy należy wciąż jeszcze podchodzić z ostrożnością. Potwierdzenie jej wymaga dłuższego okresu czasu oraz kolejnych badań.

Drugi etap badań, czyli analiza skupień dla 28 państw Unii Europejskiej, podzieliła kraje wchodzące w jej skład na dwie grupy, w ramach których poszczególne analizowane wskaźniki (oraz państwa) są do siebie zbliżone. W ramach skupienia nr 2 znalazły się państwa stykające się w analizowanym okresie z poważnymi problemami gospodarczymi, co skutkowało wzrostem poziomu ubóstwa. Były to kraje: Bułgaria, Grecja, Hiszpania, Chorwacja, Włochy, Łotwa, Litwa i Rumunia, czyli państwa, które znajdowały się na najniższych pozycjach w sporządzonym rankingu dla roku 2017. Cechą wspólną tychże państw jest wysoki poziom emigracji zarobkowej, czego wynikiem są przede wszystkim wysokie koszty życia, wzrost bezrobocia wśród ludzi młodych oraz relatywnie niskie wynagrodzenia. Skutkuje to ubożeniem społeczeństwa.

Literatura

- Bhalla A.S., Lapeyre F. (2016), *Poverty and Exclusion in a Global World*, Springer, Palgrave.
- Chen S.J., Hwang C.L. (1992), *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer, Berlin.
- D'Ambrosio C., Clark A., Ghislandi S. (2016), *Poverty Comparisons*, 34th IARIW General Conference, Dresden.
- Fosu A.K. (2017), *Growth, Inequality, and Poverty Reduction in Developing Countries: Recent Global Evidence*, „Research in Economics”, Vol. 71, s. 306-336.
- GUS (2018), *Świadczenie wychowawcze, dodatek wychowawczy i dodatek do zryczałtowanej kwoty w 2017 r.*, Informacja sygnałna Głównego Urzędu Statystycznego z dnia 16 lipca 2018 r.
- Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications*, Springer, Berlin–Heidelberg.

-
- Jiang Y., Ekono M., Skinner C. (2016), *Basic Facts about Low-Income Children*, National Centre for Children in Poverty, Columbia University.
- KPF, IRG SGH (2017), *Sytuacja na rynku Consumer Finance*, Informacja sygnałna, Warszawa–Gdańsk.
- Roszkowska E. (2009), *Application TOPSIS Methods for Ordering Offers in Buyer–Seller Transaction*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, nr 3(43), s. 117-133.
- Trzaskalik T. (2014), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Przegląd metod i zastosowań*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Organizacja i Zarządzanie”, z. 74, s. 239-263.
- United Nations, *Transforming Our World: The 2030 Agenda for Sustainable Development*, A/RES/70/1.

Analiza wielokryterialna w budowie metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw

Ewa Roszkowska¹, Paweł Konopka²

Wprowadzenie

Rozwój sektora przedsiębiorstw jest jednym z decydujących czynników przesądzających o rozwoju państwa. W Polsce w roku 2016 zarejestrowanych było 2,01 mln aktywnych przedsiębiorstw zaliczanych do sektora niefinansowego, przy czym w roku 2009 liczba ta wynosiła 1,67 mln firm. Wzrost liczby przedsiębiorstw w tym sektorze wyniósł zatem ponad 20%, przy czym szczególnie dynamicznie przyrastała liczba przedsiębiorstw z sektora mikroprzedsiębiorstw, tu dynamika w latach 2009-2016 wyniosła 21%. Przedsiębiorstwa w coraz większym stopniu przyczyniają się do tworzenia PKB w Polsce. W roku 2008 udział przedsiębiorstw w tworzeniu PKB wynosił 71,1%, w 2015 r. udział ten wzrósł do 75%. Największy udział w tworzeniu PKB mają mikroprzedsiębiorstwa, udział ten wynosi obecnie 30,5%. W przypadku mikroprzedsiębiorstw można zaobserwować także wzrost produkcji oraz liczby osób zatrudnionych w tym sektorze. W okresie 2008-2016 wartość dodana wytworzona przez mikroprzedsiębiorstwa wzrosła z poziomu 221,1 do 291 mld PLN. Sektor mikro oraz małych i średnich przedsiębiorstw (MŚP) jest motorem gospodarki europejskiej. W UE sektor MŚP stanowi 99% wszystkich przedsiębiorstw oraz zapewnia 75 mln miejsc pracy. Niemniej jednak mikro, małe oraz średnie przedsiębiorstwa często mają trudności z pozyskaniem kapitału na rozwój, szczególnie w fazie uruchamiania przedsiębiorstwa.

Ważnym czynnikiem rozwoju przedsiębiorstw są inwestycje, których głównym źródłem finansowania są, oprócz środków własnych, także środki zewnętrzne, tj. kredyty bankowe, pożyczki oraz dotacje. Zgodnie z prawem ban-

¹ Uniwersytet w Białymstoku, Wydział Ekonomii i Finansów, Katedra Nauk o Przedsiębiorstwie, Zakład Metod Ilościowych, e.roszkowska@uwb.edu.pl.

² Uniwersytet w Białymstoku, Wydział Ekonomii i Finansów, Katedra Nauk o Przedsiębiorstwie, Zakład Metod Ilościowych, p.konopka@uwb.edu.pl.

kowym: „Bank uzależnia przyznawanie kredytu od zdolności kredytowej kredytobiorcy. Poprzez zdolność kredytową rozumie się zdolność do spłaty zaciągniętego kredytu wraz z odsetkami w terminach określonych w umowie oraz zdolność do wniesienia odpowiedniego zabezpieczenia transakcji kredytowej. Kredytobiorca jest zobowiązany do przedłożenia na prośbę banku dokumentów i informacji niezbędnych do dokonania oceny tej zdolności” [Obwieszczenie Marszałka Sejmu..., 2012, art. 70, ust. 1]. Zdolność kredytową firmy można także określić jako jej zdolność prawną, ekonomiczną i finansową do prawidłowego wywiązywania się z zawartej umowy kredytowej. Małe firmy najczęściej finansują realizowane inwestycje środkami własnymi (60%), rzadziej kredytami i pożyczkami krajowymi (22%) oraz w mniejszym stopniu środkami zagranicznymi – 7,5%. W przypadku finansowania w postaci kredytu lub pożyczki oceniana jest zdolność kredytowa podmiotu wnioskującego o udzielenie finansowania.

Ocena ryzyka finansowania przedsiębiorstw jest nadal tematem aktualnym i ważnym. Badania nad upadłością przedsiębiorstw nie wskazują jednoznacznie, jakie modele dają najlepsze wyniki predykcji upadłości przedsiębiorstw. Jednocześnie ze względu na szereg czynników (m.in. uwarunkowania ekonomiczne, system prawny i podatkowy, różnice w sprawozdawczości finansowej) nie można stosować modeli zagranicznych do oceny kondycji finansowej polskich przedsiębiorstw [Kitowski, 2018]. Co więcej, badania nie dają jednoznacznej informacji, czy modele skonstruowane na danych np. z województwa mazowieckiego można stosować do oceny przedsiębiorstw np. w województwie podlaskim lub innych województwach. Ponadto z uwagi na specyfikę biznesową różnych branż, w których działają przedsiębiorstwa, model skonstruowany np. w oparciu o przedsiębiorstwa z branży produkcyjnej nie powinien być stosowany do oceny firm działających w innych branżach. Warunkiem poprawnej konstrukcji modelu statystycznego jest dysponowanie odpowiednią ilością historycznych danych finansowych na temat przedsiębiorstw działających w określonej branży. Osoby budujące modele statystyczne na ogół nie dysponują tak szeroką i dokładną informacją.

Ocena zdolności kredytowej przedsiębiorstwa jest procesem złożonym i wieloetapowym, który w praktyce przebiega w oparciu o przyjętą przez instytucję finansującą metodykę postępowania. Metodyka ta uwzględnia dwa zasadnicze etapy: ocenę formalną oraz ocenę merytoryczną aplikacji kredytowej. Ocena formalna jest oceną odnoszącą się do takich obszarów, jak np. zdolność prawna do zaciągania zobowiązań i jest oceną z reguły zero-jedynkową (spełnia wymagania formalne lub ich nie spełnia). Ocena merytoryczna odnosi się w głównej

mierze do zbadania kondycji finansowej przedsiębiorstwa, przy czym badane są historyczne wyniki finansowe oraz projekcja przyszłych wyników finansowych firmy. Innym możliwym i stosowanym podejściem jest wyodrębnienie w ocenie wniosku aplikacyjnego etapów oceny ilościowej (odnoszącej się do kryteriów wyrażonych np. w postaci liczb lub przedziałów liczbowych) i jakościowej (wyrażonych np. w postaci lingwistycznej). Stąd ocenę wniosku aplikacyjnego można traktować jako zagadnienie wielokryterialnego podejmowania decyzji.

Celem opracowania będzie wskazanie możliwości wykorzystania wybranych metod wielokryterialnych, tj. SAW, TOPSIS, metoda Hellwiga, MARS, UTA, WINGS, w budowie metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw na etapie oceny merytorycznej wniosku. Wybór metody wykorzystanej w ocenie wniosku będzie uzależniony od wiedzy i zdolności analitycznych decydenta, posiadanej informacji, rodzaju finansowania, struktury kryteriów, które należy uwzględnić w ocenie wniosku kredytowego.

Praca składa się z pięciu części. W kolejnej części zwrócimy uwagę na podstawowe aspekty oceny wniosków aplikacyjnych przedsiębiorstw o udzielenie kredytu bankowego. Dokonamy także krótkiego przeglądu metod stosowanych w ocenie wniosku kredytowego. W części trzeciej opiszemy proces oceny merytorycznej wniosku kredytowego z wykorzystaniem metod wielokryterialnych. W czwartej części pracy przedstawimy przykład praktycznego wykorzystania zaproponowanej metodyki. Opracowanie zakończy podsumowanie oraz propozycje przyszłych badań.

2.1. Ocena wniosków aplikacyjnych przedsiębiorstw o udzielenie kredytu bankowego

Ocena wniosku przedsiębiorstwa o udzielenie kredytu bankowego jest procesem składającym się z kilku etapów. Dwa główne etapy to: ocena formalna oraz ocena merytoryczna wniosku. Ocena formalna wniosku odnosi się do zbadania takich aspektów, jak zdolność prawna podmiotu do zaciągania zobowiązań finansowych, solidność regulowania zobowiązań finansowych do Zakładu Ubezpieczeń Społecznych (ZUS), solidność regulowania zobowiązań podatkowych. Ocena ta jest zero-jedynkowa i najczęściej brak spełnienia jednego z warunków formalnych skutkuje odrzuceniem wniosku aplikacyjnego bez przeprowadzania dalszej oceny. Drugim głównym etapem jest etap oceny merytorycznej. Ocena ta może być przeprowadzana ze względu na kryteria ilościowe, jak również jako-

ściowe. Kryteria jakościowe mogą odnosić się do takich aspektów działalności firmy, jak historia firmy, strategia rozwoju firmy, współpraca firmy z bankami, pozycja na rynku, zasięg rynku, uzależnienie firmy od odbiorców i dostawców, perspektywy rozwoju przedsiębiorstwa, zarządzanie przedsiębiorstwem, zasoby techniczne oraz zasoby kadrowe przedsiębiorstwa. Kryteria ilościowe odnoszą się przede wszystkim do zmiennych w postaci wskaźników finansowych obrazujących sytuację finansową podmiotu. Nie bez znaczenia są też inne zmienne, takie jak liczba lat istnienia przedsiębiorstwa czy liczba pracowników.

Ocena wniosków kredytowych może być przeprowadzana na wiele sposobów. W pierwszej kolejności możemy wymienić ocenę opisową [Jagiello, 2000, s. 39]. Polega ona na eksperckim opisie wszystkich istotnych z punktu widzenia banku obszarów mających wpływ na przyszłą sytuację finansową przedsiębiorstwa. Ze względu na duży zakres opisywanego i analizowanego zagadnienia ocena ta jest czasochłonna i wymaga zaangażowania osób z odpowiednim zakresem wiedzy. Jednym z etapów w tego typu ocenie jest ocena wskaźników finansowych. Literatura przedmiotu dostarcza wiele opracowań dotyczących wykorzystania analizy wskaźników finansowych do oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstwa [Rogowski, 1998, s. 95-103; Janc, Kraska, 2001, s. 112-174; Zawadzka, 2001, s. 30-48; Appenzeller, Szarzec, 2004, s. 120-128; Prusak, 2005, s. 105-186].

Ocenę wniosku kredytowego możemy przeprowadzić, wykorzystując uprzednio skonstruowane arkusze punktowe. Przykładowe arkusze oceny czynników jakościowych załącza w swojej pracy J. Kitowski [2014, s. 348-356]. Każdy z czynników (które są z kryteriami decyzyjnymi) oceniany jest poprzez przydzielenie mu odpowiedniej liczby punktów. Przykład wartościowania wskaźnika płynności finansowej prezentuje tabela II.6.

Tabela II.6. Ocena punktowa wskaźnika płynności finansowej dla przedsiębiorstw w branży produkcyjnej

Wskaźnik płynności	$\leq 0,5$	1,0-1,5	$> 1,5$
Wartość punktowa	1	4	5

Źródło: Opracowanie własne.

Liczba możliwych do przydzielenia punktów w ramach każdego kryterium decyzyjnego odpowiada jego poziomowi ważności. Suma uzyskanych przez przedsiębiorstwo punktów klasyfikuje firmę do jednej z predefiniowanych klas ryzyka.

Kolejną z możliwych do zastosowania w ocenie wniosków kredytowych grupą metod są metody statystyczne. Metody te bazują przede wszystkim na danych historycznych w postaci wskaźników finansowych. Najczęściej stoso-

wanymi w badaniach tego typu są modele oparte na analizie dyskryminacyjnej, analizie regresji, sieciach neuronowych oraz drzewach klasyfikacyjnych [Pociecha i in., 2014]. W przypadku analizy dyskryminacyjnej szerokie badania z wykorzystaniem polskich przedsiębiorstw prowadzili m.in. E. Mączyńska i M. Zawadzki [2006], J. Pociecha [2007] oraz A. Hołda [2001]. Autorzy ci stwierdzają, że nie ma jednego, jedynie słusznego modelu oceny zagrożenia niewypłacalnością przedsiębiorstwa. Badania wykazały ponadto, że liczba zmiennych nie jest czynnikiem przesądzającym o jakości modeli decyzyjnych. Modele oparte na kilkunastu wskaźnikach finansowych nie wykazują istotnej poprawy mocy predykcyjnej modeli. W przypadku analizy regresji badania w prognozowaniu bankructwa przedsiębiorstw w tym zakresie prowadzili J. Pociecha, B. Pawełek, M. Baryłka i S. Augustyn [Pociecha i in., 2014].

2.2. Metodyka oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw z wykorzystaniem technik wielokryterialnego podejmowania decyzji

Ocena każdego wniosku wpływającego do banku powinna przebiegać według określonej i przyjętej wcześniej procedury. Procedura ta może dotyczyć otwarcia konta bankowego, wydania karty kredytowej, udzielenia kredytu bankowego i nazywana jest metodyką produktu bankowego. W przypadku metodyki oceny aplikacji kredytowej przedsiębiorstwa dokument ten jednoznacznie określa takie parametry, jak: kim może być wnioskodawca, jaki jest zakres wymaganej do przedstawienia dokumentacji finansowej, jak plasują się minimalna i maksymalna wartość kredytu, jaki jest poziom oprocentowania kredytu, jak kształtują się prowizje związane z procedowaniem wniosku i udzieleniem kredytu, jakie są wymagane zabezpieczenia spłaty kredytu, jak wygląda sposób wypłaty kredytu, jakie jest przeznaczenie kredytu itp. Metodyka obejmuje algorytm postępowania w celu przeprowadzenia całościowej procedury oceny, od wpłynięcia wniosku do udzielenia kredytu lub odmowy jego przyznania.

W budowie metodyki oceny wniosku kredytowego należy uwzględnić, że ocena zdolności do terminowej obsługi zobowiązań finansowych podmiotu starającego się o kredyt wymaga:

- uwzględnienia wielu, często konfliktowych kryteriów oceny wniosku;
- uwzględnienia danych pochodzących z różnych źródeł i o różnorodnym charakterze;

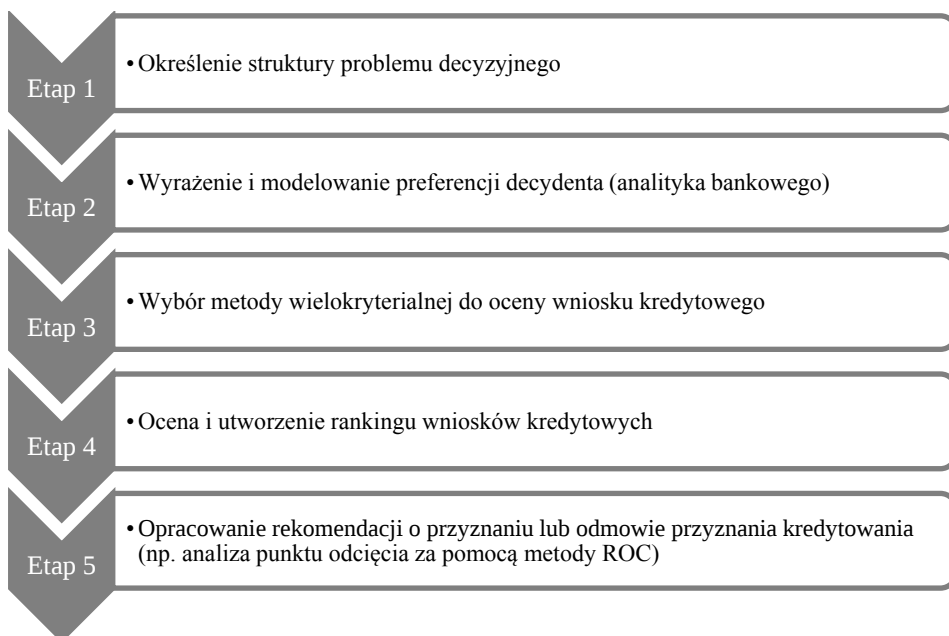
- możliwości oceny kondycji jednej firmy na tle innych firm oraz konkurentów ubiegających się o ten sam kredyt;
- wykorzystania wskaźników oceniających kondycję firmy, które są budowane za pomocą różnych rodzajów sprawozdań, na podstawie których wskaźniki są kalkulowane;
- konieczności eliminowania efektów skali kryteriów, ponieważ kryteria mogą być wyrażane w rozmaitych jednostkach;
- uwzględnienia stopnia ważności kryteriów oceny wniosku;
- możliwości modyfikacji narzędzia, zmian kryteriów ich oceny lub ich wag (np. z racji zmiany pewnych parametrów ekonomicznych);
- możliwości zastosowania wiedzy eksperckiej w budowie modelu decyzyjnego.

Zatem techniki wielokryterialnego podejmowania decyzji mogą być użyteczne w budowie metodyki kredytowej z uwagi na ich szerokie możliwości analizy problemu decyzyjnego. Po pierwsze stanowią one swoisty zestaw narzędzi mogących znaleźć zastosowania na różnych etapach tworzenia metodyki kredytowej. Po drugie wymuszają pewien sposób postępowania, odpowiedni do problemu decyzyjnego związanego z danym produktem kredytowym. Ocena ryzyka przyznania kredytu bankowego staje się tu rozpatrywanym problemem decyzyjnym, zmienne powiązane z obszarami mającymi wpływ na zdolność kredytową przedsiębiorstwa utożsamiane są z kryteriami decyzyjnymi, a rozpatrywany wniosek decyzyjny jest wariantem decyzyjnym.

H.A. Simon podzielił problemy decyzyjne na trzy kategorie [1960]: problemy decyzyjne dobrze ustrukturyzowane, problemy decyzyjne źle ustrukturyzowane lub mieszane oraz problemy nieustrukturyzowane. Problemy tego typu spotykamy w ocenie ryzyka kredytowego przedsiębiorstw. Dobrze ustrukturyzowanym problemem decyzyjnym w tym przypadku będzie problem oceny wniosku kredytowego przedsiębiorstwa dysponującego pełnym zakresem danych na temat prowadzonej działalności. Przede wszystkim są to dane liczbowe obrazujące działalność operacyjną, inwestycyjną, finansową firmy oraz dane liczbowe dotyczące otoczenia mikro- i makroekonomicznego firmy. W praktyce ciągle mamy do czynienia z deficytem niezbędnych informacji. Deficyt ten wynika przede wszystkim z braków po stronie przedsiębiorstwa w gromadzeniu i przetwarzaniu danych. Obecnie tylko 22% polskich firm korzysta z systemów do zarządzania informacją i danymi w przedsiębiorstwie klasy ERP (*Enterprise Resource Planning*). Wynik ten jest o 9% słabszy od średniej unijnej. Najczęściej systemy klasy ERP wykorzystywane są w Austrii (47%) i Belgii (45%) [Stronczek, Marcinkowska, Sawicka, 2017, s. 337]. Innym typem wniosku kre-

dytowego jest np. wniosek o sfinansowanie startu działalności gospodarczej. Brak jest tu historycznych danych finansowych opisujących wnioskodawcę, a dostępne dane pozyskane np. z biznesplanu należy traktować jako informację niepewną i niepełną. Ocenę tego typu wniosków możemy utożsamić ze słabo ustrukturyzowanym problemem decyzyjnym. Innym przykładem słabo ustrukturyzowanego problemu decyzyjnego może być ocena ryzyka przyznania nowych produktów kredytowych.

Metody wielokryterialnego podejmowania decyzji dają możliwość uwzględnienia rodzaju posiadanej informacji, struktury kryteriów decyzyjnych, jak też odtworzenia schematu myślowego decydenta. Ocena formalna powinna być co do zasady procesem oceny zero-jedynkowej, tj. weryfikacja typu „spełnia warunek formalny” lub „nie spełnia warunku formalnego”. Stąd ten etap oceny nie wymaga stosowania zaawansowanych metod ekonometrycznych. Inaczej jest w przypadku procedury oceny merytorycznej. Proponowany schemat postępowania, który możemy zastosować w konstrukcji metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstwa, zamieszczono na rysunku II.4.



Rysunek II.4. Metodyka oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstwa z wykorzystaniem analizy wielokryterialnej – proces oceny merytorycznej

Źródło: Opracowanie własne.

Etap 1. Określenie struktury problemu decyzyjnego

Na pierwszym etapie analityk bankowy dokonuje strukturyzacji problemu decyzyjnego. Strukturyzacja problemu obejmuje określenie rodzaju i zakresu informacji związanej z oceną wniosku, a następnie wyodrębnienie na ich podstawie kryteriów, specyfikacji możliwych wartości przyjmowanych przez kryteria, konstrukcji przestrzeni oceny wniosku kredytowego wraz z warunkami brzegowymi oraz zbioru potencjalnych wariantów decyzyjnych, w tym – jeśli tego wymaga struktura problemu – określenie zbioru referencyjnych wariantów decyzyjnych.

Etap 2. Wyrażenie i modelowanie preferencji decydenta

Na tym etapie analityk bankowy określa, w jaki sposób będzie ewaluowany wniosek kredytowy. Model preferencji decydenta powinien uwzględniać strukturę problemu decyzyjnego oraz możliwości percepcyjne i preferencje analityka. Trzeba wziąć pod uwagę, że podejmowanie decyzji kredytowych przebiega w warunkach niepełnej, nieprecyzyjnej informacji, kryteria oceny wniosku mogą jakościowe lub ilościowe. Bezpośrednie określenie informacji preferencyjnej może być utrudnione, a czasem wręcz niemożliwe. Dokonanie wiarygodnych porównań zbyt wielu kryteriów/wariantów decyzyjnych może przerastać zdolności percepcyjne analityka lub operacje porównawcze mogą być zbyt pracochłonne [Moshkovich, Mechitov, Olson, 2005; Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005; Roszkowska, 2015].

Informacja preferencyjna o wniosku kredytowym może być wyrażona w sposób bezpośredni lub pośredni za pomocą przykładów decyzji dla podzbioru wariantów referencyjnych. W sytuacji, gdy dostarczenie informacji preferencyjnej w formie bezpośredniej jest trudne lub niemożliwe, można wykorzystać procedury bazujące na informacji pośredniej spójnej z intuicyjnym postrzeganiem oceny wniosku przez analityka [Moshkovich, Mechitov, Olson, 2005; Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005; Figueira, Greco, Słowiński, 2009].

Biorąc pod uwagę sposób ustalania preferencji wariantów decyzyjnych, wyróżnia się dwa zasadnicze podejścia do modelowania decyzji. Podejście pierwsze oparte jest na koncepcji agregacji kryteriów, w którym zakłada się znajomość *a priori* modelu agregacji kryteriów, podczas gdy globalna preferencja wariantów decyzyjnych nie jest znana. Zadaniem decydenta są wybór/opracowanie koncepcji agregacji uwzględniającej typy relacji preferencji i operatory ich agregacji, pozyskiwanie informacji międzykryterialnej oraz stopni niejednoznaczności i nieporównywalności informacji preferencyjnej [szerzej: Roy 1990; Figueira,

Greco, Ehrgott, red., 2005; Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005]. W drugim podejściu buduje się postać modelu preferencji na podstawie dezagregacji preferencji globalnych. Podejście agregacji/dezagregacji pozwala na odtworzenie systemu wartości decydenta na podstawie preferencji zadanych na zbiorze referencyjnym [Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005].

W literaturze przedmiotu można spotkać wiele opracowań stanowiących przewodniki wyboru metody wielokryterialnej do analizy problemów decyzyjnych [m.in. Gershon, 1981; Tecle, 1988; Guitouni, Martel, 1998; Saaty, Ergu, 2015]. Na potrzeby tego opracowania przyjmujemy, że analityk bankowy ma wyboru jedną z następujących metod wielokryterialnych, które pozwalają na uporządkowanie i ocenę punktową wniosków kredytowych opisanych za pomocą wskaźników liczbowych lub zmiennych lingwistycznych: (L)SAW [Churchman, Ackoff, 1954], (L)TOPSIS [Hwang, Yoon, 1981], (L)Hellwiga [Hellwig, 1968], MARS [Górecka, Roszkowska, Wachowicz, 2016], UTA [Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005], WINGS [Michnik, 2013; Banaś, Michnik, 2019]³. W celu wyboru modelu preferencji, będącej następnie podstawą wyboru metody wspomagającej podejmowanie decyzji, użyteczna może być lista pytań kontrolnych:

1. Czy kryteria są preferencyjnie zależne, czy niezależne?
2. Czy będę w stanie wyrazić informację preferencyjną w sposób bezpośredni, czy w sposób pośredni za pomocą przykładów decyzji na podzbiorze wariantów referencyjnych?
3. Czy przy porównywaniu wniosków kredytowych potrzebuję wariantu idealnego, wariantu antyidealnego, wariantu idealnego i antyidealnego, nie potrzebuję ani wariantu idealnego, ani wariantu antyidealnego?
4. Czy kryteria mają charakter tylko jakościowy, tylko ilościowy, mieszany (ilościowy oraz jakościowy)?
5. Jeśli dokonuję ostatecznej oceny poziomów realizacji wariantów decyzyjnych, to ocena opcji będzie ilościowa czy jakościowa?
6. Jeśli jest to niezbędne, w jaki sposób dokonać transformacji zmiennych numerycznych na zmienne lingwistyczne?
7. W jaki sposób wybrać zmienne lingwistyczne i jeśli to potrzebne, określić ich ekwiwalenty numeryczne?
8. Czy jestem w stanie przypisać wagi kryteriom decyzyjnym?

³ L oznacza wersję lingwistyczną metody. Szerzej o metodach wielokryterialnych uwzględnionych w budowie metodyki oceny wniosku kredytowego, w tym procedury obliczeniowe tych metod, można znaleźć w pracach m.in. Hwang, Yoon [1981]; Figueira, Greco, Ehrgott [red., 2005]; Trzaskalik [red., 2014]; Michnik [2013]; Górecka, Roszkowska, Wachowicz [2016]; Roszkowska, Wachowicz [2016].

9. W jaki sposób przypisać wagi kryteriom decyzyjnym (np. metoda obiektywna, metoda subiektywna)?
10. Jeśli informacja preferencyjna będzie wyrażona w sposób pośredni, jak wybrać zbiór referencyjny?
11. Czy zdecyduję się określić własny zbiór referencyjny, czy skorzystam ze zbioru referencyjnego rozwiązań bliskim rozwiązaniu idealnemu?

Etap 3. Wybór metody wielokryterialnej do oceny wniosku kredytowego

W przypadku, gdy kryteria są preferencyjnie zależne, wskazany jest wybór metody WINGS [Michnik, 2013; Banaś, Michnik, 2019], gdyż wszystkie pozostałe metody wymagają niezależności preferencyjnej kryteriów. Metody SAW, Hellwiga, TOPSIS oraz WINGS oparte są na paradygmacie agregacji, natomiast metody MARS, UTA – na paradygmacie agregacji/dezagregacji. Metody SAW, Hellwiga, TOPSIS wymagają ustalenia wag kryteriów decyzyjnych. Do wyznaczenia wag kryteriów decyzyjnych można wykorzystać metody obiektywne, metody subiektywne oraz metody mieszane [Hwang, Yoon, 1981; Tzeng, Chen, Wang, 1998; Belton, Stewart, 2002; Roszkowska, 2013; Brzostowski, Roszkowska, 2014]. W przypadku, gdy decydent nie jest w stanie określić istotności kryteriów decyzyjnych, użyteczna może być metoda UTA lub MARS. Metoda UTA daje możliwość wyznaczenia funkcji oceny wniosków kredytowych, wykorzystując uporządkowanie wariantów decyzyjnych z dowolnego zbioru referencyjnego [Siskos, Grigoroudis, Matsatsinis, 2005]. W przypadku metody MARS operacje porównawcze przebiegają na ściśle określonym zbiorze z wykorzystaniem procedury MACBETH (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation TechNique*) [Bana e Costa, Vansnick, 1997; Górecka, Roszkowska, Wachowicz, 2016].

Metody SAW, Hellwiga, TOPSIS są oparte na podobnym modelu agregacji preferencji, przy czym metoda SAW nie wykorzystuje koncepcji ani rozwiązania idealnego, ani antyidealnego, metoda Hellwiga bazuje na koncepcji rozwiązania idealnego, a TOPSIS zarówno rozwiązania idealnego, jak i antyidealnego.

W przypadku kryteriów jakościowych można wykorzystać lingwistyczną wersję metody SAW, TOPSIS lub Hellwiga. Należy jednak pamiętać, że w tym przypadku odległość mierzymy np. miarą GDM2 [Walesiak, 2016]. Metodykę tę ujęto na rysunku II.5.

Etap 4. Ocena i utworzenie rankingu wniosków kredytowych

Na kolejny krok składają się ocena i utworzenie rankingu wniosków kredytowych z wykorzystaniem wybranej metody wielokryterialnej oraz dokonanie na tej podstawie wstępnej oceny jakości wniosków kredytowych.

Etap 5. Analiza punktu odcięcia z wykorzystaniem krzywej ROC

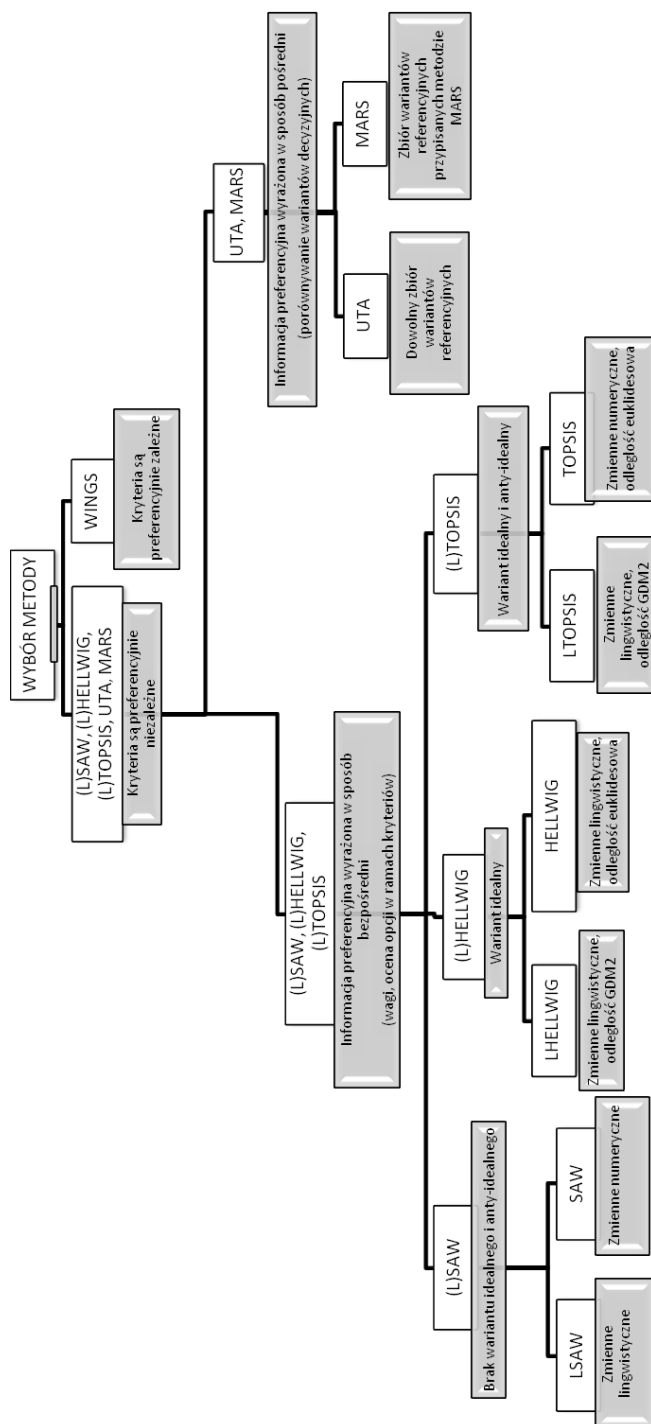
Wynikiem etapu poprzedniego jest uzyskanie rankingu wariantów decyzyjnych. Na etapie tym proponowana procedura przewiduje określenie wartości syntetycznej, która pozwoliłaby na grupowanie wniosków kredytowych na dwie grupy ryzyka: pożyczkobiorca solidny, pożyczkobiorca niesolidny. Wartość ta może być określona z wykorzystaniem wiedzy przez eksperta lub za pomocą narzędzia analitycznego. W prezentowanym modelu do wyboru punktu odcięcia zastosowano analizę krzywej ROC [Hanley, McNeil, 1982]. Analiza krzywej ROC pozwala na dokonanie klasyfikacji na „dobrych kredytobiorców” (TP – *True Positive*) oraz prawidłowe niewskazywanie „złych kredytobiorców” (TN – *True Negative*) [Harańczyk, 2010]. W tabeli II.7 ujęto macierz wykorzystywaną w analizie krzywej ROC.

Tabela II.7. Macierz klasyfikacji – stan faktyczny i wskazania modelu

	Zaobserwowano stan wyróżniony (dobry kredytobiorca)	Nie zaobserwowano stanu wyróżnionego (zły kredytobiorca)
Przewidziano stan wyróżniony (dobry kredytobiorca)	TP	FP
Nie przewidziano stanu wyróżnionego (zły kredytobiorca)	FN	TN

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Harańczyk [2010].

Błędy popełniamy w sytuacji, gdy niepoprawnie klasyfikujemy dobry wniosek do wyróżnionej klasy (FP – *False Positive*) lub nie klasyfikujemy dobrego kredytobiorcy do klasy wyróżnionej w sytuacji, gdy powinniśmy to zrobić (FN – *False Negative*). W tabeli II.7 TP, FP, FN oraz TN są liczbami obserwacji, które trafiły do danej komórki, zgodnie z klasyfikacją modelu. Ze stanem wyróżnionym w proponowanym schemacie będą powiązani klienci solidni (dobrzy kredytobiorcy), natomiast stan niewyróżniony będzie odpowiadał klientom niesolidnym (złym kredytobiorcom).



Rysunek II.5. Wybór metody wielokryterialnej

Źródło: Opracowanie własne.

2.3. Przykład zastosowania metody wielokryterialnego podejmowania decyzji w budowie metodyki kredytowej przedsiębiorstw

W tej części pracy przedstawiony zostanie przykład zaproponowanej w części trzeciej pracy metodyki oceny wniosku kredytowego. Przykład dotyczy **oceny wniosków pożyczkowych osób fizycznych o sfinansowanie startu indywidualnej działalności gospodarczej**⁴. Decyzja dotyczy udzielenia finansowania dla osoby prowadzącej nowo utworzoną indywidualną działalność gospodarczą, co oznacza, że brak jest danych historycznych na temat funkcjonowania firmy, w tym wyników finansowych, które mogłyby stanowić podstawę podejmowania decyzji. Ocenie podlegają jedynie dokumentacja aplikacyjna zawierająca dane opisujące wnioskodawcę (jako osobę indywidualną) oraz biznesplan przedsięwzięcia. Z tego powodu ważna staje się ocena profilu osobowego wnioskodawcy. Ocenę tego typu wniosku można traktować jako słabo ustrukturyzowany problem decyzyjny. Mogą występować tutaj kryteria ilościowe oraz kryteria jakościowe. Zakładamy, że analityk kredytowy w oparciu o swoje doświadczenie zawodowe i wiedzę ekspercką jest w stanie określić bardziej i mniej preferowane profile wnioskodawców, tj. dysponujemy wariantem idealnym i antyidealnym oraz że analityk zakłada preferencyjną niezależność włączonych do budowy modelu kryteriów decyzyjnych.

Użyteczność modelu została następnie zweryfikowana z wykorzystaniem danych z wniosków pożyczkowych w Funduszu Przyjaznym Przedsiębiorczości działającym w jednym z największych banków spółdzielczych w województwie podlaskim.

Na potrzebę przykładu zakładamy także, że wagi kryteriów decyzyjnych są możliwe do kreślenia i będą wyznaczone metodą obiektywną opartą na współczynniku V Cramera [Konopka, 2018a, s. 250]. Model będzie służył ocenie profilu osobowego wnioskodawcy. Zgodnie z rysunkiem II.5 do oceny wniosków kredytowych wybrano lingwistyczną metodę LTOPSIS [Cables, García-Cascales, Lamata, 2012; Roszkowska, Wachowicz, 2013]. Jako kryteria decyzyjne przyjęto następujące zmienne jakościowe i ilościowe:

X_1 – wiek pożyczkobiorcy,

⁴ W budowie modelu wykorzystano dane empiryczne dotyczące osób fizycznych, które sfinansowały start swojej działalności gospodarczej za pomocą preferencyjnej pożyczki w jednym z banków spółdzielczych działających na terenie województwa podlaskiego.

X_2 – stan cywilny pożyczkobiorcy,

X_3 – liczba osób pozostających na utrzymaniu wnioskodawcy,

X_4 – wykształcenie,

X_5 – staż pracy w latach.

Wyrażeniom lingwistycznym, będącym realizacją kryteriów jakościowych, przypisano oceny punktowe w oparciu o dziewięciostopniową skalę [Jadidi i in., 2008, s. 764]. W wyniku nadania rang zmiennym przyjętych jako kryteria decyzyjne otrzymano zmienne mierzone na skali porządkowej. Należy podkreślić, że metryka euklidesowa nie jest typową miarą dla zmiennych mierzonych na skali porządkowej, ponieważ przy jej stosowaniu zakłada się, że odległości między sąsiednimi kategoriami na tej skali są sobie równe [por. Roszkowska, Wachowicz, 2013]. Stąd wykorzystano miarę GDM2 zaproponowaną przez M. Walesiaka [2016]. Obliczeń dokonano z zastosowaniem programu R, posługując się pakietem o nazwie *cluterSim*.

Tabela II.8. Skalowanie wyrażen lingwistycznych: kryteria „stan cywilny pożyczkobiorcy”, „wiek pożyczkobiorcy”, „wykształcenie”, „liczba osób na utrzymaniu”, „staż pracy w latach”

Kryterium					Ocena punktowa
Stan cywilny pożyczkobiorcy	Wiek pożyczkobiorcy	Wykształcenie	Liczba osób pozostających na utrzymaniu	Staż pracy w latach	
–	–	–	„powyżej 4 osób”	–	1
„panna/kawaler”	–	„brak”, „podstawowe”, „gimnazjalne”, „ponadgimnazjalne”, „pomaturalne”	–	–	2
„wdowa/wdowiec”, „rozwidzona/y”, „separacja”	–	–	–	„poniżej 2 lat”	3
–	–	–	–	–	4
–	„powyżej 40 lat”	–	„brak osób na utrzymaniu”	„od 2 do 5 lat”	5
–	„poniżej 30 lat”	–	–	–	6
–	–	–	„jedna osoba”	–	7
–	–	–	–	–	8
„zamężna/zonaty”	„od 30 do 40 lat”	„wyższe”	„dwie lub 3 osoby”	„powyżej 5 lat”	9

Źródło: Opracowanie własne na podstawie analizy statystycznej danych.

Do wyznaczenia wag wykorzystano metodę opartą na współczynniku V Cramera. Otrzymane wyniki zawarto w tabeli II.9.

Tabela II.9. Wagi kryteriów decyzyjnych dla profilu osobowościowego wnioskodawcy

Kryterium	Wiek pożyczkobiorcy	Stan cywilny	Liczba osób na utrzymaniu	Wykształcenie	Staż pracy	Suma
V Cramera	0,3300	0,2700	0,2580	0,3090	0,377	1,5440
Waga kryterium	0,2137	0,1749	0,1671	0,2001	0,2442	1,0000

Źródło: Opracowanie własne.

W tabeli II.10 zaprezentowano rozkład ocen wniosków pożyczkowych osób fizycznych o sfinansowanie startu indywidualnej działalności gospodarczej uzyskanych lingwistyczną metodą TOPSIS (LTOPSIS) z miarą odległości GM2 ($N = 80$).

Tabela II.10. Ocena globalna wniosków pożyczkowych otrzymana metodą LTOPSIS

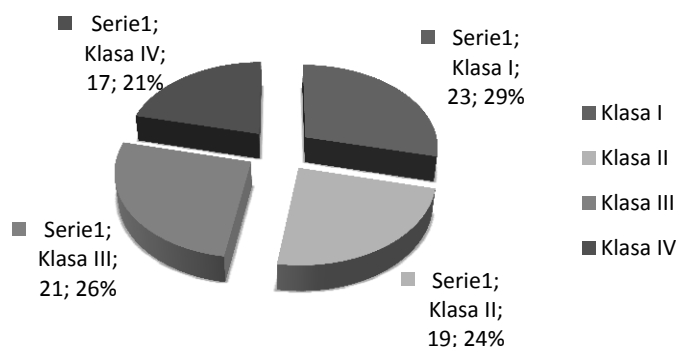
Pozycja	Ocena globalna	Liczba wniosków	Pozycja	Ocena globalna	Liczba wniosków
1.	1,000	12	20.	0,549	1
2.	0,919	1	21.	0,534	1
3.	0,914	1	22.	0,531	1
4.	0,857	7	23.	0,527	1
5.	0,839	1	24.	0,503	3
6.	0,812	1	24.	0,484	1
7.	0,792	3	26.	0,479	2
8.	0,773	3	27.	0,452	1
9.	0,771	1	28.	0,430	1
10.	0,752	2	29.	0,429	1
11.	0,744	1	30.	0,411	1
12.	0,731	2	31.	0,410	4
13.	0,676	2	32.	0,387	1
14.	0,670	2	33.	0,386	1
15.	0,614	2	34.	0,349	1
16.	0,607	1	35.	0,341	2
17.	0,587	1	36.	0,331	1
18.	0,562	1	37.	0,245	3
19.	0,556	1	38.	0,231	8

Odcieniami szarości zaznaczono przynależność wnioskodawcy do określonej klasy.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie posiadanych danych.

Należy podkreślić, że wartość oceny globalnej otrzymanej metodą LTOPSIS jest liczbą z przedziału $[0,1]$. Zatem można dokonać pogrupowania wnioskodawców na cztery klasy, biorąc pod uwagę wartość syntetycznego miernika, np. $[1,0; 0,8]$ – idealny lub bardzo dobry profil osobowy wnioskodawcy (I klasa); $[0,8; 0,6]$ – dobry profil (II klasa); $[0,6; 0,4]$ – dostateczny profil (III klasa); poniżej poziomu 0,4 – profil negatywny (IV klasa). Zaletą proponowanego podejścia jest możliwość relatywnej oceny rozważanych wniosków względem siebie

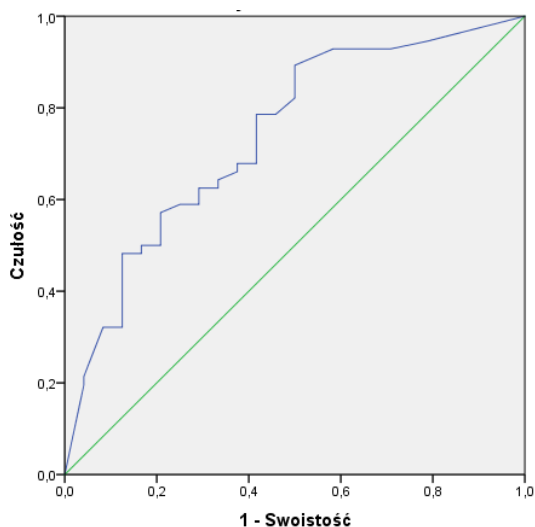
i wskazanie, który z porównywanych wniosków jest lepszy i o ile (bliższy/dalszy od profilu idealnego/antyidealnego). Otrzymane przyporządkowanie do poszczególnych klas reprezentujących profil osobowościowy ze względu na wartość kryterium syntetycznego prezentuje rysunek II.6.



Rysunek II.6. Rozkład wnioskodawców ze względu na przynależność do klasy profilu osobowościowego (N = 80)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie posiadanych danych.

Krzywą ROC dla rozważanego modelu zilustrowano na rysunku II.7. Pole pod krzywą wyniosło $AUC = 0,738$ ($p < 0,001$).



Rysunek II.7. Wykresy krzywych ROC

Źródło: Opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu SPSS.

W celu wyboru punktu odcięcia posłużono się współzrędnymi krzywej ROC. W tabeli II.11 wskazano przykładowy punkt odcięcia na poziomie $P = 0,540$, co oznacza poprawne wskazywanie „złych” klientów na poziomie 66,67% (Swoistość), oraz poprawne wskazywanie „dobrych” pożyczkobiorców na poziomie 68,00% (Czułość).

Tabela II.11. Współzrędne krzywej ROC

Punkt odcięcia	Czułość	1-Swoistość	Punkt odcięcia	Czułość	1-Swoistość
0,220	1,000	1,000	0,600	0,607	0,333
0,235	0,946	0,792	0,640	0,589	0,250
0,285	0,929	0,708	0,675	0,589	0,167
0,335	0,929	0,667	0,705	0,571	0,125
0,345	0,893	0,667	0,735	0,536	0,125
0,370	0,875	0,667	0,745	0,518	0,125
0,400	0,875	0,583	0,760	0,482	0,125
0,420	0,821	0,500	0,780	0,411	0,125
0,440	0,804	0,458	0,800	0,357	0,125
0,465	0,786	0,458	0,825	0,357	0,083
0,490	0,732	0,458	0,850	0,339	0,083
0,515	0,696	0,417	0,885	0,232	0,042
0,540	0,679	0,333	0,915	0,214	0,042
0,555	0,661	0,333	0,960	0,196	0,042
0,575	0,625	0,333	1,0	0,000	0,000

Czcionką pogrubioną wskazano wybrany punkt odcięcia.

Źródło: Opracowanie własne z wykorzystaniem pakietu SPSS.

Ogólną jakość otrzymanej klasyfikacji prezentuje tabela II.12. Należy zaznaczyć, że wraz ze wzrostem poziomu czułości odsetek klientów solidnych dobrze sklasyfikowanych rośnie natomiast maleje rozpoznawalność klientów niesolidnych. Analogicznie – wraz z spadkiem poziomu czułości rośnie rozpoznawalność klientów niesolidnych. Z tego względu wybór poziomu punktu odcięcia może odzwierciedlać preferencje decydentów co do akceptowalnego ryzyka prowadzonej działalności.

Tabela II.12. Wyniki klasyfikacji pożyczkobiorców

Jakość klasyfikacji	„Źli pożyczkobiorcy”	„Dobrzy pożyczkobiorcy”	Ogólna jakość klasyfikacji (pożyczkobiorcy dobrze/źle sklasyfikowani / liczba pożyczkobiorców)	
Dobrze sklasyfikowani	16 (66,67%)	48 (68,00%)	63	78,75%
Błędnie sklasyfikowani	8	18	17	21,25%

Wartość w nawiasie oznacza procent dobrze sklasyfikowanych pożyczkobiorców we wskazanych klasach.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie posiadanych danych.

Warto zwrócić uwagę, że do oceny **wniošków pożyczkowych osób fizycznych o sfinansowanie startu indywidualnej działalności gospodarczej** mogą mieć zastosowanie także inne metody zaprezentowane na rysunku II.5.

W pracy [Konopka, Roszkowska, 2015] przedstawiono model wielokryterialny oceny wniošków dotacyjnych oraz pożyczkowych przedsiębiorstw rozpoczynających działalność gospodarczą oparty na metodzie UTA (*Utility Additive*), a w pracy [Konopka, Roszkowska, 2016] – na metodzie MARS. Punktem wyjścia w budowie obu modeli było przyjęcie kryteriów oceny wniosku kredytowego oraz określenie ich zakresu z uwzględnieniem specyfiki kredytowania start-upów, a także możliwości pozyskania stosownych informacji. W obu modelach przyjęto trzy kryteria: doświadczenie zawodowe wnioskodawcy, biznesplan przedsięwzięcia oraz dotychczasową współpracę wnioskodawcy z bankami, jak również opisano werbalnie poziomy realizacji przyjętych kryteriów.

W pracy [Konopka, Roszkowska, 2015] dokonano klasyfikacji oraz oceny kardynalnej wniošków na podstawie holistycznej analizy ekspertów z wykorzystaniem preporządku zupełnego otrzymanego dla trzech różnych zbiorów referencyjnych za pomocą metody UTA. W przypadku metody MARS [Konopka, Roszkowska, 2016] wykorzystano zadany zbiór referencyjny, w którym wszystkie poziomy realizacji kryteriów z wyjątkiem jednego przyjmują najlepsze możliwe wartości. Porządek na zbiorze referencyjnym zbudowany został na podstawie ocen werbalnych z wykorzystaniem 6-stopniowej skali semantycznej. Następnie, w oparciu o oceny punktowe oraz na podstawie wywiadu z ekspertem, dokonano grupowania wariantów decyzyjnych ze względu na stopień ryzyka przyznania dofinansowania.

Porównując obie metody, można stwierdzić, że procedura MARS wykorzystuje koncepcję zadanego zbioru referencyjnego składającego się z wariantów decyzyjnych bliskich rozwiązaniu idealnemu, natomiast w przypadku procedury UTA decydent ma możliwość wyboru dowolnego zbioru referencyjnego. Metody UTA oraz MARS różnią się zasadniczo sposobem analizy preferencji na zbiorze referencyjnym. W metodzie UTA dokonuje się parami porównań elementów ze zbioru referencyjnego i ustala porządek częściowy lub całkowity na tym zbiorze. W przypadku procedury MARS dodatkowo, poprzez zastosowanie metodologii MACBETH, możliwa jest ocena różnic w atrakcyjności między dwoma wariantami decyzyjnymi z tego zbioru przy wykorzystaniu ocen werbalnych. Porównanie polega na jakościowej ocenie różnicy w atrakcyjności między dwoma wektorami ze zbioru referencyjnego przy wykorzystaniu 6 kategorii semantycznych. Przy czym, w szczególnym przypadku, decydent może ograniczyć się jedynie do

określenia porządku częściowego na tym zbiorze, podobnie jak w metodzie UTA. W przypadku obu metod buduje się następnie model odtwarzający dostarczone przez decydenta przykłady decyzji na zbiorze referencyjnym zgodnie z przypisaną metodzie procedurą. Co jest istotne, żadna z tych metod nie wymaga znajomości istotności wag kryteriów.

W pracy [Konopka, 2018b] do analizy rozważanego problemu decyzyjnego zastosowano także metodę WINGS [Michnik, 2013]. Do oceny profilu osobowego wnioskodawcy przyjęto takie kryteria, jak stan cywilny wnioskodawcy, wiek, wykształcenie, rodzaj dotychczasowego źródła dochodu, wspólnotę majątkową, status posiadania. Zależności między kryteriami oraz ich znaczenie ujęto za pomocą grafu skierowanego bez cykli. Podejście to nie wymaga szacowania wag kryteriów decyzyjnych, a zobrazowanie problemu decyzyjnego za pomocą grafu jest czytelne i zrozumiałe dla decydenta.

Zauważmy, że wybór między metodą WINGS a metodami LTOPSIS, UTA, MARS związany jest z odpowiedzią na pytanie dotyczące niezależności kryteriów przyjętych do oceny wniosku aplikacyjnego. Z kolei wybór między metodami LTOPSIS, UTA, MARS wiąże się m.in. z odpowiedzią na pytanie 2 o sposób prezentacji informacji preferencyjnej (bezpośrednio LTOPSIS), pośrednio (UTA lub MARS) oraz pytanie 8 o możliwość wyznaczenia wag kryteriów decyzyjnych (znajomość wag kryteriów jest wymagana – LTOPSIS, nie jest wymagana – UTA, MARS).

Podsumowanie

W literaturze przedmiotu brak jest uniwersalnego modelu służącego ocenie zdolności kredytowej przedsiębiorstw. Budowa metodyki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw wymaga wiedzy eksperckiej z wielu dziedzin, w tym z finansów, ekonomii, prawa. Metodyka kredytowa powinna być dostosowana do danego problemu decyzyjnego, struktury rozpatrywanych kryteriów, rodzaju dostępnych danych, sposobu analizy preferencji oraz wiedzy osoby tworzącej metodykę. W opracowaniu pokazano, że użyteczne stają się w takich sytuacjach metody analizy wielokryterialnej. Pozwalają one na konstrukcję modelu nawet w przypadku słabo ustrukturyzowanego problemu decyzyjnego. Dostarczają szereg metod i narzędzi, a proponowany schemat konstrukcji metodyki kredytowej „wymusza” na osobie budującej metodykę kredytową dogłębne zrozumienie problemu decyzyjnego.

Przyszłe badania dotyczyć będą konstrukcji przykładowych metodyk kredytowych, z wykorzystaniem wybranych metod analizy wielokryterialnej, które można zastosować z praktyce bankowej.

Literatura

- Appenzeller D., Szarzec K. (2004), *Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych*, „Rynek Terminowy”, nr 1, s. 120-128.
- Bana e Costa C.A., Vansnick J.C. (1997), *Applications of the MACBETH Approach in the Framework of the Additive-aggregation Model*, “Journal of Multi-Criteria Decision Analysis”, Vol. 6, s. 107-114.
- Banaś D., Michnik J. (2019), *Evaluation of the Impact of Strategic Offers on the Financial and Strategic Health of the Company – A Soft System Dynamics Approach*, “Mathematics”, Vol. 7(2), s. 1-20.
- Belton V., Stewart T.J. (2002), *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Brzostowski J., Roszkowska E. (2014), *System rekomendacji doboru wag kryteriów oparty na ich charakterystyce probabilistycznej*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Wydziałowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 178, *Modelowanie preferencji a ryzyko '14*, T. Trzaskalik (red.), s. 58-72.
- Cables E., García-Cascales M.S., Lamata M.T. (2012), *The LTOPSIS: An Alternative to TOPSIS Decision-making Approach for Linguistic Variables*, “Expert Systems with Applications”, Vol. 39(2), s. 2119-2126.
- Churchman C.W., Ackoff R.L. (1954), *An Approximate Measure of Value*, “Journal of Operations Research Society of America”, Vol. 2(1), s. 172-187.
- Figueira J., Greco S., Ehrgott M., eds. (2005), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York.
- Figueira J., Greco S., Słowiński R. (2009), *Building a Set of Additive Value Functions Representing a Reference Preorder and Intensities of Preference: GRIP Method*, “European Journal of Operational Research”, Vol. 82, No. 195, s. 460-486.
- Gershon M. (1981), *Model Choice in Multi-objective Decision-making in Natural Resource Systems*, Ph.D. Dissertation, University of Arizona.
- Górecka D., Roszkowska E., Wachowicz T. (2016), *The MARS Approach in the Verbal and Holistic Evaluation of the Negotiation Template*, “Group Decision and Negotiation”, Vol. 25, No. 138, s. 1-40.
- Guitouni A., Martel J.M. (1998), *Tentative Guidelines to Help Choosing an Appropriate MCDA Method*, “European Journal of Operational Research”, Vol. 109, s. 501-521.

- Hanley J.A., McNeil B.J. (1982), *The Meaning and Use of the Area under a Receiver Operating Characteristic (ROC) Curve*, "Radiology", Vol. 143(1), s. 29-36
- Harańczyk G. (2010), *Krzywe ROC, czyli ocena jakości klasyfikatora i poszukiwanie optymalnego punktu odcięcia*, StatSoft Polska, https://media.statsoft.pl/_old_dnn/downloads/krzywe_roc_czyli_ocena_jakosci.pdf (dostęp: 5.07.2018).
- Hellwig Z. (1968), *Zastosowania metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom rozwoju i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przeгляд Statystyczny”, nr 4, s. 307-327.
- Hołda A. (2001), *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w predykcji bankructwa – doświadczenia światowe*, „Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości”, nr 5(61), s. 75-86.
- Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin.
- Jadidi O., Hong T.S., Firouzi F., Yusuff R.M., Zulkifili K. (2008), *TOPSIS and Fuzzy Multi-objective Model Integration for Supplier Selection Problem*, „Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering”, Vol. 31(2), s. 762-769.
- Jagiello R. (2000), *Zarządzanie portfelem kredytowym banku*, Fundacja Rozwoju Edukacji i Badań Bankowych, Warszawa.
- Janc A., Kraska M. (2001), *Credit scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej*, Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa.
- Kitowski J. (2014), *Kryterium oceny czynników subiektywnych w bankowych metodach weryfikacji zdolności kredytowej przedsiębiorstwa*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego”, nr 803, s. 345-360.
- Kitowski J. (2018), *Metody dyskryminacyjne oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw – bariery wiarygodnego stosowania*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska. Sectio H – Oeconomia”, vol. 52(3), s. 51-59.
- Konopka P. (2018a), *The Application of SAW Method to Support the Decisions Concerning Start-up Financing*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, nr 4(94), s. 242-255.
- Konopka P. (2018b), *Zastosowanie metody WINGS do wspomaganie podejmowania decyzji o finansowaniu startów indywidualnych działalności gospodarczych*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 163, *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '15*, s. 114-124.
- Konopka P., Roszkowska E. (2015), *Zastosowanie metody UTA do wspomaganie podejmowania decyzji o finansowaniu startupów działalności gospodarczej*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, nr 3(75), s. 138-153.
- Konopka P., Roszkowska E. (2016), *Application of the MARS Method to the Evaluation of Grant Applications and Non-returnable Instruments of Start-up Business Financing*, „Multiple Criteria Decision Making”, vol. 11, 153-167.
- Mączyńska E., Zawadzki M. (2006), *Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw*, „Ekonomista”, nr 2, s. 1-24.

- Michnik J. (2013), *Weighted Influence Non-linear Gauge System (WINGS) – An Analysis Method for the Systems of Interrelated Components*, "European Journal of Operational Research", Vol. 228(3), s. 536-544.
- Moshkovich H.M., Mechitov A.I., Olson D.L. (2005), *Verbal Decision Analysis* [w:] J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York, s. 609-637.
- Obwieszczenie Marszałka Sejmu Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 2 listopada 2012 r. w sprawie ogłoszenia jednolitego tekstu Ustawy – Prawo bankowe, Dz.U. z 2012 r., poz. 1376.
- Pociecha J. (2007), *Problemy prognozowania bankructwa firmy metodą analizy dyskryminacyjnej*, „Folia Oeconomica”, nr 205, s. 63-79.
- Pociecha J., Pawelek B., Baryła M., Augustyn S. (2014), *Statystyczne metody prognozowania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej*, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Prusak B. (2005), *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Rogowski G. (1998), *Metody analizy i oceny banku na potrzeby zarządzania strategicznego*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu, Poznań.
- Roszkowska E. (2013), *Rank Ordering Criteria Weighting Methods – A Comparative Overview*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, nr 5(65), s. 14-31.
- Roszkowska E. (2015), *Wykorzystanie informacji preferencyjnej zadanej na zbiorze rozwiązań bliskich rozwiązaniu idealnemu w wybranych metodach wielokryterialnych*, „Ekonometria”, nr 4(50), s. 142-158.
- Roszkowska E., Wachowicz T. (2013), *Metoda TOPSIS i jej rozszerzenia – studium metodologiczne* [w:] T. Trzaskalik (red.), *Analiza wielokryterialna: wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 11-40.
- Roszkowska E., Wachowicz T. (2016), *Negocjacje. Analiza i wspomaganie decyzji*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Roy B. (1990), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Saaty T.I., Ergu D. (2015), *When is a Decision-making Method Trustworthy? Criteria for Evaluating Multi-criteria Decision-making Methods*, "International Journal of Information Technology & Decision Making", Vol. 14, s. 1171-1187.
- Simon H.A. (1960), *The Ford Distinguished Lectures*, Vol. 3, *The New Science of Management Decision*, Harper & Brothers, New York.
- Siskos Y., Grigoroudis E., Matsatsinis N.F. (2005), *UTA Methods* [w:] J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York, s. 297-334.

- Stronczonek A., Marcinkowska E., Sawicka J. (2017), *Systemy ERP a informacja zarządcza – perspektywa MSP*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 341, s. 331-345.
- Tecle A. (1988), *Choice of Multi-criteria Decision-making Techniques for Watershed Management*, Ph.D. Dissertation, University of Arizona.
- Trzaskalik T., red. (2014), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Metody i zastosowania*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Tzeng G.H., Chen T.Y., Wang J.C. (1998), *A Weight Assessing Method with Habitual Romains*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 110(2), s. 342-367.
- Walesiak M. (2016), *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Zawadzka Z. (2001), *Zarządzanie ryzykiem w banku komercyjnym*, Wydawnictwo Poltext, Warszawa.

Zastosowanie metod TOPSIS do wspomagania wyznaczania portfeli efektywnych

Ewa Pośpiech¹

Wprowadzenie

Metody wielokryterialne wykorzystuje się do rozwiązywania problemów, w których występuje wiele kryteriów oceny danego zjawiska. Spektrum metod wielokryterialnych jest bardzo szerokie. Do metod najbardziej powszechnych, chętnie wykorzystywanych przez praktyków, m.in. ze względu na jej przystępność, należy metoda TOPSIS. Umożliwia ona zbudowanie rankingu badanych wariantów decyzyjnych, a tym samym wskazanie (selekcję) obiektów najlepszych i najgorszych ocenianych przez pryzmat wielu cech. Metoda ta została opracowana w kilku wariantach, dając możliwość wykorzystania w zagadnieniach, w których mamy do czynienia z różnie przedstawionymi danymi (ostrymi, nieostrymi, nieilościowymi) [Roszkowska, Wachowicz, 2013].

Konstruowanie portfela to proces złożony, nieustannie nurtujący inwestorów – każdy chciałby osiągać wysokie zyski i ponosić przy tym jak najniższe ryzyko, co w praktyce często nie idzie w parze. Istnieje wiele koncepcji i teorii budowy portfeli. Jedną z nich jest wyznaczanie portfeli efektywnych, przy budowie których minimalizowane jest ryzyko przy z góry założonej oczekiwanej stopie zwrotu lub maksymalizowana jest oczekiwana stopa zwrotu przy ustalonym poziomie ryzyka [Jajuga, Jajuga, 2015]. Przy wyborze portfela długoterminowego sugeruje się, by wykorzystać analizę fundamentalną pozwalającą na ocenę kondycji ekonomiczno-finansowej spółek – dobra sytuacji spółki jest gwarantem jej stabilności, zatem warto w nią inwestować. Analiza ta oparta jest na wskaźnikach (fundamentalnych, rynkowych), których wielość może z jednej strony stanowić nadmiar informacji, z drugiej jednak umożliwia wykorzystanie metodycznego podejścia. Dlatego też do oceny spółki wskazany jest wybór najistotniejszych,

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Zarządzania, Katedra Statystyki, Ekonometrii i Matematyki, posp@ue.katowice.pl.

najczęściej wykorzystywanych wskaźników, natomiast charakter problemu pozwala na implementację metod wielokryterialnych [Trzaskalik, red., 2006].

Wykorzystanie w rozważaniach elementów analizy fundamentalnej wymaga uwzględnienia danych z pewnego przedziału czasowego. Sugestie spotykane w literaturze wskazują, że okres ten powinien obejmować od trzech do pięciu ostatnich lat [Tarczyński, 2002]. Wymaga to zatem odpowiedniej agregacji danych (np. uśrednienia w celu uzyskania pojedynczej wartości oceny kryterialnej) lub wykorzystania metod umożliwiających analizę problemu w kategoriach nieostrych.

Niniejsza praca nawiązuje do wcześniej prowadzonych badań, w których do budowy portfela wspomaganego metodami wielokryterialnymi wykorzystywano elementy modelowania nieostrych [Pośpiech, 2017a; 2017b; 2018; zob. Pośpiech, Mastalerz-Kodzis, 2015; 2016]. Ze względu na pojawiające się niejednoznaczności wyników badania wykorzystujące sygnalizowaną metodologię są kontynuowane.

Celem artykułu jest porównanie zysków portfeli efektywnych otrzymanych ze zbiorów spółek, które wyselekcjonowano za pomocą metod TOPSIS. Ponadto istotny element rozważań stanowi ocena zasadności i opłacalności wykorzystania w badanym zagadnieniu innych niż klasyczna wersja metody TOPSIS. Hipoteza badawcza brzmi: zastosowanie metody TOPSIS w ujęciu rozmytym lub przedziałowym do wyznaczenia portfeli efektywnych pozwala generować portfele bardziej atrakcyjne (zyskowniejsze) dla inwestora.

3.1. Metody TOPSIS

Metoda TOPSIS w sposób formalny została przedstawiona w pracy C.L. Hwanga i K. Yoon w roku 1981 [Hwang, Yoon, 1981]. Umożliwia ona uporządkowanie obiektów opisywanych przez wiele charakterystyk za pomocą jednej syntetycznej wielkości. Jest to metoda, która ma szeroki zakres zastosowań w różnych zagadnieniach wspomaganie decyzji wielokryterialnych. Stosowana była m.in. w takich problemach, jak: zagadnienia logistyczne [Bottani, Rizzi, 2006], ocena kandydatów na sprzedawców [Ecer, 2007], wybór dostawców [Eleren, Yilmaz, 2011], ocena konkurencyjności internetowych witryn zakupowych [Sun, Lin, 2009], wspomaganie negocjacji [Wachowicz, 2010], ocena wartości inwestycyjnej akcji [Tsao, 2003] i wiele innych. Metoda TOPSIS w różnych ujęciach wykorzystywana była także do wyboru portfela [Chen, Hung, 2009; Liu, Zhang,

Xu, 2012; Nguyen, Gordon-Brown, 2012; Raei, Bahrani Jahromi, 2012; Kazemi, Sarrafha, Bedel, 2014; Ece, Uludag, 2017]. O wyborze tej metody do wspomagania budowy portfela w proponowanym ujęciu zadecydowała m.in. względna prostota procedury wielokryterialnej, możliwość zastosowania różnych wersji dających szanse niestandardowego podejścia do problemu oraz rezultaty wcześniejszych analiz, które ukazały, że selekcja tą metodą umożliwia otrzymywanie satysfakcjonujących wyników [Pośpiech, Mastalerz-Kodzis, 2015].

W analizach zastosowano trzy warianty metody TOPSIS. Uwzględniono metodę w wersji standardowej (klasycznej), w wersji rozmytej oraz w wersji przedziałowej. W każdym z ujęć schemat postępowania jest analogiczny, różnice wynikają ze sposobu prezentacji danych. Procedura wyznaczania rankingu badanych obiektów przebiega etapami. Składają się na nią następujące kroki:

- wyznaczenie odpowiedniej macierzy decyzyjnej,
- określenie ważonej znormalizowanej macierzy decyzyjnej,
- wyznaczenie ważonych rozwiązań: idealnego i antyidealnego,
- obliczenie odległości poszczególnych wariantów od uzyskanych rozwiązań,
- wyznaczenie względnej odległości dla wszystkich obiektów – na podstawie malejącej wartości tej miary budowany jest ranking.

W każdej z uwzględnionych metod istnieje możliwość wyznaczenia ważonej znormalizowanej macierzy za pomocą różnych przekształceń. Szczegóły procedur wykorzystanych w poszczególnych wersjach metody TOPSIS przedstawiono w poniższych punktach.

Metoda TOPSIS – wersja standardowa

Przyjęto, że w standardowej wersji metody ocena wariantu i , $i = 1, \dots, m$, przez pryzmat kryterium k , $k = 1, \dots, n$, przedstawiana będzie za pomocą symbolu $a_i^{(k)}$, a macierz decyzyjną $\mathbf{X} = [\hat{x}_{ik}]$ stanowiąc będą elementy postaci [Hwang, Yoon, 1981; Lai, Liu, Hwang, 1994; Roszkowska, Wachowicz, 2013; Trzaskalik, red., 2014]:

$$\hat{x}_{ik} = \frac{a_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m [a_i^{(k)}]^2}}, \quad (1)$$

dla $i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, n$. Dysponując wartościami wag kryteriów w_k , $k = 1, 2, \dots, n$, budowana jest ważona znormalizowana macierz, przyjmująca postać: $\mathbf{Z} = [w_k \hat{x}_{ik}] = [v_{ik}]$. Na podstawie elementów tej macierzy wyznaczane

są oceny ważonych rozwiązań idealnego v_k^+ oraz antyidealnego v_k^- ; wykorzystywane są wzory:

$$v_k^+ = \begin{cases} \max_i v_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \\ \min_i v_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \end{cases}, \quad (2)$$

$$v_k^- = \begin{cases} \max_i v_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \\ \min_i v_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \end{cases}. \quad (3)$$

Do obliczenia odległości wariantów decyzyjnych od rozwiązań idealnego oraz antyidealnego zastosowano metrykę euklidesową, wykorzystując następujące zależności:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^n (v_{ik} - v_k^+)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1}^n (v_{ik} - v_k^-)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Ostatnim etapem procedury wyznaczania rankingu jest obliczenie dla każdego obiektu względnej odległości S_i , której wartości znajdują się w przedziale $[0,1]$ – stosuje się wzór:

$$S_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Metoda TOPSIS – wersja rozmyta

Podstawą konstrukcji macierzy decyzyjnej w rozmytej wersji metody TOPSIS (FTOPSIS) są elementy reprezentowane przez trójkątne liczby rozmyte postaci:

$$\tilde{a}_i^{(k)} = (d_{ik}, s_{ik}, g_{ik}), \quad (7)$$

gdzie:

d_{ik} – pesymistyczna ocena wariantu i względem kryterium k ,

s_{ik} – oczekiwana ocena wariantu i względem kryterium k ,

g_{ik} – optymistyczna ocena wariantu i względem kryterium k .

Na poszczególnych etapach procedury wyznaczania rankingu wielokryterialnego zastosowano odpowiednie wzory [Jahanshahloo, Hosseinzadeh Lotfi, Izadikhah, 2006b; Trzaskalik, red., 2014]:

- W celu zbudowania znormalizowanej macierzy decyzyjnej $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x}_{ik}]$ wykorzystano następujące przekształcenia – dla kryteriów maksymalizowanych wzór (8), dla kryteriów minimalizowanych wzór (9):

$$\tilde{x}_{ik} = \left(\frac{d_{ik}}{\max_j g_{jk}}, \frac{s_{ik}}{\max_j g_{jk}}, \frac{g_{ik}}{\max_j g_{jk}} \right), \quad (8)$$

$$\tilde{x}_{ik} = \left(\frac{\min_j g_{jk}}{g_{ik}}, \frac{\min_j g_{jk}}{s_{ik}}, \frac{\min_j g_{jk}}{d_{ik}} \right); \quad (9)$$

- Ważona znormalizowana macierz decyzyjna przyjęła postać $\tilde{\mathbf{Z}} = [\tilde{z}_{ik}] = [w_k \tilde{x}_{ik}]$, $i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, n$;
- Do wyznaczenia wartości rozmytych ważonych rozwiązań idealnego oraz antyidealnego uwzględniono zależność:

$$\tilde{v}_k^+ = \max_i \tilde{z}_{ik}, \quad (10)$$

$$\tilde{v}_k^- = \min_i \tilde{z}_{ik}, \quad (11)$$

dla $i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n$;

- Odległość między wariantami decyzyjnymi a punktami $\tilde{v}_k^+$ oraz $\tilde{v}_k^-$ liczono według wzorów:

$$d_i^+ = \sum_{k=1}^n d(\tilde{z}_{ik}, \tilde{v}_k^+), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

$$d_i^- = \sum_{k=1}^n d(\tilde{z}_{ik}, \tilde{v}_k^-), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

gdzie odległość między dwiema trójkątnymi liczbami rozmytymi $\tilde{a} = (d_a, s_a, g_a)$ oraz $\tilde{b} = (d_b, s_b, g_b)$ wyznaczono następująco:

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(d_a - d_b)^2 + (s_a - s_b)^2 + (g_a - g_b)^2]}; \quad (14)$$

- Ranking konstruowano na podstawie wartości współczynnika S_i zdefiniowanego wzorem (6).

Metoda TOPSIS – wersja przedziałowa

Traktując oceny kryterialne jako liczby przedziałowe postaci $[\underline{a}_i^{(k)}, \bar{a}_i^{(k)}]$, gdzie końce przedziałów oznaczają najmniejszą i największą wartość spośród ocen kryterialnych dla danego obiektu, można przyjąć, że znormalizowana macierz decyzyjna $\mathbf{X} = [\underline{\hat{x}}_{ik}, \bar{\hat{x}}_{ik}]_{m \times n}$ składa się z elementów przyjmujących postać [Jahanshahloo, Hosseinzadeh Lotfi, Izadikhah, 2006a; Roszkowska, 2011; Roszkowska, Wachowicz, 2013]:

$$\underline{\hat{x}}_{ik} = \frac{\underline{a}_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left[\left(\underline{a}_i^{(k)} \right)^2 + \left(\bar{a}_i^{(k)} \right)^2 \right]}}, \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, n, \quad (15)$$

$$\bar{\hat{x}}_{ik} = \frac{\bar{a}_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left[\left(\underline{a}_i^{(k)} \right)^2 + \left(\bar{a}_i^{(k)} \right)^2 \right]}}, \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, n. \quad (16)$$

Przy wprowadzonych oznaczeniach ważona znormalizowana przedziałowa macierz decyzyjna w postaci $\mathbf{Z} = [w_k \underline{\hat{x}}_{ik}, w_k \bar{\hat{x}}_{ik}]_{m \times n} = [\underline{v}_{ik}, \bar{v}_{ik}]_{m \times n}$ jest podstawą wyznaczania rozwiązań idealnego oraz antyidealnego; w obliczeniach wykorzystano następujące wzory:

$$v_k^+ = \begin{cases} \max_i \bar{v}_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \\ \min_i \underline{v}_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \end{cases}, \quad (17)$$

$$v_k^- = \begin{cases} \max_i \bar{v}_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \\ \min_i \underline{v}_{ik} & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \end{cases}. \quad (18)$$

Odległości od odpowiednich rozwiązań idealnego i antyidealnego obliczono, stosując formuły:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^n (\underline{v}_{ik} - v_k^+)^2 + \sum_{k=1}^n (\bar{v}_{ik} - v_k^+)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (19)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{k=1}^n (\bar{v}_{ik} - v_k^-)^2 + \sum_{k=1}^n (v_{ik} - v_k^-)^2}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (20)$$

Wartość wskaźnika S_i , według którego tworzony był ranking, wyznaczono za pomocą wzoru (6).

3.2. Analiza empiryczna

W analizach uwzględniono spółki indeksu WIG20 z grudnia 2017 r. Przeciążony czasowy objęty badaniem to lata 2015-2017 (dla wskaźników fundamentalnych lub rynkowych), natomiast przeciętna stopa zwrotu i ryzyko szacowane były na podstawie dziennych notowań z roku 2017². Pierwszym etapem badań była selekcja walorów dokonana na podstawie procedury wielokryterialnej uwzględniającej cztery kryteria. Wybrano następujące wskaźniki służące do oceny fundamentalnej kondycji spółki [Tarczyński, 2001; 2002; Leszczyński, 2004; Trzaskalik, red., 2006; Tyran, 2011]:

- wskaźnik rentowności aktywów ROA (zysk netto / aktywa ogółem),
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE (zysk netto / kapitał własny),
- wskaźnik P/BV (cena rynkowa akcji / wartość księgowa na jedną akcję),
- wskaźnik P/E (cena rynkowa akcji / zysk na jedną akcję).

Wybrane kryteria potraktowano jako tak samo ważne, dlatego każdemu przypisano wagę równą 0,25. Ważnym elementem procedury wielokryterialnej jest ustalenie kierunku optymalizacji kryteriów. W przypadku pierwszych dwóch wskaźników (ROA, ROE) im wyższe wartości notuje spółka, tym lepiej dla firmy, natomiast w przypadku dwóch pozostałych wskaźników zdania są podzielone [Tarczyński, 2002; Trzaskalik, red., 2014]. W pracy przyjęto, że każde kryterium będzie maksymalizowane.

Ze względu na to, iż w celu dokonania fundamentalnej oceny spółki sugeruje się uwzględnić dane z trzech do pięciu ostatnich lat, oceny kryterialne składają się z kilku wartości. Przyjmując zatem okres kilkuletni (w pracy uwzględniono trzy lata), oceny kryterialne potraktowano w różny sposób. Chcąc uzyskać za ten okres ocenę punktową (przedstawioną za pomocą jednej wielkości), wartości odpowiednio uśredniono. W drugim podejściu oceny kryterialne potraktowano jako trójkątne liczby rozmyte postaci (l_k, m_k, u_k) , gdzie: l_k to najmniejsza war-

² Dane zaczerpnięto ze sprawozdań finansowych badanych spółek oraz ze źródeł internetowych wykazanych w literaturze [Sprawozdania finansowe..., b.r.; www 1; www 2; www 3].

tość spośród ocen kryterialnych dla danej spółki z badanych trzech lat, m_k to środkowa wartość ocen kryterialnych, u_k to największa wartość ocen kryterialnych. Trzeci rozpatrywany wariant zakładał potraktowanie wartości kryterialnych z trzech lat jako zakres, co oznacza, że traktowano je jako liczby przedziałowe postaci $[l_{ik}, u_{ik}]$. Rozpatrywano zatem trzy warianty, wykorzystując odpowiednio: metodę TOPSIS (TOP) – wariant I, metodę TOPSIS w wersji rozmytej (FTOP) – wariant II, metodę TOPSIS w ujęciu przedziałowym (ITOP) – wariant III. Wartości miernika S_i i wynikające z niego uporządkowanie spółek przedstawia tabela II.13.

Tabela II.13. Wartości odległości wskaźnika S_i oraz rankingi według poszczególnych wariantów

Spółka	Wariant I (TOP)		Wariant II (FTOP)		Wariant III (ITOP)	
	S_i	Rank	S_i	Rank	S_i	Rank
ALR	0,577	15	0,503	14	0,442	16
ACP	0,607	11	0,506	12	0,447	11
BZW	0,627	9	0,531	8	0,455	9
CCC	0,968	1	0,792	1	0,558	1
CPS	0,644	6	0,538	6	0,462	8
ENG	0,600	14	0,497	15	0,444	15
EUR	0,724	3	0,586	4	0,465	6
JSW	0,473	18	0,381	18	0,487	4
KGH	0,416	19	0,290	20	0,383	19
LTS	0,630	8	0,506	13	0,446	13
LPP	0,856	2	0,686	2	0,521	2
MBK	0,602	13	0,509	11	0,446	14
OPL	0,476	17	0,377	19	0,381	20
PEO	0,619	10	0,523	9	0,452	10
PGE	0,576	16	0,443	16	0,414	17
PGN	0,643	7	0,534	7	0,462	7
PKN	0,723	4	0,617	3	0,493	3
PKO	0,604	12	0,510	10	0,446	12
PZU	0,663	5	0,574	5	0,472	5
TPE	0,241	20	0,417	17	0,410	18

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Pośpiech [2018].

Ze względu na odmienne sposoby traktowania wartości ocen kryterialnych, a także różną ich normalizację i agregację, wartości S_i dla poszczególnych wariantów są zróżnicowane. Korelacja rankingów, mierzona współczynnikiem korelacji rang Spearmana, kształtuje się na wysokim poziomie nie niższym niż 0,81. Rankingi spółek otrzymane za pomocą metody TOPSIS i rozmytej metody TOPSIS są bardzo silnie skorelowane (współczynnik Spearmana wynosi 0,96), natomiast współczynniki korelacji między rankingami wariantów I (TOP) i III (ITOP) oraz II (FTOP) i III (ITOP) wynoszą odpowiednio 0,81 i 0,83. Najwięk-

sza różnica w uporządkowaniu według uwzględnionych metod widoczna jest w przypadku spółki JSW. W pozostałych przypadkach uporządkowanie różni się co najwyżej o pięć pozycji.

Wyniki zamieszczone w tabeli II.13 umożliwiły wyłonienie grup spółek, na podstawie których konstruowano portfele. Przyjęto dwie wartości progowe stanowiące granicę, od której „kwalifikowano” spółki do zbioru będącego podstawą wyboru portfela (tabela II.14). Na podstawie wstępnej analizy oraz wcześniej prowadzonych badań [Pośpiech, 2018; 2019] (rozważano w nich inne progi odcięcia oraz zbiory równoliczne wyłonię na podstawie pozycji w rankingu) przyjęto $S_i = 0,5$ oraz $S_i = \bar{x}$. Wybrane wartości uwzględniono dla każdej ze stosowanych metod TOPSIS, co dało możliwość wygenerowania sześciu portfeli.

Tabela II.14. Rezultaty grupowania spółek według wartości S_i

Próg wyboru	Wariant – Liczba spółek	Grupy spółek
$S_i = 0,5$	I (TOP) – 16	ALR, ACP, BZW, CCC, CPS, ENG, EUR, LTS, LPP, MBK, PEO, PGE, PGN, PKN, PKO, PZU
	II (FTOP) – 14	ALR, ACP, BZW, CCC, CPS, EUR, LTS, LPP, MBK, PEO, PGN, PKN, PKO, PZU
	III (ITOP) – 2	CCC, LPP
$S_i = \bar{x}$	I (TOP) – 10	CCC, LPP, EUR, PKN, PZU, CPS, PGN, LTS, BZW, PEO
	II (FTOP) – 9	CCC, LPP, EUR, PKN, PZU, CPS, PGN, BZW, PEO
	III (ITOP) – 9	CCC, LPP, PKN, JSW, PZU, EUR, PGN, CPS, BZW

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Pośpiech [2018].

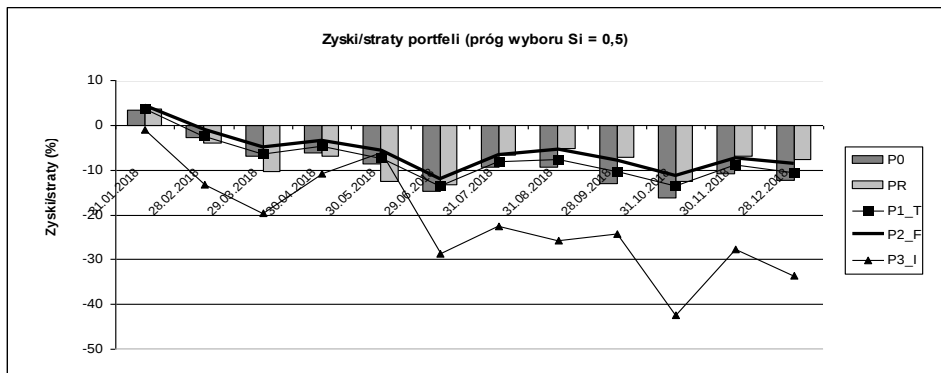
Przy przyjętych progach odcięcia rozbieżność wartości wskaźnika S_i dla poszczególnych spółek istotnie wpływa na ich wybór. Wyłonięne grupy są zatem dosyć zróżnicowane pod względem liczebności. Z uzyskanych zbiorów skonstruowano portfele efektywne oparte na klasycznym podejściu Markowitza. Rozwiązano zadanie optymalizacyjne, w którym minimalizowana była wariancja portfela przy ustalonej średniej stopie zwrotu (przyjęto średnią dodatnich stóp zwrotu badanych spółek). Ocena uzyskanych portfeli została przeprowadzona na podstawie wielkości zysków/strat wyznaczonych na koniec kolejnych miesięcy roku 2018. W tabeli II.15 przedstawiono szacunkowe wartości dla otrzymanych sześciu portfeli. Zestawiono je z wynikami portfela efektywnego wyznaczonego na podstawie wszystkich dwudziestu badanych spółek – oznaczonego symbolem P0 – a ponadto ukazano wyniki dla portfela rynkowego (indeks WIG20), który oznaczono symbolem PR.

Tabela II.15. Zyski/straty portfeli efektywnych (w %)

Stopa zysku/straty portfeli w porównaniu do 3.01.2018 roku	$S_i = 0,5$			$S_i = \bar{x}$			P0	PR
	P1 (TOP)	P2 (FTOP)	P3 (ITOP)	P4 (TOP)	P5 (FTOP)	P6 (ITOP)		
31.01.2018	3,62	4,30	-0,96	1,43	4,71	6,28	3,51	3,68
28.02.2018	-2,40	-1,12	-13,28	-7,39	-0,32	-1,53	-2,70	-4,02
29.03.2018	-6,52	-4,97	-19,75	-10,72	-5,65	-4,97	-6,93	-10,27
30.04.2018	-4,76	-3,44	-10,87	-4,57	-5,88	0,16	-6,26	-6,96
30.05.2018	-7,30	-5,78	-6,13	-7,25	-6,70	2,89	-8,73	-12,43
29.06.2018	-13,60	-12,06	-28,77	-16,80	-10,94	-7,31	-14,76	-13,31
31.07.2018	-8,17	-6,61	-22,57	-12,38	-8,93	-1,97	-9,31	-6,54
31.08.2018	-7,68	-5,47	-25,81	-12,86	-5,72	0,55	-9,42	-5,09
28.09.2018	-10,44	-7,99	-24,30	-12,15	-13,01	-5,79	-12,96	-7,23
31.10.2018	-13,51	-11,34	-42,53	-20,99	-17,54	-14,25	-16,2	-12,64
30.11.2018	-8,83	-7,41	-27,67	-11,89	-15,61	-14,58	-10,82	-6,99
28.12.2018	-10,48	-8,52	-33,48	-12,84	-15,79	-14,25	-12,19	-7,58

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Pośpiech [2018].

Ogólnie mówiąc, badane portfele na przestrzeni niemal całego rozważanego okresu charakteryzowały się stratami. Na rysunkach II.8 i II.9 zaprezentowano graficznie zyski bądź straty badanych portfeli, osobno dla wybranych progów, porównując je z wynikami portfeli P0 oraz PR.

**Rysunek II.8.** Zyski/straty na koniec kolejnych miesięcy roku 2018 ($S_i = 0,5$)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Pośpiech [2018].

Analiza rezultatów zamieszczonych w tabeli II.15 oraz na rysunku II.8 umożliwia dokonanie następujących spostrzeżeń³:

$$P2 \succ P1 \succ P0 \succ P3,$$

³ Symbol „ $\succ$ ” oznacza silną preferencję, natomiast symbol „ $\succsim$ ” określa słabą preferencję.

$P2 \succ PR$ (od stycznia do czerwca),

$PR \succ P2$ (od lipca do grudnia),

$P1 \succ PR$ (od stycznia do czerwca),

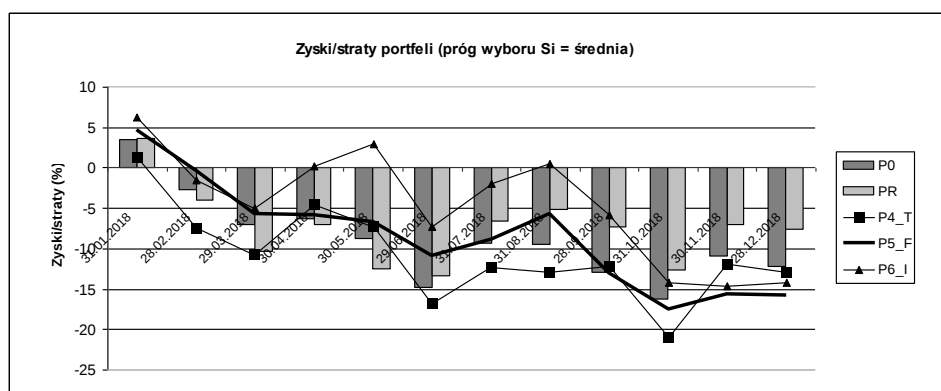
$PR \succ P1$ (od lipca do grudnia),

$PR \succ P3$ (z wyjątkiem 30.05).

W przypadku progu na poziomie $S_i = 0,5$ najgorzej prezentował się portfel P3 (selekcja do portfela odbyła się przy użyciu przedziałowej metody TOPSIS), natomiast najlepsze wyniki, w porównaniu do portfeli P1, P0 i P3, notował portfel P2. W porównaniu z portfelem rynkowym PR zaobserwować można prawidłowość, że w I półroczu 2018 r. lepsze wyniki notował P2, natomiast w II półroczu 2018 r. nastąpiło odwrócenie zależności (podobna relacja miała miejsce przy porównaniu portfeli P1 i PR). Można twierdzić, że przez ok. pół roku portfel efektywny zbudowany na bazie selekcji za pomocą rozmytej metody TOPSIS daje lepsze wyniki niż portfel rynkowy – po tym czasie należałoby przebudować portfel P2.

Przyczyn niekorzystnych wyników portfela P3 należy szukać w małej liczbie spółek, na podstawie którego budowano portfel efektywny – zbyt mała liczba walorów w portfelu zwiększa jego ryzyko (portfel nie jest zdywersyfikowany).

Rysunek II.9 obrazuje wyniki portfeli wygenerowane przy progu odcięcia na poziomie średniej wielkości wskaźnika S_i .



Rysunek II.9. Zyski/straty na koniec kolejnych miesięcy roku 2018 ($S_i = \bar{x}$)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Pośpiech [2018].

Analiza wyników zawartych w tabeli II.15 i przedstawionych na rysunku II.9 pozwala na przedstawienie kolejnych spostrzeżeń:

$P6 \succ P4$ oraz $P6 \succ P0$ (z wyjątkiem listopada i grudnia),

$P6 \succ P5 \succ P0$ (do sierpnia),

$P5 \succ PR$ (od stycznia do czerwca),

$PR \succ P5$ (od lipca do grudnia),

$P6 \succ P5$,

$P5 \succ P4$ (z wyjątkiem: 30.04, 28.09; 30.11; 28.12),

$P6 \succ PR$ (do września).

W przypadku progu $S_i = \bar{x}$ najmniej korzystnie prezentuje się portfel P4 (zbudowany ze zbiorów wyselekcjonowanych za pomocą standardowej metody TOPSIS), najlepiej natomiast – P6 (selekcja przeprowadzona za pomocą metody przedziałowej). Podobnie jak poprzednio zachodzi zależność między portfelem P5 (selekcja z uwzględnieniem FTOPSIS) i PR: P5 preferowane nad PR w I półroczu 2018 r., po czym w drugiej połowie następuje odwrócenie relacji. Obserwacja uzyskanych rezultatów pozwala wnosić, iż w omawianym wariancie portfele efektywne zbudowane po wstępnej selekcji walorów metodą TOPSIS w ujęciu rozmytym lub przedziałowym osiągają lepsze wyniki niż portfel rynkowy w I półroczu 2018 r. – następnie należałoby zmodyfikować strukturę portfeli.

Podsumowanie

Głównym celem analiz było porównanie zysków portfeli efektywnych, przy wyznaczaniu których wspomagano się wielokryterialnymi metodami TOPSIS. Hipoteza badawcza głosiła, że wykorzystanie wspomnianych metod w ujęciu rozmytym lub przedziałowym umożliwia generowanie portfeli bardziej atrakcyjnych dla inwestora. Przeprowadzone analizy pozwalają wnioskować, że wykorzystanie do wstępnej selekcji walorów metod TOPSIS, w proponowanym ujęciu, daje szanse na osiągnięcie lepszych wyników, niż gwarantuje to portfel rynkowy. Wniosek ten dotyczy szczególnie metody w ujęciu rozmytym i potwierdza się głównie w pierwszym półroczu 2018 r. Może to oznaczać, że po kilku miesiącach od zbudowania portfela pojawia się potrzeba jego modyfikacji. Zastosowanie metody TOPSIS w ujęciu przedziałowym dało satysfakcjonującą podstawę konstrukcji portfela tylko przy drugim ujęciu (gdy próg doboru spółki

do zbioru bazowego określony był jako średnia wartości miernika S_i). W pierwszym z ujęć portfel wyłoniony na bazie tej metody notował najgorsze wyniki – tak niekorzystnych wyników portfela należy dopatrywać się w zbyt małej liczbie walorów w portfelu, co zwiększa jego ryzyko. Rekomendacja tej metody w danym ujęciu nie jest jednoznaczna.

Podsumowując, w proponowanych ujęciach zastosowanie do wstępnej selekcji spółek metody TOPSIS w ujęciu rozmytym przeważnie umożliwia wyznaczenie portfeli efektywnych o wyższym zysku bądź mniejszej stracie w porównaniu do portfela rynkowego, natomiast, ze względu na niejednoznaczność wyników uzyskanych przy wspomaganiu się metodą przedziałową, jej rekomendacja na tym etapie nie jest uzasadniona. W konkluzji można stwierdzić, że cel badań został częściowo osiągnięty, a hipoteza, odnosząca się do rekomendacji metod TOPSIS w ujęciu rozmytym lub przedziałowym, zostaje tylko częściowo potwierdzona. Uzyskane wyniki badań nie mogą zatem stanowić jednoznacznej rekomendacji dla inwestora.

Istnieje wiele aspektów i problemów, które mogą stanowić inspirację dalszych badań, np. uwzględnienie alternatywnych sposobów wyznaczania progów odcięcia, nałożenie dodatkowych warunków na udziały walorów w portfelu czy też zastosowanie innej metody budowy portfela.

Literatura

- Bottani E., Rizzi A. (2006), *A Fuzzy TOPSIS Methodology to Support Outsourcing of Logistics Services*, "Supply Chain Management: An International Journal", No. 11(4), s. 294-308.
- Chen C.T., Hung W.Z. (2009), *A New Decision-making Method for Stock Portfolio Selection Based on Computing with Linguistic Assessment*, "Journal of Applied Mathematics and Decision Science", Vol. 2009, s. 1-21.
- Ece O., Uludag A.S. (2017), *Applicability of Fuzzy TOPSIS Method in Optimal Portfolio Selection and an Application in BIST*, "International Journal of Economics and Finance", No. 9(10), s. 107-127.
- Ecer F. (2007), *A New Approach Towards Evaluation and Selection of Salesperson Candidates: Fuzzy TOPSIS*, "Anadolu University Journal of Social Science", No. 7(2), s. 187-204.
- Eleren A., Yilmaz C. (2011), *Selection of Suppliers by Fuzzy TOPSIS Model; Sample Study From Turkey*, "International Journal of Business and Social Science", Vol. 2(22), s. 189-200.

- Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Application*, Springer Verlag, Berlin.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M. (2006a), *An Algorithmic Method to Extend TOPSIS for Decision-making Problems with Interval Data*, "Applied Mathematics and Computation", No. 175, s. 1375-1384.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M. (2006b), *Extension of the TOPSIS Method for Decision-making Problems with Fuzzy Data*, "Applied Mathematics and Computation", No. 181(2), s. 1544-1551.
- Jajuga K., Jajuga T. (2015), *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Aktywa niefinansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kazemi A., Sarrafha K., Bedel M. (2014), *A Hybrid Fuzzy Decision Making Method for a Portfolio Selection: A Case Study of Tehran Stock Exchange*, "International Journal of Industrial and Systems Engineering", No. 18(3), s. 335-354.
- Lai Y.J., Liu T.Y., Hwang C.L. (1994), *TOPSIS for MODM*, "European Journal of Operational Research", No. 76(3), s. 486-500.
- Leszczyński Z. (2004), *Analiza ekonomiczno-finansowa spółki*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Liu Y.J., Zhang W.G., Xu W.J. (2012), *Fuzzy Multi-period Portfolio Selection Optimization Models Using Multiple Criteria*, "Automatica", No. 48(12), s. 3042-3053.
- Markowitz H.M. (1952), *Portfolio Selection*, "Journal of Finance", No. 7(1), s. 77-91.
- Nguyen T.T., Gordon-Brown L.N. (2012), *Fuzzy Numbers and MCDM Methods for Portfolio Optimization*, "International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering", No. 6(12), s. 1593-1605.
- Pośpiech E. (2017a), *Multi-criteria Fuzzy Modelling in the Issue of Portfolio Selection. Proceeding (Part III)* [w:] M. Čulík (ed.), *Financial Management of Firms and Financial Institutions 2017*, VŠB – TU, Ostrava, s. 700-707.
- Pośpiech E. (2017b), *Rozmyte modelowanie we wspomaganiu decyzji inwestycyjnych*, „Organizacja i Zarządzanie”, nr 113, s. 375-384.
- Pośpiech E. (2018), *The Risk of Multi-criteria Portfolios Taking into Account the Fuzzy Approach* [w:] M. Čulík (ed.), *Managing and Modelling of Financial Risks*, 9th International Scientific Conference – Proceedings (Part 2), VŠB – TU, Ostrava, s. 411-418.
- Pośpiech E. (2019), *Effective Portfolios – An Application of Multi-criteria and Fuzzy Approach*, „Folia Oeconomica Stetinensia”, vol. 19(1), s. 126-139.
- Pośpiech E., Mastalerz-Kodzis A. (2015), *Wybór metody wielokryterialnej do wspomaganie decyzji inwestycyjnych*, „Organizacja i Zarządzanie”, nr 86, s. 379-388.
- Pośpiech E., Mastalerz-Kodzis A. (2016), *Zastosowanie metody TOPSIS w ujęciu rozmytym do selekcji walorów giełdowych*, „Organizacja i Zarządzanie”, nr 96, s. 395-404.

- Raei R., Bahrani Jahromi M. (2012), *Portfolio Optimization Using a Hybrid of Fuzzy ANP, VIKOR and TOPSIS*, "Management Science Letters", No. 2, s. 2473-2484.
- Roszkowska E. (2011), *Multi-criteria Decision Making Models by Applying the Topsis Method to Crisp and Interval Data*, "Multiple Criteria Decision Making", Vol. 6, s. 200-230.
- Roszkowska E., Wachowicz T. (2013), *Metoda TOPSIS i jej rozszerzenia – studium metodologiczne* [w:] T. Trzaskalik (red.), *Analiza wielokryterialna. Wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 11-40.
- Sprawozdania finansowe spółek z lat 2015-2017, <http://www.money.pl/gielda/spolki-gpw/> (dostęp: 31.03.2019).
- Sun C.C., Lin G.T.R. (2009), *Using Fuzzy TOPSIS Method for Evaluating the Competitive Advantages of Shopping Websites*, "Expert Systems with Applications", No. 36, s. 11764-11771.
- Tarczyński W. (2001), *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, Wydawnictwo Placet, Warszawa.
- Tarczyński W. (2002), *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Trzaskalik T., red. (2006), *Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Trzaskalik T., red. (2014), *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Tsao C.T. (2003), *Evaluating Investment Values of Stocks Using A Fuzzy TOPSIS Approach*, "Journal of Information and Optimization Sciences", No. 24(2), s. 373-396.
- Tyran M.R. (2011), *Wskaźniki finansowe*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Wachowicz T. (2010), *Analiza możliwości aplikacji metody TOPSIS do wspomagania negocjacji* [w:] M. Nowak (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych '10*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, s. 256-282.
- [www 1] www.bankier.pl (dostęp: 31.03.2019).
- [www 2] www.gpw.pl (dostęp: 31.03.2019).
- [www 3] <http://infostrefa.com/infostrefa/pl/archiwum> (dostęp: 31.03.2019).

Analiza porównawcza badania ryzyka technologicznego w projektach badawczo-rozwojowych przedsiębiorstw¹

Anna Prusak², Konrad Kułakowski³, Jacek Szybowski⁴

Wprowadzenie

Od 1 maja 2004 r. Polska jest pełnoprawnym beneficjentem funduszy unijnych w ramach polityk wspólnotowych. Jedną z nich jest polityka regionalna, wdrażana poprzez Fundusz Spójności (FS) oraz fundusze strukturalne, tj. Europejski Fundusz Rozwoju Regionalnego (EFRR) i Europejski Fundusz Społeczny (EFS). W Polsce wsparcie finansowe pochodzące z tych źródeł udzielane jest w ramach tzw. programów operacyjnych. Największym ogólnopolskim programem operacyjnym przeznaczonym dla przedsiębiorstw jest w obecnej perspektywie finansowej (2014-2020) Program Operacyjny Inteligentny Rozwój (POIR), zastępujący PO Innowacyjna Gospodarka (POIG) z poprzedniej perspektywy (2007-2013). Alokacja dla tego programu wynosi ok. 8,6 mld EUR, co stanowi prawie 10% całkowitej krajowej alokacji funduszy unijnych w ramach polityki regionalnej na lata 2014-2020, tj. ok. 83 mld EUR⁵.

Celem POIR jest pobudzenie innowacyjności gospodarki poprzez wymóg nałożony na przedsiębiorstwa, aby prowadziły one działalność badawczo-rozwojową, której rezultatem będzie innowacyjny⁶ produkt lub usługa. Jest to

¹ Badania były wspierane przez Narodowe Centrum Nauki w ramach projektu 2017/25/B/HS4/01617.

² Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Kolegium Nauk o Zarządzaniu i Jakości, Instytut Nauk o Jakości i Zarządzania Produktem, Katedra Zarządzania Procesowego, anna.prusak@uek.krakow.pl.

³ Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej, Katedra Informatyki Stosowanej, kkułak@agh.edu.pl.

⁴ Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Matematyki Stosowanej, Katedra Analizy Matematycznej, Matematyki Obliczeniowej i Metod Probabilistycznej, szybowski@agh.edu.pl.

⁵ Informacja ze strony: *Fundusze europejskie w Polsce* [2016].

⁶ Innowacyjność rozumiana jako innowacje technologiczne w obrębie produktów i procesów (TPP), zgodnie z definicją podaną w *Podręczniku Oslo* [OECD, Eurostat, 2005].

podstawowa różnica w porównaniu do perspektywy 2007-2013, kiedy najbardziej popularną formą unijnego wsparcia dla przedsiębiorstw były dotacje na inwestycje [Krasuska, 2014]. Obecnie wszystkie wnioski projektowe składane przez przedsiębiorstwa w ramach PO Inteligentny Rozwój (POIR) muszą uwzględniać badania, rozwój i innowacje, nawet jeśli celem przedsiębiorstwa jest rozbudowa infrastruktury. Projekty te określane są często jako „B+R+I”. Ideą POIR jest dofinansowanie całego procesu tworzenia innowacyjnych produktów i usług, począwszy od wczesnych etapów badań i rozwoju technologii, aż do wdrożenia gotowego produktu na rynek („od koncepcji do zysku”) [Pruśak, Rokita, Giemza, 2017].

Poziom dofinansowania, czyli intensywność wsparcia unijnego na działania B+R+I przedsiębiorstw, może wynosić nawet 80% kosztów, ale zależne jest to od trzech okoliczności. Pierwsza z nich to status beneficjenta realizującego projekt, tj. czy jest przedsiębiorcą mikro/małym, średnim czy dużym. Przedsiębiorstwa mikro/małe podlegają najwyższej intensywności dofinansowania. Druga z nich to deklaracja przedsiębiorstwa co do prowadzenia przezeń działań upowszechniających wyniki prac B+R (tzw. premia za upowszechnianie⁷ wynosząca dodatkowo 15% kosztów projektu). Trzecia to rodzaj prowadzonych działań: czy są to badania przemysłowe (realizowane w początkowej fazie opracowywania technologii), czy prace rozwojowe (realizowane na bardziej zaawansowanym poziomie opracowywania technologii, tuż przed jej wdrożeniem). Intensywność wsparcia badań przemysłowych jest wyższa niż prac rozwojowych, jednakże te ostatnie są obligatoryjne w projekcie B+R współfinansowanym w ramach POIR. Idea wyższego poziomu dofinansowania dla badań przemysłowych związana jest z wysokim poziomem ryzyka, w szczególności ryzyka technologicznego, skutkiem którego może być nieuzyskanie założeń dotyczących funkcjonalności innowacyjnej technologii.

Rzadko które przedsiębiorstwo, szczególnie mikro, małe czy średnie, może sobie pozwolić na podjęcie ryzyka prowadzenia badań, których wyniki wiążą się z niepewnością, a to właśnie ma miejsce w przypadku innowacyjnych technologii. Z drugiej strony, innowacyjność jest pożądana zarówno z punktu widzenia danego przedsiębiorstwa, jak i w skali kraju i całej Unii Europejskiej. Dzięki

⁷ Upowszechnianie może mieć miejsce m.in. poprzez: 1) opublikowanie co najmniej dwóch artykułów naukowych lub technicznych opublikowanych na liście A MNiSW lub w powszechnie dostępnych bazach danych, zapewniających swobodny dostęp do uzyskanych wyników badań; bądź poprzez 2) prezentacje na co najmniej trzech konferencjach naukowych lub technicznych, w tym co najmniej jednej o zasięgu ogólnokrajowym; lub 3) za pośrednictwem oprogramowania bezpłatnego lub z licencją otwartego dostępu.

innowacyjności przedsiębiorstwa i kraje uzyskują przewagę konkurencyjną na wielu płaszczyznach. W krajach rozwiniętych coraz większe znaczenie dla wzrostu gospodarczego mają nauka i zaawansowane technologie, które wypierają rolę tradycyjnych czynników rozwoju jak praca, kapitał i ziemia [Wasiluk, 2002]. Dotacja unijna ma więc stanowić zachętę dla przedsiębiorstw (o każdym statusie) do prowadzenia ryzykownych, ale i wysoce pożądanых prac nad rozwojem innowacyjnych technologii. W tym kontekście dotacja unijna na działalność B+R nie jest więc „darowizną” dla przedsiębiorstwa, lecz formą strategii przeniesienia ryzyka związanego z nową technologią na państwo (wspólnotę państw). W zamian za to przedsiębiorstwo zobowiązuje się odpowiednio (zgodnie z umową) wydatkować środki unijne, dokumentować je, a po zakończeniu projektu – wdrożyć innowacyjną technologię na rynek, czego dowodem jest określony we wskaźnikach projektu przychód ze sprzedaży tej technologii [*Krajowe Inteligentne Specjalizacje...*, 2019].

Celem tego artykułu jest ukazanie potencjału zastosowania jednej z wielokryterialnych metod wykorzystujących porównania parami, tj. analitycznego procesu hierarchicznego, do analizy ryzyka technologicznego w projektach badawczo-rozwojowych (B+R) realizowanych przez przedsiębiorstwa. W kolejnych częściach artykułu omówiono: analizę i znaczenie ryzyka technologicznego w projektach B+R, zasadę działania analitycznego procesu hierarchicznego (AHP) oraz wykorzystanie tej metody do analizy ryzyka technologicznego zidentyfikowanego na podstawie analizy wniosków projektowych złożonych w konkursach POIR 1.1.1 (*Projekty badawczo-rozwojowe przedsiębiorstw*). Analizy czynników ryzyka technologicznego za pomocą porównań parami, jak również metodą „tradycyjną”, dokonali kierownicy B+R projektów POIR 1.1.1.

4.1. Analiza ryzyka technologicznego w projektach B+R przedsiębiorstw

Każda aktywność gospodarcza przedsiębiorstw związana jest z ryzykiem, jednakże realizacja projektów charakteryzuje się znacznie wyższym poziomem ryzyka w porównaniu z innymi obszarami aktywności. Wiąże się to m.in. z tym, że projekty są to przedsięwzięcia jednorazowe i niepowtarzalne, brak jest pełnej wiedzy o przyszłych okresach ich realizacji, a ponadto często wymagają poniesienia znacznych nakładów inwestycyjnych [Judkowiak, Dziadek, 2015]. Ryzyko w projektach definiowane jest jako „przyszłe (i niepewne) zdarzenie, którego

rezultatem jest negatywna lub pozytywna zmiana w projekcie” [Wysocki, 2013]. Oznacza to, że ryzykiem jest każde odstępstwo od planu bazowego, polegające np. na wcześniejszym ukończeniu zadania czy redukcji kosztów, a więc powodujące także korzystne zmiany w przebiegu lub skutkach projektu.

Według Centralnego Punktu Informacyjnego Funduszy Europejskich większość procedur zarządzania ryzykiem dotyczy tych niepewności, które powodują „zagrożenia co najmniej jednego z trzech głównych parametrów projektu, tzn. zakresu (jakości), czasu realizacji lub kosztów” [Centralny Punkt Informacyjny FE, 2015]. Różne kategorie ryzyka wynikają natomiast z dużo szerszego spektrum czynników niż sama wyjątkowość i niepowtarzalność projektu.

Często spotykana w literaturze zarządzania projektami kategoryzacja źródeł ryzyka została opisana m.in. w podręczniku PMBOK Guide [Project Management Institute, 2013]. Obejmuje ona ryzyko techniczne (technologiczne), ryzyko zewnętrzne mające źródła poza organizacją (np. konkurencja), ryzyko organizacyjne mające źródła w organizacji realizującej projekt (np. ograniczony dostęp do zasobów) oraz ryzyko związane z zarządzaniem projektem.

Będące przedmiotem analizy tego artykułu ryzyko technologiczne wynika m.in. z dostępności rozwiązań technologicznych i ich skomplikowania, wydajności i niezawodności technologii oraz wymagań jakościowych i innych, związanych z daną technologią [Ober, Wodarski, 2014]. Jest ono szczególnie istotne w projektach badawczo-rozwojowych, prowadzących do wytworzenia innowacyjnego produktu bazującego na nowej, dotychczas nieznanej (lub znanej w ograniczonym zakresie) technologii. Dlatego w każdym konkursie POIR istnieje wymóg zdefiniowania ryzyka związanego z innowacyjną technologią na każdym etapie jej opracowywania. W praktyce oznacza to, iż w odniesieniu do każdego etapu badań przemysłowych i prac rozwojowych należy określić zarówno ryzyko natury technologicznej, jak i administracyjno-prawnej, a także podać sposoby przeciwdziałania i neutralizacji tego ryzyka. Dokładny i rzetelny opis ryzyka stanowi kryterium oceny wniosku projektowego [*Kryteria wyboru finansowanych operacji...*, 2019].

W literaturze można spotkać badania dotyczące analizy ryzyka w projektach, w tym ryzyka w projektach dofinansowanych ze źródeł unijnych [Jastrzębska, 2014; Prusak, Strojny, Baran, 2015]. Badania te koncentrują się zwykle na zagrożeniach związanych ze sposobem zarządzania projektem, a w szczególności na ryzyku finansowym, wynikającym głównie z wymogów formalnych w zakresie prawidłowego wydatkowania dotacji unijnej. Czynniki tego typu ryzyka obejmują m.in. konieczność poniesienia dodatkowych kosztów nieuwzględnionych

w budżecie projektu, problem z zachowaniem płynności finansowej projektu, błędy popełniane we wnioskach o płatność, problemy związane z procedurą wyłonienia dostawcy lub wykonawcy robót w projekcie, nieuznanie kwalifikowalności części poniesionych kosztów przez instytucję pośredniczącą, niewłaściwe udokumentowanie wydatku, błędy w ewidencji księgowej, trudności z osiągnięciem docelowych wartości wskaźników, wahania kursów walutowych [Judkowiak, Dziadek, 2015].

Jeśli chodzi o ryzyko technologiczne, poza próbami jego kategoryzacji w ujęciu ogólnym, w którym słabe strony technologii są zaprezentowane jako źródło innego ryzyka, np. włamania do wewnętrznych systemów informacyjnych [Namysło, 2011], brak jest w literaturze badań dotyczących czynników ryzyka technologicznego związanego *stricte* z wytwarzaniem innowacyjnej technologii na etapach badań przemysłowych i prac rozwojowych. Dlatego w pierwszym punkcie badań autorzy podjęli próbę identyfikacji źródeł ryzyka technologicznego na etapie jej opracowywania i wytwarzania, uznając, iż dla przedsiębiorstw chcących opracować innowacyjny produkt lub technologię to właśnie ten etap generuje największe koszty, które powodują, że rzadko które przedsiębiorstwo może sobie pozwolić na wytworzenie innowacyjnej technologii bez zewnętrznego wsparcia finansowego. Koszty te związane są w rzeczywistości nie tylko z nakładami finansowymi i niepewnością co do ostatecznych rezultatów działań B+R, ale także z koniecznością zmierzenia się z przyszłymi skutkami wdrożenia technologii na rynek. Dla potrzeb analizy wzięto pod uwagę jedynie te źródła ryzyka technologicznego, które występują na etapie badań i rozwoju innowacyjnej technologii.

W tym celu poddano analizie 15 wniosków projektowych złożonych w różnych edycjach naborów w ramach POIR 1.1.1 (*Projekty badawczo-rozwojowe przedsiębiorstw*), znanych również pod nazwą „Szybka Ścieżka” i organizowanych przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju (NCBR). Ze względu na to, iż przedmiotem finansowania może być innowacyjna technologia wytworzona w każdej branży, konkursy te cieszą się wśród przedsiębiorstw dużą popularnością. Od momentu uruchomienia programu w perspektywie 2014-2020 miało miejsce 21 naborów w ramach „Szybkiej Ścieżki” [*Aktualności dotyczące poszczególnych konkursów...*, b.r.]. Innowacyjność technologii rozumiana jest tu jednak w określony sposób. Po pierwsze, musi wpisać się w jedną z tzw. Krajowych Inteligentnych Specjalizacji (KIS) [*Krajowe Inteligentne Specjalizacje...*, 2019]. Po drugie, musi być to innowacyjność produktowa lub procesowa, nie dopuszcza się finansowania innowacyjności organizacyjnej czy marketingowej,

a jednym ze wskaźników rezultatu projektu jest liczba złożonych wniosków patentowych.

Analizowane wnioski projektowe dotyczyły innowacji produktowych w ramach KIS 12 – *Automatyzacja i robotyka procesów technologicznych*. Analizie poddano część IV wniosku: *Opis prac badawczo-rozwojowych*, punkt *Ryzyka/zagrożenia* zdefiniowany dla każdego etapu badań przemysłowych i prac rozwojowych. Zgodnie z *Instrukcją wypełniania wniosku o dofinansowanie projektu...* [2019] w odniesieniu do planowanych prac B+R należy wskazać „główne ryzyka/zagrożenia, które mogą utrudnić/unieemożliwić osiągnięcie ich zakładanego efektu końcowego, w szczególności: natury technologicznej – co może przeszkodzić w zastosowaniu przyjętej koncepcji, z jakiego powodu przyjęta koncepcja może okazać się niewłaściwa, natury prawno-administracyjnej – np. konieczność uzyskania wymaganych zgód, decyzji. Wobec wszystkich ryzyk i zagrożeń wskaż najbardziej efektywne metody zapobiegania im, ich wpływ na realizację projektu w przypadku wystąpienia, a także sposoby minimalizacji ich skutków”.

Mimo różnorodności opisanych we wnioskach ryzyk/zagrożeń możliwe było pogrupowanie ich według czterech następujących kategorii (tabela II.16):

1. Trudności w integracji podzespołów urządzenia w jedną całość.
2. Trudności w integracji systemów urządzenia z innymi zewnętrznymi urządzeniami.
3. Urządzenie nie spełnia założonych oczekiwań eksploatacyjnych.
4. Niepoprawne działanie urządzenia w warunkach rzeczywistych.

Dodatkowo zidentyfikowano cztery najczęściej pojawiające się strategie radzenia sobie z tymi zagrożeniami, które można opisać jako:

1. Identyfikacja prawidłowych parametrów pracy na wczesnych etapach badań.
2. Iteracyjne modyfikowanie parametrów urządzenia w trakcie badań.
3. Kontakt z producentem maszyn i urządzeń, z którymi ma współdziałać opracowywane urządzenie.
4. Odpowiednie procedury przygotowania materiałów/podzespołów lub zamówienie własnych.

Na podstawie tabeli II.16 sporządzono model hierarchiczny, który następnie poddano analizie za pomocą porównań parami (AHP). Porównanie tej metody z „tradycyjną” metodą analizy ryzyka w projektach jest przedmiotem rozważań w kolejnej części artykułu.

Tabela II.16. Kategorie źródeł ryzyka technologicznego we wnioskach złożonych w ramach naborów POIR 1.1.1.

Ryzyko technologiczne i jego źródła			
Trudności w integracji podzespołów urządzenia w jedną całość	Trudności w integracji systemów urządzenia z innymi zewnętrznymi urządzeniami	Urządzenie nie spełnia założonych oczekiwań eksploatacyjnych	Niepoprawne działanie urządzenia w warunkach rzeczywistych
– Wystąpienie w zintegrowanym układzie niepożądanych zjawisk – Ujawnienie się niepożądanych właściwości podzespołów/materiałów – Nieosiągnięcie zakładanych parametrów pracy/wydajności – Zmiana parametrów technicznych podzespołów w wyniku integracji	– Konieczność modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączone innowacyjne urządzenie – Duża liczba i stopień skomplikowania reguł i algorytmów – Otrzymanie niepożądanych właściwości / parametrów pracy w wyniku połączenia z urządzeniami zewnętrznymi	– Duża gabarytowo i/lub niewygodna instalacja urządzenia – Skomplikowana obsługa urządzenia – konieczność specjalistycznych szkoleń dla operatorów – Brak zakładanego długiego czasu bezawaryjnego działania	– Wpływ zmienności warunków środowiskowych na skuteczność pracy – Problemy z uzyskaniem pożądaných parametrów pracy/działania technologii – Niemożliwość poprawnego sterowania urządzeniem – Niedające się przewidzieć zakłócenia w pracy urządzenia
Strategie przeciwdziałania/neutralizacji			
Identyfikacja prawidłowych parametrów pracy na wczesnych etapach badań	Iteracyjne modyfikowanie parametrów urządzenia w trakcie badań	Kontakt z producentem maszyn i urządzeń, z którymi ma współdziałać opracowywane urządzenie	Odpowiednie procedury przygotowania materiałów/podzespołów lub zamówienie własnych

Źródło: Opracowanie własne na podstawie badań.

4.2. Tradycyjne metody analizy ryzyka w projektach a metoda porównań parami

Tradycyjna metoda analiza ryzyka w projektach polega zwykle na oszacowaniu prawdopodobieństwa wystąpienia czynników danego zagrożenia, jego skutków oraz określenia metod zapobiegania i neutralizacji w przypadku, jeśli dane zdarzenie wystąpi. Taka procedura została opisana m.in. w metodykach PMI czy PMBoK Guide [Project Management Institute, 2013]. Stopień ważności danego ryzyka określany jest jako iloczyn skutków oraz prawdopodobieństwa wystąpienia danego zagrożenia. Parametry te ujęte są w tzw. macierzy ryzyka, którą można spotkać w licznych publikacjach i poradnikach dotyczących zarządzania projektami i nie tylko [Magdoń, Tchórzewski, 2014; *Zarządzanie projektami on-line*, b.r.]. Przykładową macierz ryzyka przedstawiono na rysunku II.10.

Poważne zagrożenie dla działalności lub osiągnięcia celów działania	4	4	8	12	16	b.wysoki	13–16	Działanie natychmiastowe, silne mechanizmy kontroli, ciągły monitoring.
Znaczący wpływ na cele, zadania i jakość, strata finansowa	3	3	6	9	12	wysoki	9–12	Działania zaradcze, uzupełnienie wewnętrznych mechanizmów kontroli.
Strata posiadanych zasobów, negatywny wpływ na efektywność działania	2	2	4	6	8	średni	5–8	Monitorowanie i działania zaradcze oraz wprowadzenia dodatkowej kontroli.
Niewielka strata finansowa lub opóźnienie	1	1	2	3	4	niski	1–4	Stały monitoring, ryzyko akceptowane.

Prawdopodobieństwo			
1	2	3	4
niskie	średnie	wysokie	b.wysokie
1 raz w roku lub wcale	Wiecej niż 1 raz w roku	Wielokrotnie w ciągu roku	W najbliższym terminie

Rysunek II.10. Przykładowa macierz analizy ryzyka

Źródło: *Polityka zarządzania ryzykiem w Mieście Przemysłu* [2014].

Nie istnieje jeden uniwersalny sposób kwantyfikacji parametrów analizy ryzyka, a zarówno w literaturze, jak i w praktyce stosuje się różne macierze analizy ryzyka. Dla przykładu, różny jest sposób szacowania prawdopodobieństwa, poczynając od prostego trzypunktowego systemu [Pritchard, 2002, s. 35]: (1) Niskie prawdopodobieństwo, (2) Umiarkowane prawdopodobieństwo, (3) Wysokie prawdopodobieństwo; po bardziej złożone i wielostopniowe skale [Liderman, 2003]. Znamienny jest też fakt, jak bardzo różnią się od siebie sposoby definiowania prawdopodobieństwa wystąpienia ryzyka. Dla przykładu, niskie prawdopodobieństwo w przykładzie na rysunku II.10 definiowane jest jako wystąpienie zdarzenia „1 raz w roku lub wcale”, podczas gdy gdzie indziej jest to np. „Raz na siedem lat” [Pietras, 2017]. Podobne różnice dotyczą kwantyfikacji skutków/wpływu zagrożeń. Przyjęcie określonej skali i jej interpretacji wymaga zatem nie tylko wiedzy dotyczącej częstości występowania danego zagrożenia w przeszłości i istotności jego skutków, ale także odpowiedniego „ujednoczenia” skali dla wszystkich ryzyk analizowanych w ramach danego projektu. Z pewnością fakt ten zasługuje na przegląd i odrębną publikację.

Ryzyko technologiczne, o jakim mowa w tym artykule, wymaga jednak innego podejścia. Jego analiza bazuje bowiem na dużej niepewności. W przypadku wytwarzania innowacyjnych produktów trudno jest jednoznacznie określić prawdopodobieństwo negatywnego zdarzenia w tym procesie, skoro nie ma odniesienia do przeszłości, bo technologia wytwarzana jest po raz pierwszy (co też czyni ją innowacyjną). Ponadto zagrożenia natury technologicznej odznaczają się wysoką specyfiką i trudno jest je odnieść do innego procesu, nawet jeśli wydaje się, że dotyczą podobnej technologii.

Dla takich zagrożeń zaproponowano metodę szacowania ich istotności w układzie relacyjnym, za pomocą porównań parami. Ten sposób pozwala także na wyłonienie najsukuteczniejszej strategii zarządzania ryzykiem. Porównania

parami obiektów/alternatyw (*Pairwise Comparisons* – PC) to znana już w XVIII w. metoda gromadzenia osądów, polegająca na określeniu, która z alternatyw jest preferowana (czyli analizowane są tylko dwa elementy na raz). W tym celu wszystkie podlegające analizie elementy zestawiane są w pary, tworząc określoną liczbę kombinacji. Na przestrzeni wieków metoda PC ewoluowała od prostych porównań binarnych [Colomer, 2013] aż po współczesne wielokryterialne metody, jak analityczny proces hierarchiczny [Saaty, 2008].

Analityczny proces hierarchiczny (*Analytic Hierarchy Process* – AHP) oraz jego rozszerzenie: analityczny proces sieciowy (*Analytic Network Process* – ANP) to narzędzia wspomagające procesy podejmowania decyzji, zaproponowane w latach 70. XX w. przez T.L. Saaty’ego, amerykańskiego matematyka i doradcę w Amerykańskiej Agencji Kontroli Zbrojeń i Rozbrojenia. AHP jest powszechnie znanym i często stosowanym narzędziem zarówno w badaniach naukowych, jak i w praktyce gospodarczej. Opis zastosowania i etapów AHP można znaleźć prawie w każdej publikacji jej twórcy T.L. Saaty’ego [2000; 2012] oraz w licznych publikacjach innych autorów z całego świata [Forman, 1993; Vaidya, Kumar, 2006; Prusak, Stefanów, 2014]. Etapy AHP obejmują: 1) Budowę modelu decyzyjnego w postaci struktury hierarchicznej, 2) Gromadzenie osądów za pomocą fundamentalnej skali porównań, 3) Szacowanie współczynników wagowych (wyznaczanie wektora priorytetów), 4) Kontrolę spójności macierzy A, 5) Agregację wyników w grupowym podejmowaniu decyzji. Etapy te nie muszą być realizowane sekwencyjnie, np. etapy 3) i 4) realizowane są zwykle w tym samym czasie.

Proces budowy modelu hierarchicznego bazuje na założeniu, że problem decyzyjny można zdekomponować na mniejsze elementy i przedstawić je w postaci hierarchii. Najczęściej spotykany typ hierarchii w metodzie AHP to cztero-poziomowa struktura składająca się z celu decyzyjnego, kryteriów decyzyjnych, subkryteriów (czynników stanowiących uszczegółowienie kryteriów) oraz wariantów decyzyjnych, znajdujących się na samym dole hierarchii decyzyjnej. Elementy te można znaleźć w tabeli II.16, która posłuży za model decyzyjny mający na celu wybór najistotniejszych czynników ryzyka technologicznego oraz wybór najlepszej strategii zarządzania tym ryzykiem w projektach B+R.

Drugi etap obejmuje gromadzenie osądów za pomocą tzw. fundamentalnej (dziewięciostopniowej) skali porównań Saaty’ego. Jest to skala dwubiegunowa, na której ekspert dokonujący oceny określa stopień przewagi jednego elementu nad drugim od „1” – takie samo znaczenie, do „9” – jeden element ma całkowitą przewagę nad drugim. Jedną z zasad pozyskiwania porównań jest wzięcie pod

uwagę wszystkich możliwych zestawień par elementów modelu decyzyjnego, co powoduje ich redundancję w stosunku do liczby porównań, jaka jest niezbędna do obliczenia współczynników wagowych. Redundancja ta jest podstawą pomiaru stopnia niespójności porównań.

Dane empiryczne z porównań parami przedstawiane są w tzw. kwadratowej macierzy porównań A , która stanowi główne narzędzie analizy AHP i podstawę kalkulacji relatywnych preferencji, zwanych wektorem współczynników wagowych (wag, priorytetów) [Stein, Mizzi, 2007]. Mimo iż w literaturze opisano co najmniej kilkanaście różnych metod szacowania priorytetów [Choo, Wedley, 2004], to w praktyce stosowane są jedynie cztery z nich, tj. 1) metoda wektora własnego (*Eigenvector Method* – EV), zaproponowana i zalecana przez Saaty’ego; 2) metoda najmniejszych kwadratów; 3) metoda średniej geometrycznej; 4) metoda znormalizowanych sum kolumnowych, czyli średniej arytmetycznej. Priorytety wskazują m.in., który z elementów w danej grupie hierarchii jest najważniejszy (najbardziej preferowany), a który najmniej ważny (najmniej preferowany).

W obszernej literaturze dotyczącej AHP można się spotkać z pojęciem priorytetów lokalnych i globalnych. Pojęcia te odnoszą do „miejsc” priorytetów w modelu hierarchicznym i ich relacji do celu decyzyjnego. Priorytety lokalne zostały obliczone bezpośrednio z macierzy porównań i odzwierciedlają znaczenie danego elementu względem elementu macierzystego (tj. położonego o poziom wyżej w hierarchii). Priorytety globalne przedstawiają „udział” każdego elementu w realizacji celu, znajdującego się na najwyższym poziomie struktury decyzyjnej. Na przykład priorytety globalne dla subkryteriów obliczane są jako iloczyn ich wag lokalnych oraz wag ich macierzystych kryteriów.

Równoległe do priorytetów dla każdej macierzy obliczany jest współczynnik spójności. Gdy macierz jest spójna, każde bezpośrednie porównanie a_{ik} jest „potwierdzone” przez wszystkie porównania pośrednie. Do pomiaru spójności macierzy służy zaproponowany przez Saaty’ego indeks spójności CI (*Consistency Index*) i jego znormalizowana wersja – współczynnik spójności CR (*Consistency Ratio*). Jest to najczęściej stosowana miara spójności [Grzybowski, 2016], zalecana w przypadku procedury szacowania priorytetów za pomocą wektora własnego. Indeks CI przedstawiany jest w tym przypadku jako odchylenie od idealnej spójności, co można zaprezentować według następującego wzoru:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1},$$

gdzie $\lambda_{\max} - 1$ to odchylenie wszystkich a_{ij} od szacowanych wartości $\frac{w_i}{w_j}$.

Współczynnik spójności CR to znormalizowana wartość indeksu CI, obliczona poprzez podzielenie go przez tzw. indeks losowy RI (*Random Index*):

$$CR = \frac{CI}{RI}.$$

Indeks RI to w rzeczywistości średnia arytmetyczna CI dla dużej liczby losowo wygenerowanych macierzy o różnych wymiarach n . Podawane są one jako stałe, stabilizowane wartości dla macierzy o różnych wymiarach [Franek, Kresta, 2014]. Zgodnie z zaleceniami Saaty'ego wartość CR nie powinna przekraczać 0,10 (10%), a jeśli przekracza, oznacza to, że osądy są niespójne, zatem wyniki mogą nie być wiarygodne dla procesu decyzyjnego. Jednakże w niektórych przypadkach można rozważyć akceptację macierzy, dla których CR nieznacznie przekracza 10% [Prusak, 2017].

Ostatnim etapem AHP jest agregacja wyników pochodzących od wielu respondentów. Do tego celu służą dwie procedury: agregacja indywidualnych osądów (*Aggregating Individual Judgments* – AIJ) oraz agregacja indywidualnych priorytetów (*Aggregating Individual Priorities* – AIP). W obydwu przypadkach stosuje się najczęściej średnią geometryczną [Escobar, Auarón, Moreno-Jiménez, 2004], a różnica między tymi procedurami wynika z formy udziału ekspertów w procesie decyzyjnym, tzn. czy działają oni jako jednolity zespół (AIJ), czy jako niezależne jednostki (AIP). Determinuje to moment agregacji osądów: w procedurze AIJ agregacja następuje przed oszacowaniem priorytetów, natomiast w procedurze AIP wyznaczone dla każdego respondenta priorytety agregowane są w jeden wspólny wektor [Brunelli, 2015].

4.3. Wykorzystanie metody AHP do analizy ryzyka technologicznego w projektach B+R przedsiębiorstw

Narzędzie badawcze (kwestionariusz porównań parami) zostało skonstruowane na podstawie czynników ryzyka technologicznego, zidentyfikowanych i przedstawionych w tabeli II.16. Respondenci (kierownicy B+R w projektach POIR 1.1.1 realizowanych w różnych przedsiębiorstwach) zostali poproszeni o dokonanie analizy modelu ryzyka za pomocą dziesięciostopniowej skali po-

równań Saaty'ego. W pierwszej kolejności zadano im pytanie dotyczące czterech głównych grup ryzyka, tj. *Które z zagrożeń technologicznych charakteryzuje się większym prawdopodobieństwem wystąpienia w projekcie B+R dotyczącym budowy innowacyjnego urządzenia?* Wyniki (zagregowane odpowiedzi) przedstawiono w tabeli II.17.

Tabela II.17. Priorytety dla grup ryzyka (szacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia)

Grupa ryzyka (kryteria)	Priorytet
Trudności w integracji podzespołów urządzenia w jedną całość	0,181 (18,1%)
Trudności w integracji systemów urządzenia z innymi urządzeniami zewnętrznymi	0,494 (49,4%)
Urządzenie nie spełnia założonych oczekiwań eksploatacyjnych	0,197 (19,7%)
Niepoprawne działanie urządzenia w warunkach rzeczywistych	0,128 (12,8%)
CR = 0,05 (5%)	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

Najważniejszą grupą ryzyka technologicznego okazały się trudności w integracji systemów urządzenia z innymi urządzeniami zewnętrznymi (wartość współczynnika wagowego wynosząca prawie 50%), co implikuje prowadzenie w tym obszarze badań i testów przez cały okres realizacji projektu.

W następnej kolejności zadano respondentom pytania dotyczące czynników w ramach poszczególnych grup ryzyka: *Który z czynników ryzyka ma większy wpływ na projekt z punktu widzenia poszczególnych grup ryzyka?* Zagregowane wyniki (priorytety globalne) dla wszystkich czynników przedstawiono w tabeli II.18. Zostały one posortowane w kolejności od największego do najmniejszego wpływu na projekt. Otrzymanie niepożądaných właściwości/parametrów produktu w wyniku jego połączenia z urządzeniami zewnętrznymi to czynnik ryzyka technologicznego uznany za najbardziej istotny (wartość priorytetu 22,3%), w następnej kolejności konieczność modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączone innowacyjne urządzenie (15,3%). Za stosunkowo istotne uznano również takie czynniki, jak duża liczba i stopień skomplikowania reguł i algorytmów (11,8%) oraz duże gabaryty i/lub niewygodna instalacja urządzenia (10,9%), co może mieć z kolei wpływ na wygodę pracy z urządzeniem dla przyszłego użytkownika. Za najmniej istotny czynnik technologiczny uznano wpływ zmienności warunków środowiskowych na skuteczność pracy (1,7%). Wartości priorytetów dla pozostałych czynników mieszczą się w przedziale 3-8%.

Tabela II.18. Priorytety dla czynników ryzyka (szacowanie wpływu na projekt)

Czynniki ryzyka (subkryteria)	Priorytet
Otrzymanie niepożądanych właściwości/parametrów w wyniku połączenia z urządzeniami zewnętrznymi	0,223
Konieczność modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączone urządzenie	0,153
Duża liczba i stopień skomplikowania reguł i algorytmów	0,118
Duża gabarytowo i/lub niewygodna instalacja urządzenia	0,109
Nieosiągnięcie zakładanych parametrów pracy/wydajności	0,079
Skomplikowana obsługa urządzenia – konieczność specjalistycznych szkoleń dla operatorów	0,049
Zmiana parametrów technicznych podzespołów w wyniku integracji	0,040
Problemy z uzyskaniem pożądaných parametrów pracy/działania technologii	0,039
Brak zakładanego długiego czasu bezawaryjnego działania	0,038
Niemożliwość poprawnego sterowania urządzeniem	0,038
Niedające się przewidzieć zakłócenia w pracy urządzenia	0,035
Wystąpienie w zintegrowanym układzie niepożądanych zjawisk	0,031
Ujawnienie się niepożądanych właściwości podzespołów/materiałów	0,030
Wpływ zmienności warunków środowiskowych na skuteczność pracy	0,017
CR = 0,07-0,16	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

W następnej kolejności ci sami kierownicy B+R projektów zostali poproszeni o dokonanie analizy ryzyka technologicznego „tradycyjną” metodą, poprzez wskazanie w odniesieniu do powyższych zagrożeń prawdopodobieństwa ich wystąpienia w skali 1-4 (od „1” – niskie, do „4” – bardzo wysokie) oraz skutków, także w skali 1-4 (od „1” – niewielki/znikomy wpływ na rezultat projektu, do „4” – bardzo poważny wpływ na rezultat projektu). Iloczyn tych dwóch liczb wskazywał na ważność danego czynnika w zarządzaniu ryzykiem technologicznym projektu. Wyniki (zagregowane dla wszystkich respondentów za pomocą średniej arytmetycznej) zostały przedstawione w tabeli II.19, w kolejności od najbardziej do najmniej istotnego. Można zauważyć, że „tradycyjna” analiza ryzyka pokazała w niektórych przypadkach zupełnie odmienne wyniki od analizy tych samych czynników za pomocą porównań parami. Dla przykładu, zagrożenie związane z wystąpieniem w zintegrowanym układzie niepożądanych zjawisk, które w analizie AHP otrzymało jeden z najniższych priorytetów, w „tradycyjnej” analizie ryzyka zostało wskazane jako najistotniejsze. Z kolei zagrożenie związane z koniecznością modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączona innowacyjna technologia będąca rezultatem projektu, zostało uznane za najmniej istotne w rankingu sporządzonym za pomocą „tradycyjnej” analizy ryzyka, podczas gdy w analizie porównań parami otrzymało jeden z najwyższych priorytetów.

Jeśli chodzi o podobieństwa opinii uzyskanych za pomocą macierzy ryzyka i porównań parami, zagrożenie otrzymania niepożądanych właściwości/parametrów w wyniku połączenia z urządzeniami zewnętrznymi zajmuje wysokie miejsce w obydwu rankingach (pierwsze miejsce w rankingu priorytetów i drugie miejsce w macierzy ryzyka), zatem w każdym przypadku zostało uznane za istotne.

Tabela II.19. Iloczyn prawdopodobieństwa i wpływu skutków ryzyka

Czynniki ryzyka	Prawdopodobieństwo * Skutek
Wystąpienie w zintegrowanym układzie niepożądanych zjawisk	11
Ujawnienie się niepożądanych właściwości podzespołów/materiałów	9
Zmiana parametrów technicznych podzespołów w wyniku integracji	9
Otrzymanie niepożądanych właściwości/parametrów w wyniku połączenia z urządzeniami zewnętrznymi	9
Wpływ zmienności warunków środowiskowych na skuteczność pracy	9
Niedające się przewidzieć zakłócenia w pracy urządzenia	8
Problemy z uzyskaniem pożądanego parametru pracy/działania technologii	7
Nieosiągnięcie zakładanych parametrów pracy/wydajności	6,5
Niemożliwość poprawnego sterowania urządzeniem	4,5
Duża gabarytowo i/lub niewygodna instalacja urządzenia	3,5
Skomplikowana obsługa urządzenia – konieczność specjalistycznych szkoleń dla operatorów	3,5
Brak zakładanego długiego czasu bezawaryjnego działania	3,5
Duża ilość i stopień skomplikowania reguł i algorytmów	3
Konieczność modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączone urządzenie	2,5

Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

Aby zbadać stopień zależności pomiędzy powyższymi rankingami ryzyka technologicznego, obliczono współczynnik korelacji rang Spearmana (ρ -Spearmana – r_s) według wzoru:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)},$$

gdzie:

$d_i = Rx_i - Ry_i$ – różnica pomiędzy i -tą rangą dla zmiennej x a i -tą rangą dla zmiennej y ,

n – liczba obserwacji.

W tym celu nadano poszczególnym obserwacjom ($n = 14$) numery porządkowe (rangi), co przedstawiono w tabeli II.20.

Tabela II.20. Rangi dla czynników ryzyka za pomocą metody porównań parami i macierzy ryzyka

Czynniki ryzyka	Ranking porównania parami	Ranking macierz ryzyka	d_i	d_i^2
Wystąpienie w zintegrowanym układzie niepożądanych zjawisk	11	1	10	100
Ujawnienie się niepożądanych właściwości podzespołów/materiałów	12	2	10	100
Nieosiągnięcie zakładanych parametrów pracy/wydajności	5	5	0	0
Zmiana parametrów technicznych podzespołów w wyniku integracji	7	2	5	25
Konieczność modyfikacji urządzeń, z którymi ma być połączone urządzenie	2	9	-7	49
Duża liczba i stopień skomplikowania reguł i algorytmów	3	8	-5	25
Otrzymanie niepożądanych właściwości/parametrów w wyniku połączenia z urządzeniami zewn.	1	2	-1	1
Duża gabarytowo i/lub niewygodna instalacja urządzenia	4	7	-3	9
Skomplikowana obsługa urządzenia – konieczność specjalistycznych szkoleń dla operatorów	6	7	-1	1
Brak zakładanego długiego czasu bezawaryjnego działania	9	7	2	4
Wpływ zmienności warunków środowiskowych na skuteczność pracy	13	2	11	121
Problemy z uzyskaniem pożądaných parametrów pracy/działania technologii	8	4	4	16
Niemożliwość poprawnego sterowania urządzeniem	9	6	3	9
Niedające się przewidzieć zakłócenia w pracy urządzenia	10	3	7	49

Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

Współczynnik *rho*-Spearmana wynosi:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 509}{14(14^2 - 1)} = -0,1187.$$

Tym samym można powiedzieć, że rankingi uzyskane za pomocą AHP i klasycznej analizy ryzyka, w odniesieniu do tych samych czynników ryzyka technologicznego, nie wykazują podobieństwa.

Ostatnie pytanie, jakie zadano kierownikom, brzmiało: *Która ze strategii zarządzania jest skuteczniejsza w odniesieniu do poszczególnych czynników ryzyka?* W tym celu należało dokonać analizy porównań parami każdej ze strategii w odniesieniu do każdego z czynników ryzyka technologicznego. Wyniki (wartości globalne) zostały przedstawione w tabeli II.21. Wskazują one, że pod-

stawową strategią powinna być identyfikacja prawidłowych parametrów pracy układu na wczesnych etapach badań.

Tabela II.21. Priorytety dla strategii zarządzania ryzykiem

Grupa ryzyka (kryteria)	Priorytet
Identyfikacja prawidłowych parametrów pracy układu na wczesnych etapach badań	0,341
Iteracyjne modyfikowanie parametrów urządzenia podczas badań	0,294
Kontakt z producentem maszyn i urządzeń, z którymi ma współdziałać opracowywane urządzenie	0,235
Odpowiednie procedury przygotowania materiałów/podzespołów lub zamówienie własnych	0,128

Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeprowadzonych badań.

Podsumowanie

Celem badań było zastosowanie metody porównań parami w procesie analizy ryzyka technologicznego występującego w projektach badawczo-rozwojowych (B+R) prowadzących do wytworzenia innowacyjnego produktu i realizowanych przez przedsiębiorstwa. Ponieważ w warunkach polskich projekty te są w większości dofinansowane z funduszy unijnych, jako tło badawcze przedstawiono we wstępie warunki, jakie musi spełnić taki projekt, aby uzyskać dofinansowanie ze środków unijnych. Jest to o tyle istotne, że jednym z elementów oceny jest analiza ryzyka technologicznego, wymagana na każdym etapie projektu. W dalszej kolejności zestawiono „tradycyjną” metodę analizy ryzyka w projektach, czyli za pomocą macierzy kwantyfikacji ryzyka, z metodą porównań parami.

Badania prowadzone przez autorów składały się z dwóch części. Pierwsza z nich obejmowała analizę wniosków projektowych celem identyfikacji przedstawionych w nich zagrożeń technologicznych. Na kolejnym etapie zagrożenia te zaprezentowano w formie układu hierarchicznego, służącego jako model badawczy w analizie porównań parami (wykorzystano w tym celu analityczny proces hierarchiczny – AHP). Badania polegały na analizie zagrożeń technologicznych zarówno metodą porównań parami, jak również za pomocą macierzy kwantyfikacji ryzyka. Analiza ta została dokonana przez kierowników B+R projektów badawczych realizowanych w przedsiębiorstwach.

Wyniki wykazały istnienie znaczących różnic w postrzeganej przez ekspertów istotności czynników ryzyka oszacowanej za pomocą porównań parami i na podstawie macierzy kwantyfikacji ryzyka, co zostało wykazane bardzo niską wartością korelacji rang Spearmana. Wcześniej wykazano problemy związane

z zastosowaniem macierzy ryzyka w szacowaniu ryzyka technologicznego, jak np. problem z określeniem prawdopodobieństwa wystąpienia. Nie oznacza to, iż któraś z metod analizy ryzyka jest w praktyce nieodpowiednia. Wyniki pozwalają jednak zasugerować kierownikom projektów przeprowadzenie analizy zagrożeń za pomocą porównań parami jako metody uzupełniającej i wspomagającej, a następnie skoncentrowanie się na występujących rozbieżnościach.

W odniesieniu do strategii zarządzania ryzykiem jako najistotniejszą wskazano identyfikację prawidłowych parametrów pracy układu już na wczesnych etapach badań. To wskazuje na konieczność przeznaczenia większej ilości czasu w początkowych etapach realizacji projektu na planowanie rezultatu i/lub wstępne testy. Z kolei druga pod względem istotności strategia, polegająca na iteracyjnym modyfikowaniu parametrów urządzenia podczas badań, wskazuje na konieczność zarezerwowania odpowiednich buforów czasowych w harmonogramie projektu.

Literatura

- Aktualności dotyczące poszczególnych konkursów PO Inteligentny Rozwój*, Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, <https://www.ncbr.gov.pl/index.php?id=19667&L=0%25253FcHash%2525253> (dostęp: 15.07.2019).
- Brunelli M. (2015), *Introduction to the Analytic Hierarchy Process*, Springer Briefs in Operations Research, Springer.
- Centralny Punkt Informacyjny FE (2015), *Zarządzanie ryzykiem w zarządzaniu projektami*, 14 kwietnia, <http://old.cpe.gov.pl/pliki/2467-przygotowanie-projektu-materialy-cz.pdf> (dostęp: 15.07.2019).
- Choo E.U., Wedley W.C. (2004), *A Common Framework for Deriving Preference Values from Pairwise Comparison Matrices*, "Computers & Operations Research", No. 31(6), s. 893-908.
- Colomer J. (2013), *Ramon Llull: From Ars Electionis to Social Choice Theory*, "Social Choice and Welfare", Vol. 40, s. 317-328.
- Escobar M.T., Aguarón J., Moreno-Jiménez J.M. (2004), *A Note on AHP Group Consistency for the Row Geometric Mean Priorization Procedure*, "European Journal of Operational Research", Vol. 153(2), s. 318-322.
- Forman E.H. (1993), *Facts and Fictions about the Analytic Hierarchy Process*, "Mathematical and Computer Modelling", Vol. 17(4-5), s. 19-26.
- Franek J., Kresta A. (2014), *Judgment Scales and Consistency Measure in AHP*, "Procedia Economics and Finance", No. 12, s. 164-173.

- Fundusze europejskie w Polsce (2016), Portal Funduszy Europejskich, 6 listopada, <https://www.funduszeeuropejskie.gov.pl/strony/o-funduszach/zasady-dzialania-funduszy/fundusze-europejskie-w-polsce/> (dostęp: 13.07.2020).
- Grzybowski A. (2016), *New Results on Inconsistency Indices and Their Relationship with the Quality of Priority Vector Estimation*, "Expert Systems with Applications", No. 43, s. 197-212.
- Instrukcja wypełniania wniosku o dofinansowanie projektu, w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój 2014-2020 (2019), Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, Warszawa.
- Jastrzębska M. (2014), *Zarządzanie ryzykiem w projekcie europejskim realizowanym przez jednostkę samorządu terytorialnego*, „Optimum. Studia Ekonomiczne”, nr 6(72), s. 105-119.
- Judkowiak A., Dziadek K. (2015), *Identyfikacja ryzyka w projektach dofinansowanych z Unii Europejskiej*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 76(2), s. 433-445.
- Krajowe Inteligentne Specjalizacje dla konkursów PO Inteligentny Rozwój (2019), Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, Warszawa, https://www.ncbr.gov.pl/fileadmin/POIR/2_1_1_22019/zasady/4_Opisy_KIS_wersja_5_2019.pdf (dostęp: 15.07.2019).
- Krasuska M. (2014), *Fundusze unijne w nowej perspektywie 2014-2020*, Wydawnictwo Wiedza i Praktyka, Warszawa.
- Kryteria wyboru finansowanych operacji w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój 2014-2020 (2019), Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, Warszawa.
- Liderman K. (2003), *Oszacowanie jakościowe ryzyka dla potrzeb bezpieczeństwa teleinformatycznego*, „Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki WAT”, nr 19, s. 51-70.
- Magdoń M., Tchórzewski S. (2014) *Jakościowa analiza ryzyka w projektach sektora prywatnego*, „Organizacja i Zarządzanie”, nr 70(1909), s. 261-272.
- Namysło J. (2011), *Zarządzanie ryzykiem technologicznym w procesie wdrażania innowacji*, Konferencja „Innowacje w Zarządzaniu i Inżynierii Produkcji”, Zakopane.
- Ober A., Wodarski K. (2014), *Identyfikacja i ocena ryzyka projektu badawczego w uczelni na etapie jego przygotowania*, „Organizacja i Zarządzanie”, nr 70(1909), s. 327-338.
- OECD, Eurostat (2005), *Podręcznik Oslo. Zasady gromadzenia i interpretacji danych dotyczących innowacji*, wyd. 3.
- Pietras E. (2017), *Macierz ryzyka jako narzędzie oceny zagrożeń bezpieczeństwa informacji*, „Systemy Wspomagania w Inżynierii Produkcji”, nr 6(9), s. 71-82.
- Polityka zarządzania ryzykiem w Mieście Przemysłu (2014), <https://bip.przemysl.pl/download/attachment/45372/zal-nr-2-matryca-ryzyka.xl> (dostęp: 15.07.2019).
- Pritchard C.I. (2002), *Zarządzanie ryzykiem w projektach*, WIG-Press, Warszawa.
- Project Management Institute (2013), *A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide)*, 5th Edition.

- Prusak A. (2017), *Niespójność osądów w analitycznym procesie hierarchicznym*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Prusak A., Rokita S., Giemza M. (2017), *Innowacje i ryzyko w projektach współfinansowanych ze środków unijnych*, „FONS Biuletyn Naukowo-Informacyjny Stowarzyszenia Badań nad Źróżłami i Funkcjami Prawa”, vol. 3-4(7), s. 121-138.
- Prusak A., Stefanów P. (2014), *AHP – analityczny proces hierarchiczny. Budowa i analiza modeli decyzyjnych krok po kroku*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Prusak A., Strojny J., Baran M. (2015), *Projekty badawcze w biznesie – analiza ryzyka na przykładzie planowania projektów współfinansowanych ze środków unijnych*, „Przedsiębiorczość i Zarządzanie”, t. 16(12), cz. 2, *Wybrane problemy zarządcze, rachunkowe i podatkowe w sektorze MSP*, s. 93-108.
- Saaty T.L. (2000), *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process*, ed. 2, RWS Publications, Pittsburgh.
- Saaty T.L. (2008), *Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pairwise Comparisons Are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process*, “Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales, Serie A. Matematicas”, No. 102(2), s. 251-318.
- Saaty T.L. (2012), *Decision Making for Leaders*, RWS Publications, Pittsburgh.
- Stein W.E., Mizzi P.J. (2007), *The Harmonic Consistency Index for the Analytic Hierarchy Process*, “European Journal of Operational Research”, No. 177(1), s. 488-497.
- Vaidya O.S., Kumar S. (2006), *Analytic Hierarchy Process: An Overview of Applications*, “European Journal of Operational Research”, Vol. 169(1), s. 1-29.
- Wasiluk A. (2002), *Innowacyjność współczesnych przedsiębiorstw* [w:] W. Kowalczewski (red.), *Zarządzanie współczesnym przedsiębiorstwem*, Wydawnictwo Dialog, Warszawa, s. 335-355.
- Wysocki R. (2013), *Efektywne zarządzanie projektami: Tradycyjne, zwinne, ekstremalne*, Wydawnictwo Helion, Gliwice.
- Zarządzanie projektami on-line*, <http://dotproject.net.pl/node/58> (dostęp: 15.07.2019).

Część III



OPTYMALNE DECYZJE



Stochastyczna optymalizacja liniowa

Jan Gajda¹, Paulina Nowacka

Wprowadzenie

Przystępując do rozwiązania zadania programowania liniowego (dalej ZPL), często pomijamy fakt, że parametry zadania są znane jedynie w przybliżeniu. Zadania stochastyczne upraszcza się, przetwarzając je na deterministyczne, np. zastępując elementy losowe parametrami ich rozkładów asymptotycznych. Podejście takie, choć upraszcza obliczeniową stronę problemu, ujmuje mu jednak realizmu. Alternatywnym podejściem jest przyjęcie założenie, iż pewne losowe elementy zadania mają specyficzny, zadany wzorem rozkład, ułatwiający proces rozwiązywania (interesujący przegląd metod z tej grupy znajdziemy w pracach: Kopańska-Bródka [1991] czy Ostrowski [2002]). W niniejszej pracy proponujemy wykorzystanie symulacji stochastycznej do rozwiązania typowego zadania programowania liniowego, w którym niepewność elementów zadania odwzorowana jest za pomocą rozkładów empirycznych. Z jednej strony stwarza to problem uzyskania rozkładów empirycznych, z drugiej jednak nie jesteśmy związani koniecznością korzystania rozkładu zadanego wzorem analitycznym, mamy możliwość skorzystania z rozkładów np. wielomodalnych. Na modelowym przykładzie pokazujemy możliwości tego podejścia. Ilustrujemy również problemy kryjące się za uproszczeniem ZPL do postaci deterministycznej. Wzoru-
jąc się na niniejszych rozważaniach, można stosować symulację stochastyczną wobec innych zadań optymalizacyjnych.

1.1. Zadanie programowania liniowego (ZPL)

Zadaniem programowania liniowego (dalej ZPL) nazywamy klasę problemów decyzyjnych polegających na znalezieniu warunkowego ekstremum (mi-

¹ Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa im. prof. Edwarda Szczepanika w Suwałkach, Wydział Humanistyczno-Ekonomiczny, jan.b.gajda@wp.pl.

nimum lub maksimum) liniowej funkcji celu, w których wszystkie ograniczenia mają postać liniową.

Deterministyczną ZPL opiszemy następująco:

$$\mathbf{z} = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max, \text{ przy warunkach } A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$$

gdzie:

A – macierz o wymiarach $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ współczynników przy zmiennych decyzyjnych,

$\mathbf{b}$ – m -wymiarowy wektor ograniczeń nałożonych na funkcję celu,

$\mathbf{c}$ – n -wymiarowy wektor współczynników funkcji celu,

$\mathbf{x}$ – n -wymiarowy wektor zmiennych decyzyjnych,

$\mathbf{z} = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ – liniowa funkcja celu.

Dla celów ilustracyjnych wygodnie nam będzie wykorzystać fakt, że zadanie programowania liniowego, w którym występują dwie zmienne decyzyjne, można rozwiązać za pomocą metody graficznej. W praktyce zadania programowania liniowego zawierają większą liczbę zmiennych decyzyjnych i ograniczeń.

Dodatkowymi zagadnieniami rozpatrywanymi podczas rozwiązywania ZPL są analityczne badanie wrażliwości funkcji celu oraz rozwiązań optymalnych na zmiany prawych stron ograniczeń, współczynników funkcji celu oraz zmiana elementów macierzy współczynników. Ustala się wtedy, w jakim zakresie mogą zmieniać się poszczególne (rozważane pojedynczo) współczynniki.

1.2. Przykładowe zadanie

Treść zadania brzmi następująco. Fabryka produkuje krzesła i fotele przy wykorzystaniu trzech surowców S1, S2, S3. Miesięczne zużycie surowców konieczne do wytworzenia jednej sztuki każdego wyrobu, miesięczny limity dostaw surowców oraz zysk jednostkowy z produkcji jednej sztuki poszczególnych wyrobów podano w tabeli III.1. Należy znaleźć miesięczny plan produkcji zapewniający przedsiębiorstwu maksymalny zysk.

Tabela III.1. Warunki przykładowego zadania

	Krzesło	Fotel	Zasoby surowców
Surowiec 1	3	3	1000
Surowiec 2	4	3	1250
Surowiec 3	2	4	1100
Zysk jedn.	100	120	

Źródło: Opracowanie własne.

Celem postępowania jest więc maksymalizowanie zysków przedsiębiorstwa produkcyjnego. Aby osiągnąć najlepszy wynik, należy porównać różne kombinacje planu produkcji, ograniczone dostępnymi zasobami surowców S1, S2, S3, których rezerwy wynoszą odpowiednio: 1000, 1250, 1100 jednostek miesięcznie. Zużycie poszczególnych surowców na wyrób krzesło (K) wynosi odpowiednio 3, 4, 2 jednostki, a na wyrób fotel (F) odpowiednio 3, 3, 4 jednostki. Zysk jednostkowy z wyprodukowania krzesła wynosi 100 PLN, a fotela – 120 PLN. Zmiennymi decyzyjnymi w zadaniu są wielkość produkcji wyrobów K i F, oznaczone następująco: x_1 – ilość produktów K, x_2 – ilość produktów F:

$$f(x_1, x_2) = 100x_1 + 120x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 1000$$

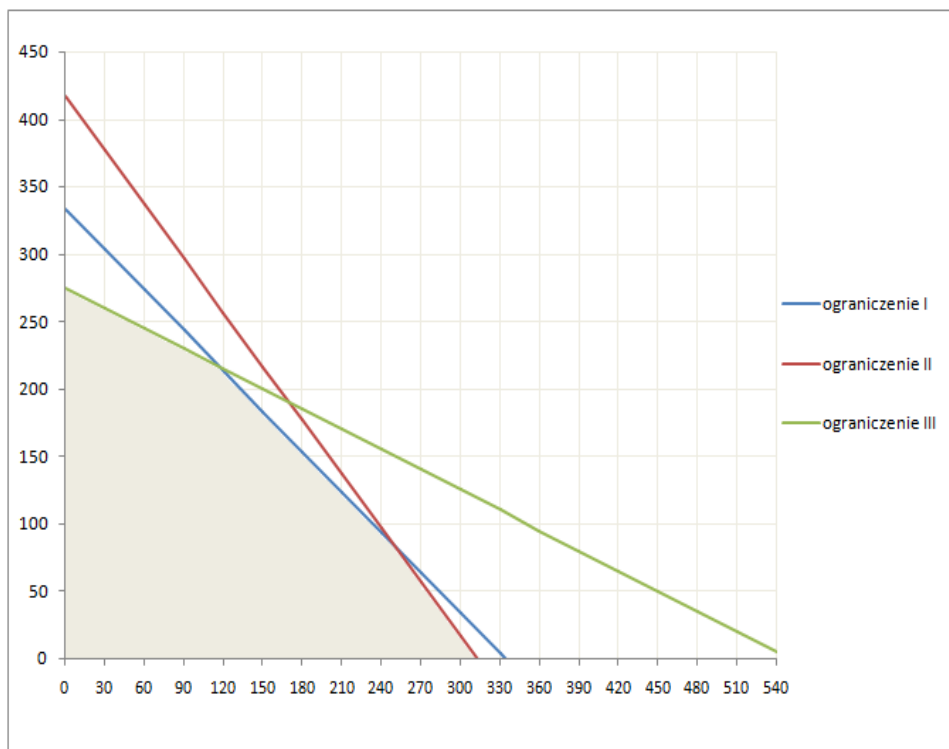
$$4x_1 + 3x_2 \leq 1250$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 1100$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0.$$

W deterministycznym ZPL zarówno zużycie jednostkowe, limity surowców, jak i zyski jednostkowe są traktowane jako wielkości znane z pełną dokładnością.

Rozwiązanie optymalne znajduje się w punkcie (116,67; 216,67), w którym funkcja celu ma wartość 37 666,7.



Rysunek III.1. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych przykładowego zadania

Źródło: Opracowanie własne.

1.3. Analiza wrażliwości rozwiązania deterministycznego ZPL

Rozważane zadanie programowania liniowego ma charakter deterministyczny, tzn. że wszystkie wartości parametrów modelu decyzyjnego są stałe. Rozwiązanie ZPL polega na znalezieniu optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych w tak określonym układzie parametrów. Analiza wrażliwości pozwala określić, jakiej zmianie mogą ulec wartości poszczególnych parametrów modelu, aby wcześniej znalezione rozwiązanie optymalne nadal nim pozostało (albo przynajmniej optymalna baza pozostała optymalna). W podejściu analitycznym osobno rozważamy skutki zmiany każdego z parametrów. Analizy te są prezentowane w każdym programie komputerowym, nie będziemy więc ich tu zgłębiać [por. Trzaskalik, 2008], jednakże dla porządku wymieniamy je poniżej.

Zmiana współczynników funkcji celu

W każdym etapie analizy wrażliwości deterministycznego ZPL zmianie ulega pojedyncza składowa wektora współczynników funkcji celu c_i . W wyniku takiej zmiany zbiór rozwiązań dopuszczalnych nie ulega zmianie, a uzyskane wcześniej rozwiązanie optymalne pozostaje rozwiązaniem dopuszczalnym, choć może przestać być optymalnym (por. rysunek III.2). W analizie wrażliwości wyznaczamy granice dopuszczalnych zmian zmienianego współczynnika pozwalających na utrzymanie tego samego wierzchołka jako optymalnego. Rozważania takie powtarzamy dla kolejnych składowych wektora c .

Zmiana elementów wektora ograniczeń

W każdym etapie analizy wrażliwości deterministycznego ZPL zmianie ulega pojedyncza składowa wektora wyrazów wolnych b_j . W tym przypadku zmianie może ulec zarówno kształt zbioru rozwiązań dopuszczalnych, jak i wartość funkcji celu oraz wartości zmiennych bazowych (por. rysunek III.3). Należy zatem sprawdzić, czy dotychczasowa baza rozwiązania optymalnego pozostanie optymalna. W analizie wrażliwości wyznacza się granice dopuszczalnych zmian zmienianej prawej strony tak, aby go współczynnika. Rozważania takie powtarzamy dla kolejnych składowych wektora b .

1.4. Symulacja, czyli wprowadzenie modelu w ruch

W poprzednich paragrafach rozpatrywano deterministyczne ZPL, czyli takie, w których wszystkie parametry były stałe. Modele deterministyczny są istotnym uproszczeniem modeli stochastycznych. Modele stochastyczne mogą zawierać również elementy niepewne: losowe parametry i/lub zmienne. W praktyce częściej spotyka się właśnie takie problemy, w których występują elementy niepewne; ich rozwiązanie jest jednak znacznie bardziej pracochłonne.

Badanie skutków niepewności można przeprowadzić na kilka sposobów – poprzez fizyczny eksperyment na rzeczywistym systemie (eksperyment zwykle bardzo kosztowny, może nawet ryzykowny), budowę modelu systemu, w którym niepewnym elementom przypisuje się pewien wzór opisujący rozkład tego elementu [por. np. Ostrowski, 2002] bądź też symulację stochastyczną na specjalnie stworzonym, możliwie realistycznym stochastycznym modelu tego systemu, którego elementom niepewnym przypisuje się rozkłady zaczerpnięte z empirycznych obserwacji [por. np. Gajda, 2017]. Istotnym elementem rozwiązania

modelu stochastycznego jest niepewność charakteryzująca ryzyko związane z nim decyzji.

Model ZPL wykorzystywany w symulacji stochastycznej zwięźle zapiszemy następująco:

$$\mathbf{z} = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max, \text{ przy warunkach } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$$

gdzie:

- A** – macierz o wymiarach $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ współczynników przy zmiennych decyzyjnych o (niektórych) elementach losowych o znanych rozkładach,
- b** – $\mathbf{m}$ -wymiarowy wektor ograniczeń nałożonych na funkcję celu o (niektórych) elementach losowych o znanych rozkładach,
- c** – $\mathbf{n}$ -wymiarowy wektor współczynników funkcji celu o (niektórych) elementach losowych o znanych rozkładach,
- x** – $\mathbf{n}$ -wymiarowy wektor zmiennych decyzyjnych,
- z** = $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ – liniowa funkcja celu.

Symulacja stochastyczna służy m.in. ocenie skutków losowości elementów badanego systemu. Polega ona na wykorzystaniu modelu, w którym rejestrujemy, jak badane zmienne endogeniczne reagują na zmiany losowanych elementów (dla jasności pomijamy numer replikacji w powyższych symboli) oraz wartości zmiennych egzogenicznych [por. Gajda, 2017].

W symulacji stochastycznej N-krotnie (gdzie N wyrażamy przynajmniej w tysiącach) powtarzamy poniższy trójkrok (zwany replikacją):

1. Wylosować z odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa wartości losowych elementów modelu (parametry, zmienne, ograniczenia) i wstawić je do modelu:
 - a) model na chwilę zamieni się w deterministyczny, o całkowicie znanych elementach.
2. Wyznaczyć rozwiązanie powyższego modelu deterministycznego.
3. Zarejestrować uzyskane rozwiązanie (w dużych ZPL może to stwarzać znaczne problemy).

N-krotne powtórzenie powyższej procedury dostarcza N-elementową próbę opisującą działanie zmiennych stochastycznego ZPL. Aby próba była reprezentatywna, zarówno ograniczenia modelu, jak i rozkłady jego elementów losowych powinny być realistyczne. W końcowej fazie symulacji stochastycznej wyliczamy sumaryczne charakterystyki zachowania się zmiennych zależnych bądź funkcji kryterium w modelowanym systemie. Podczas symulacji prostych systemów najbardziej interesującymi charakterystykami rozkładów wynikowych są

średnia lub wariancja badanych zmiennych. W przypadku, gdy symulacja dotyczy bardziej zaawansowanych modeli, badane są kwantyle, miary asymetrii, korelacji, kurtozy bądź też całe rozkłady, analizowane pod kątem np. jednomodalności czy dopasowania do rozkładów wzorcowych. Takie próbkowanie modelu szczególnie sprawdza się tam, gdzie metody analityczne zawodzą.

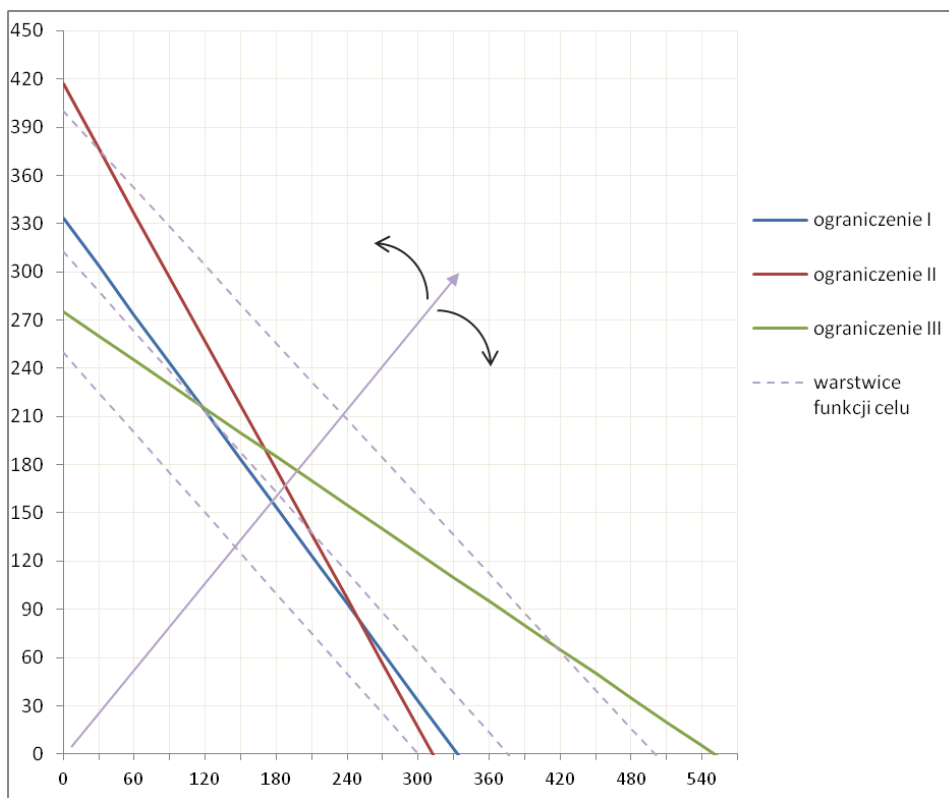
1.5. Zmiana elementów stochastycznego ZPL

Zauważmy, że rozważając symulację stochastyczną ZPL, nie jesteśmy ograniczeni wymogiem, aby zmiany parametrów dotyczyły jednego parametru naraz – możemy jednocześnie zmieniać wartości kilku parametrów.

Zamieniając deterministyczne ZPL w stochastyczne ZPL, rozważamy przypadki, w których niepewnymi będą następujące elementy.

Współczynniki funkcji celu (wektor $\mathbf{c}$)

Rozważmy pierwszy przypadek, w którym elementami losowymi będą współczynniki funkcji celu – zysk jednostkowy z produkcji krzesła lub fotela. Analiza wrażliwości może dotyczyć jednoczesnych zmian wartości więcej niż jednego parametru. W miarę losowania nowych współczynników gradient funkcji celu, który zaczepiony jest w początku układu współrzędnych i pokazuje kierunek najszybszego wzrostu tej funkcji, będzie zmieniał swoje nachylenie w stosunku do osi $\mathbf{Ox}$ w zależności od nowych wartości składowych wektora $\mathbf{c}$. Proste prostopadłe do gradientu (izokwanty funkcji celu) mogą wyznaczać inne niż dotychczas wierzchołki optymalne. Choć zbiór rozwiązań dopuszczalnych (wielobok wypukły wyznaczony przez proste kolejnych ograniczeń i osie układu współrzędnych) nie zmienia się w stosunku do zadania pierwotnego, to dotychczasowe rozwiązanie optymalne może ulec zmianie („przeskoczyć”) między wierzchołkami zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Na rysunku III.2 przedstawiono rozważane ZPL oraz gradient funkcji celu wraz z jej izokwantami. W przypadku analizowanego zadania gradientem funkcji jest następujący wektor: $\nabla f(\mathbf{x}) = [100; 120]$.

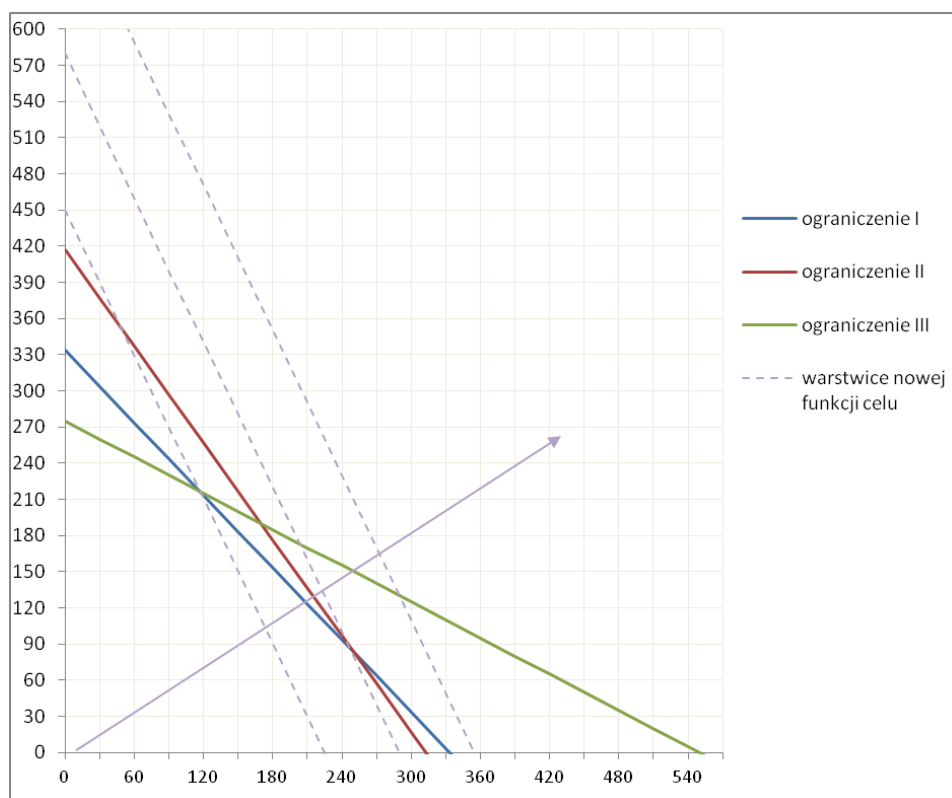


Rysunek III.2. Wahania gradientu funkcji celu pod wpływem zmiany współczynników funkcji celu

Źródło: Opracowanie własne.

Strzałkami zaznaczano kierunki, w jakich będzie się przesuwał gradient, gdy zmianie ulegną współczynniki funkcji celu. Zilustrujmy przykład, w którym wektor ten przyjmie następujące wartości $\mathbf{c}' = [200; 100]$, co przedstawia rysunek III.3.

Gradient nowej funkcji celu pochylił się ku osi Ox , a izokwanty funkcji kryterium wyznaczają teraz nowe punkty przecięcia ze zbiorem rozwiązań dopuszczalnych. Rozwiązanie optymalne pierwotnego zagadnienia przeskoczyło do innego wierzchołka tego wielokąta wskutek „poruszenia” gradientem. Dla wektora współczynników funkcji celu $\mathbf{c}' = [200; 100]$ i niezmiennych pozostałych warunkach zadania rozwiązanie optymalne znajduje się w miejscu przecięcia prostej wyznaczającej ograniczenie surowca 3 z osią Oy . W tym przypadku przedsiębiorca powinien wyprodukować 312,5 krzesła i nie uruchamiać produkcji foteli, osiągając przy tym zysk równy 62 500 PLN.

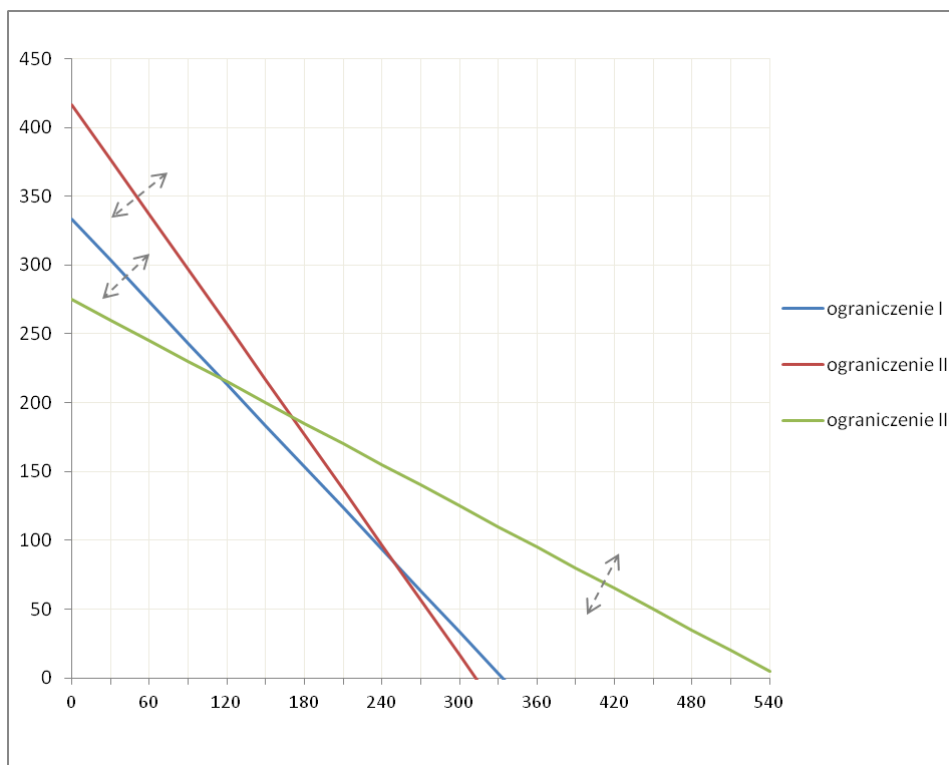


Rysunek III.3. Optymalne rozwiązanie graficzne ZPL po zmianie współczynników funkcji celu

Źródło: Opracowanie własne.

Zmiana wyrazów wolnych ograniczeń b

Rozpatrzmy teraz zagadnienie, w którym wyrazy wolne oznaczające ilości dostępnych surowców S_1 , S_2 , S_3 są losowe. Zatem zasoby surowców będą maleć lub rosnać, co z kolei spowoduje zmianę kształtu zbioru rozwiązań dopuszczalnych zagadnienia. Także i tutaj analiza wrażliwości może dotyczyć jednoczesnych zmian wartości więcej niż jednego parametru.

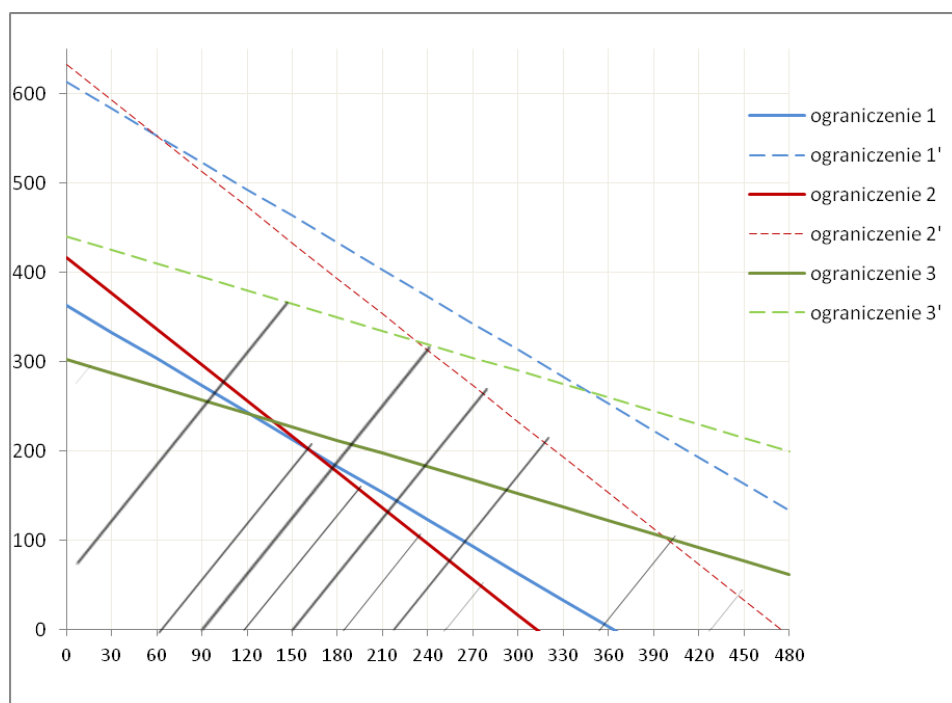


Rysunek III.4. Kierunki wpływu zmiany wyrazów wolnych na kształt zbioru rozwiązań dopuszczalnych

Źródło: Opracowanie własne.

Strzałkami oznaczono, w jakim kierunku będą przesuwali się krawędzie w przypadku zmian wartości wektora b . Nowe krawędzie ograniczeń będą prostymi równoległymi do poprzednich krawędzi ograniczeń im odpowiadających, ale przecięcia krawędzi ograniczeń mogą mieć inne koordynaty niż do tej pory. Zmiany wartości wektora wyrazów wolnych mogą powodować modyfikację zbioru rozwiązań dopuszczalnych, ilości jego wierzchołków oraz ich lokalizację.

Rysunek III.5 ilustruje przypadek, gdy wektor wyrazów wolnych przyjmuje postać $b' = [1750; 1900; 1700]$, co oznacza wzrost zasobów każdego z surowców S1, S2, S3. Linie ciągłe oznaczają krawędzie ograniczeń dla zagadnienia pierwotnego, linie przerywane – zmodyfikowane krawędzie ograniczeń. Widać, że zbiór rozwiązań dopuszczalnych nie tylko się powiększył, ale także zmienił kształt, zmieniła się zarówno lokalizacja, jak i liczba rozwiązań wierzchołkowych.



Rysunek III.5. Zbiory rozwiązań dopuszczalnych ZPL: pierwotny i zmodyfikowany

Źródło: Opracowanie własne.

W rozpatrywanym przykładzie, gdzie $\mathbf{b}' = [1750; 1900; 1700]$ i przy niezmiennych pozostałych warunkach zadania przedsiębiorstwo powinno wyprodukować 250 sztuk krzeseł i 300 foteli, osiągając przy tym zysk równy 61 000 PLN.

Zmiana współczynników przy zmiennych decyzyjnych

Najtrudniejszy przypadek to ten, w którym dowolnie zmieniane będą wartości macierzy współczynników przy zmiennych decyzyjnych $\mathbf{A}$. Oznacza to, że zużycie poszczególnych surowców na krzesła i fotele może maleć lub rosnąć, co spowoduje zmiany nachyleń krawędzi dotychczasowego zbioru rozwiązań dopuszczalnych. W symulacji stochastycznej krawędzie kolejnych ograniczeń będą teraz dowolnie zmieniać swoje położenie w układzie współrzędnych, zgodnie z nowymi wartościami macierzy $\mathbf{A}$. Przypadek ten pozostaje jednak poza obszarem niniejszych rozważań.

1.6. Podsumowanie badań empirycznych

Szczegółowy raport z badań, jak również program napisany w MS Excel z wykorzystaniem Solvera, Czytelnik znajdzie w pracy [Nowacka, 2017]. Poniżej ograniczymy się do wskazania najważniejszych spostrzeżeń z badań.

Losowość pojedynczych współczynników funkcji celu

W przypadku losowości pojedynczych składowych wektora c zbiór rozwiązań dopuszczalnych pozostaje taki sam jak dla zadania pierwotnego, a wnioski odpowiadają wnioskowi otrzymanemu w przypadku analizy wrażliwości deterministycznej wersji ZPL, o ile rozproszenie rozkładów elementów losowych będzie niewielkie.

Losowość kilku elementów wektora c

W pierwszych próbkach, które wygenerowano, wszystkie elementy wektora c zostały zastąpione przez wartości losowe. Średnią dla rozkładu normalnego ustalono na podstawie średniej arytmetycznej z pierwotnych wartości obu współczynników, która wyniosła 110. Odchylenie, z jakim losowano wartości, było odpowiednio modyfikowane, pozwalało to na ustalenie, jak dalece można zmieniać parametr, żeby rozwiązania w kolejnych replikacjach leżały blisko siebie, a nawet pozostawały w tym samym wierzchołku zbioru rozwiązań dopuszczalnych. W wielu przypadkach, przy znacznie większym rozproszeniu rozkładu wielkości losowej, ujawniła się skłonność do przeskakiwania rozwiązania między dwoma wierzchołkami. Wydaje się to odpowiadać rozwiązaniu niejednoznacznemu.

Zmiana pojedynczych elementów wektora b

W przypadku losowości pojedynczych składowych wektora b wnioski odpowiadają wnioskowi otrzymanemu w przypadku analizy wrażliwości deterministycznej wersji ZPL, o ile elementy niepewne mają rozkłady symetryczne.

Losowość kilku elementów wektora b

Przyjrzyjmy się przypadkowi, w którym więcej niż jedna składowa wektora b będzie przyjmowała wartości losowe. Z zadania deterministycznego wiemy, że zasoby surowca 1, 2 i 3 wynoszą odpowiednio 1000, 1250 i 1100 jednostek. Zbadamy, jak będzie zachowywało się rozwiązanie ZPL w przypadku, gdy ograniczenia te będą wartościami losowymi, przy niezmiennych pozostałych warunkach.

W przypadku, gdy zmieniane są wartości wyrazów wolnych, zbiór rozwiązań dopuszczalnych będzie różny od tego, który został określony dla zadania pierwotnego. Na układzie współrzędnych proste kolejnych ograniczeń będą zmieniać swoje położenie, dlatego punkty przecinania się poszczególnych prostych będą przyjmowały różne współrzędne.

W pierwszej kolejności cały wektor b przyjmował wartości losowe, następnie uzmienniano kombinacje jego elementów po kolei. Najważniejszą rzeczą, na jaką należy zwrócić uwagę, jest dobór wartości odchylenia dla rozkładu normalnego, z którego losowane są parametry. Im większe odchylenie, tym rozwiązania są bardziej rozproszone, a ich współrzędne zaczynają skakać po kilku wierzchołkach zbioru rozwiązań dopuszczalnych, przez co i wartości funkcji celu charakteryzują się większymi wahaniami.

W przypadku zmiany całego wektora, jak również jednoczesnej zmiany ograniczenia 1 i 2 surowca, rozwiązanie optymalne ucieka do wierzchołka, który wyznaczony jest przez przecięcie prostej 2 ograniczenia z prostą 3 ograniczenia. Jest to wierzchołek wyznaczony przez inne proste niż te, które opisują rozwiązanie optymalne zagadnienia pierwotnego. W każdym jednak przypadku liczba produktów oraz zysk całkowity z produkcji przyjmują podobne wartości, jak te dla rozwiązania optymalnego zagadnienia w warunkach deterministycznych. Oznacza to, że współrzędne rozwiązania oraz wartości funkcji celu nie są bardzo rozproszone, a nawet leżą blisko siebie mimo zmiany wierzchołka. Wskazuje to na niewielką wrażliwość rozwiązania optymalnego na losowość parametrów. W przypadku jednoczesnej zmiany ograniczeń 2 i 3 surowca rozwiązanie optymalne pozostawało w tym samym wierzchołku, który wyznaczał rozwiązanie zagadnienia pierwotnego. Wartości zmiennych decyzyjnych i funkcji celu były jednak bardziej rozproszone niż w dwóch wcześniejszych przypadkach.

Losowość elementów macierzy A

Ostatnim parametrem przyjmującym wartości losowe były elementy macierzy A . W tym przypadku analiza dla zmian wszystkich jej składowych oznaczała czasem daleko idące zaburzenia współrzędnych rozwiązania oraz wartości funkcji celu. Dlatego zdecydowano, aby każdy element tego parametru pojedynczo przyjmował wartości losowe. Otrzymane w ten sposób wyniki pozwoliły na małe zmiany poszczególnych składowych macierzy A , przy czym rozwiązanie optymalne pozostawało w tym samym wierzchołku zbioru rozwiązań dopuszczalnych oraz ostateczna wartość funkcji celu plasowała się na podobnym poziomie.

Podsumowanie

Przeprowadzone w ten sposób badanie pozwoliło stwierdzić, że tylko stosunkowo niewielkie zaburzenia wśród parametrów zagadnienia programowania liniowego nie powodują dramatycznych zmian rozwiązania optymalnego oraz funkcji celu. Wskazuje to, że rozwiązania deterministycznych ZPL mogą być mało wiarygodne, skoro niewielkie wahania współrzędnych tego rozwiązania oraz ostatecznej wartości funkcji celu mogą „wywrócić zadanie do góry nogami”. W takim przypadku ZPL staje się on zbyt mało jednoznaczne lub elastyczne i nieefektywne jest jego dalsze badanie.

Literatura

- Gajda J.B. (2017), *Prognozowanie i symulacja w ekonomii i zarządzaniu*, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa.
- Kopańska-Bródka D. (1991), *Metody stochastycznego programowania liniowego i ich praktyczne zastosowanie w badaniach ekonomicznych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Nowacka P. (2017), *Zagadnienie programowania liniowego w warunkach stochastycznych*, Praca magisterska, Uniwersytet Łódzki, Promotor J.B. Gajda.
- Ostrowski A. (2002), *Niepewność i nieprecyzyjność w sytuacjach decyzyjnych na przykładzie procesów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Opolskiego, Opole.
- Trzaskalik T. (2008), *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

System Wczesnego Ostrzegania jako narzędzie wspomagania decyzji polityki fiskalnej

Agnieszka Przybylska-Mazur¹

Wprowadzenie

Kryteria konwergencji, zwane również kryteriami z Maastricht, zostały wprowadzone przez Traktat o Unii Europejskiej, a po wejściu w życie Traktatu Lizbońskiego zapisane głównie w artykule 140 Traktatu o funkcjonowaniu Unii Europejskiej; stanowią kryteria, które powinno spełniać państwo aspirujące do pełnego uczestnictwa w Unii Gospodarczej i Walutowej.

Cztery szczegółowe zasady są sprecyzowane w Protokole nr 13 w sprawie kryteriów konwergencji załączonym do Traktatu o funkcjonowaniu Unii Europejskiej i dotyczą:

- stabilności cen,
- sytuacji fiskalnej,
- kursu walutowego,
- stóp procentowych.

Kryterium odnoszące się do sytuacji fiskalnej obejmuje wymogi dotyczące długu i deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych.

Do oceny ryzyka niespełnienia jednego z fiskalnych kryteriów konwergencji – kryterium dotyczącego relacji długu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB – czyli do oceny ryzyka niestabilności fiskalnej w państwach aspirujących do pełnego uczestnictwa w Unii Gospodarczej i Walutowej, w niniejszej pracy został zastosowany System Wczesnego Ostrzegania – SWO (*Early Warning System* – EWS). Należy podkreślić, że zaprezentowana metodologia może być również zastosowana do oceny ryzyka niestabilności finansów publicznych w każdym państwie, a nie tylko w państwach aspirujących do pełnego uczestnictwa w Unii Gospodarczej i Walutowej.

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Ekonomii, Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii, agnieszka.przybylska-mazur@ue.katowice.pl.

Zadaniem Systemu Wczesnego Ostrzegania jest ujawnienie pogarszającej się sytuacji ekonomiczno-finansowej obiektu (jednostki gospodarczej, państwa) poprzez dostarczenie danych ekonomicznych w postaci wskaźników umożliwiających podjęcie dalszych decyzji dotyczących polepszenia kondycji obiektu. Systemy Wczesnego Ostrzegania analizuje w swoich pracach wielu autorów [zob. np. Fuertes, Kalotychou, 2006; 2007; Tsai, 2013; Holopainen, Sarlin, 2016; Dawood, Horsewood, Strobel, 2017]. Stosując metody Systemu Wczesnego Ostrzegania, rząd ma możliwość wczesnego rozpoznania zagrożenia i uruchomienia odpowiednich procesów naprawczych. Z punktu widzenia rządu SWO może być również postrzegany jako część systemu informacyjnego w państwie, który zbiera, analizuje oraz przekazuje informacje wspomagające proces podejmowania decyzji fiskalnych. Przy realizacji polityki fiskalnej uwaga decydentów polityki fiskalnej koncentruje się na utrzymaniu stabilności fiskalnej, odpowiedniego poziomu długu sektora instytucji rządowych i samorządowych [Collard, Habib, Rochet, 2015; Cherif, Hasanov, 2017] oraz odpowiedniej wielkości deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych. Aby osiągnąć te cele, istotne jest wyznaczenie optymalnego poziomu długu sektora instytucji rządowych i samorządowych, pozwalającego ograniczyć negatywny wpływ nadmiernego zadłużenia na funkcjonowanie państwa i gospodarki, a także umożliwiającego wyznaczenie optymalnego poziomu deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych, nieprzekraczającego wartości granicznej zawartej w kryterium z Maastricht. Ważne znaczenie ma również wiedza o sygnałach epizodów napięcia fiskalnego [Baldacci, Gupta, Mulas-Granados, 2012; Bussière, 2013; Afonso, Jalles, 2014; Thimmaraya, Venkateshwarlu, 2018]. Należy zwrócić uwagę, że wielu badaczy w swoich analizach przyjmuje różne definicje napięcia fiskalnego i kryzysu fiskalnego [zob. np. Hemming, Kell, Schimmelpfennig, 2003; Baldacci i in., 2011].

W niniejszej pracy epizodem napięcia dla danej zmiennej nazwano sytuację, w której wartości tej zmiennej są powyżej wartości progowej. Natomiast kryzys fiskalny występuje, gdy wszystkie zmienne wpływające na sytuację finansów publicznych danego państwa przekroczą wartości progowe. Do oceny ryzyka niespełnienia fiskalnych kryteriów konwergencji zastosowano dwa rodzaje Systemów Wczesnego Ostrzegania [Comelli, 2014]: nieparametryczne SWO i parametryczne SWO.

2.1. Nieparametryczne Systemy Wczesnego Ostrzegania

W nieparametrycznym SWO prawdopodobieństwo niespełnienia kryterium konwergencji P_t oblicza się jako średnią ważoną sygnałów kryzysowych emitowanych przez zbiór wybranych zmiennych makroekonomicznych.

Do wyznaczenia wartości progowych dla każdej zmiennej wykorzystujemy analizę sygnałów [Orfanidis, 1998]. Jako optymalne wartości progów przyjmujemy wartości, które maksymalizują zdolność do przewidywania epizodów napięcia fiskalnego.

Mówimy, że zmienna wysyła sygnał napięcia fiskalnego, kiedy wartości tej zmiennej są powyżej (poniżej) optymalnego progu dla tej zmiennej, podczas gdy sygnał braku napięcia fiskalnego jest wysyłany w przeciwnym przypadku, czyli gdy wartości zmiennej są poniżej (powyżej) optymalnego progu. Jeżeli zmienna wysyła sygnał napięcie fiskalnego, to mówimy, że sygnał jest dodatni, natomiast gdy zmienna nie wysyła sygnału, to mówimy, że sygnał jest ujemny.

Na podstawie danych historycznych sygnały wysyłane przez zmienną dla różnych okresów czasu są porównywane z historią dotyczącą wystąpienia napięcia fiskalnego. Mówimy, że sygnał jest poprawny, gdy k lat do przodu zmienna zasygnalizowała napięcie fiskalne lub zmienna zasygnalizowała brak napięcia fiskalnego i było to zgodne z rzeczywistością. Natomiast mówimy, że sygnał jest błędny, gdy na k lat do przodu zmienna nie sygnalizowała napięcia fiskalnego, a epizod fiskalny, czyli napięcie fiskalne, wystąpiło (błąd II typu) lub gdy k lat do przodu zmienna zasygnalizowała napięcie fiskalne, które w rzeczywistości nie wystąpiło (błąd I typu). Cztery możliwe kombinacje zdarzeń przedstawiono w tabeli III.2.

Tabela III.2. Przypadki przedstawiające typ sygnału wysłanego przez zmienną w czasie $t - k$ i stan rzeczywisty w czasie t

	Napięcie fiskalne wystąpiło (F_s)	Napięcie fiskalne nie wystąpiło (Nfs)
Sygnał napięcia fiskalnego	Prawdziwy dodatni sygnał	Fałszywy dodatni sygnał (FP) (błąd I typu)
Sygnał braku napięcia fiskalnego	Fałszywy ujemny sygnał (FN) (błąd II typu)	Prawdziwy ujemny sygnał

Źródło: Przybylska-Mazur [2018].

Wówczas dla każdej zmiennej i optymalny próg x_i^* wyznaczamy jako rozwiązanie następującego problemu minimalizacji całkowitego błędu:

$$TME_i(x_i) \xrightarrow{x_i \in W_i} \min. \quad (1)$$

Całkowity błąd $TME_i(x_i)$ obliczamy ze wzoru:

$$TME_i(x_i) = \frac{FN_i(x_i)}{Fs_i} + \frac{FP_i(x_i)}{Nfs_i}, \quad (2)$$

gdzie:

W_i – zbiór wszystkich wartości, jakie może przyjmować i -ta zmienna X_i w badanym przedziale czasu,

$FN_i(x_i)$ – liczba fałszywych ujemnych sygnałów wysłanych przez i -tą zmienną X_i w badanym przedziale czasu wyznaczona na podstawie progu x_i ,

$FP_i(x_i)$ – liczba fałszywych dodatnich sygnałów wysłanych przez i -tą zmienną X_i w badanym przedziale czasu wyznaczona na podstawie progu x_i ,

Fs_i – liczba epizodów napięcia fiskalnego obliczona na podstawie danych dla i -tej zmiennej X_i ,

Nfs_i – liczba epizodów braku napięcia fiskalnego obliczona na podstawie danych dla i -tej zmiennej X_i ,

n – liczba zmiennych wykorzystanych do analizy.

W artykule bierzemy pod uwagę liczbę epizodów napięcia fiskalnego i liczbę epizodów braku napięcia fiskalnego dla poszczególnych zmiennych, ponieważ w praktyce liczby te są różne dla różnych zmiennych. To odróżnia prezentowaną analizę od badań przeprowadzonych przez innych autorów [zob. np. Berti, Salto, Lequien, 2012].

Następnie dla każdej zmiennej i ($i = 1, 2, \dots, n$) obliczamy minimalny całkowity błąd, korzystając ze wzoru:

$$z_i^* = \frac{FN_i(x_i^*)}{Fs_i} + \frac{FP_i(x_i^*)}{Nfs_i}. \quad (3)$$

Ponieważ w liniowych systemach czasowo niezmiennych (LTI), które wykorzystamy do analizy kryzysu fiskalnego, każdy sygnał dyskretny może być przedstawiony jako suma ważona sekwencji impulsów jednostkowych, to przed podaniem wzoru na prawdopodobieństwo kryzysu fiskalnego zdefiniujemy następujące zmienne zero-jedynkowe, które będziemy nazywać sekwencjami impulsów jednostkowych [Orfanidis, 1998]:

– dla zmiennej X_i , która jest stymulantą:

$$d_t^i = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x_{it} \leq x_i^* \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}, \quad (4)$$

– dla zmiennej X_i , która jest destymulantą:

$$d_t^i = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x_{it} \geq x_i^* \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}. \quad (5)$$

Zatem prawdopodobieństwo kryzysu fiskalnego w okresie t obliczamy z następującego wzoru:

$$P_t = \sum_{i=1}^n w_i \cdot d_t^i, \quad (6)$$

gdzie w_i jest wagą przypisaną i -tej zmiennej.

Wagi w_i wyznaczamy ze wzoru:

$$w_i = \frac{w_i^s}{\sum_{i=1}^n w_i^s}, \quad (7)$$

gdzie $w_i^s = \frac{1-z_i^*}{z_i^*}$.

Zatem im mniejszy minimalny całkowity błąd z_i^* , tym większy jest udział i -tej zmiennej w emitowaniu sygnałów kryzysu fiskalnego, co implikuje większą wagę i -tej zmiennej w obliczonym prawdopodobieństwie kryzysu fiskalnego.

2.2. Parametryczne Systemy Wczesnego Ostrzegania

Parametryczne Systemy Wczesnego Ostrzegania bazują na modelu regresji, w którym zmienną objaśnianą Y_t jest zmienna dychotomiczna, której wartości informują o kryzysie, a zmiennymi objaśniającymi są wskaźniki makroekonomiczne mające wpływ na wystąpienie kryzysu.

W artykule zmienną Y_t informującą o zaistnieniu kryzysu w przyszłości z wyprzedzeniem czasowym K prognozy określamy następująco:

$$Y_t = \begin{cases} 1 & \text{gdy } k \in \{1, 2, \dots, K\} \text{ i } d_{t+k} = 1, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}, \quad (8)$$

gdzie zmienna:

$$d_t = \begin{cases} 1 & \text{gdy } y_t > y^* \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (9)$$

y_t – wartość bazowej zmiennej kryzysowej, na podstawie której możemy rozstrzygnąć, czy występuje sytuacja niekorzystna (kryzys), czy nie występuje sytuacja kryzysowa,

y^* – wartość progowa bazowej zmiennej kryzysowej.

Jeżeli zmienna objaśniana jest zmienną o charakterze jakościowym, to modelowanie i prognozowanie jakościowej zmiennej objaśnianej wymaga zastosowania modeli logitowych lub probitowych [Gruszczyński, 2002]. Na podstawie

tych modeli można wyznaczyć prawdopodobieństwa wystąpienia danej kategorii zmiennej jakościowej z zależności od pewnych istotnych czynników (zmiennych objaśniających).

W pracy rozkład prawdopodobieństwa zmiennej Y_t : $P(Y_t = 1) = p_t$, $P(Y_t = 0) = q_t$, gdzie $p_t + q_t = 1$, wyznaczamy na podstawie grupy M obiektów – w artykule 28 krajów Unii Europejskiej. Wówczas jeżeli wystąpienie lub niewystąpienie danego wariantu zmiennej Y_t zależy od pewnych czynników, to możemy rozważyć model następującej postaci:

$$p_t = F(\beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t), \quad (10)$$

gdzie:

$X_1, X_2, \dots, X_k$ – zmienne objaśniające (czynniki wpływające na zmienną jakościową Y_t),

F – rosnąca funkcja kombinacji liniowej zmiennych $X_1, X_2, \dots, X_k$ i składnika losowego ε .

Zatem prawdopodobieństwo realizacji danego wariantu zmiennej objaśnianej Y_t obliczamy ze wzoru:

$$\hat{p}_t = F(b_0 + b_1 x_{t1} + b_2 x_{t2} + \dots + b_k x_{tk}) \text{ dla } t = 1, 2, \dots, n - K. \quad (11)$$

Rodzaj funkcji F określa rodzaj modelu.

2.3. Model logitowy

W modelu logitowym funkcja F jest dystrybuantą rozkładu logistycznego. Zatem mamy:

$$p_t = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t}}. \quad (12)$$

Po przekształceniu logitowym model ma postać:

$$L_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t, \quad (13)$$

gdzie L_t jest logitem, który obliczamy ze wzoru:

$$L_t = \ln \frac{p_t}{1 - p_t}. \quad (14)$$

Wektor ocen b parametrów strukturalnych oszacowany uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów wyznaczamy ze wzoru:

$$b = (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X^T \Omega^{-1} L, \quad (15)$$

gdzie:

$$L = \begin{bmatrix} L(p_1) \\ L(p_2) \\ \vdots \\ L(p_{n-K}) \end{bmatrix}, \quad L(p_t) = \ln \frac{p_t}{1-p_t},$$

p_t – częstość względna w t -tym okresie $p_t = \frac{m_t}{n_t}$,

n_t – liczba obserwacji w t -tym okresie,

m_t – liczba obserwacji w t -tym okresie, dla których $Y_t = 1$, czyli w którym dane zjawisko wystąpiło,

$$\Omega = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & v_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & v_{n-K} \end{bmatrix},$$

$$v_i = \frac{1}{n_i p_i (1-p_i)}.$$

$$\text{Ponadto: } \Omega^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{v_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{v_{n-K}} \end{bmatrix}.$$

2.4. Model probitowy

Model probitowy można zastosować, gdy kombinacja liniowa zmiennych objaśniających ma standardowy rozkład normalny lub rozkład zbliżony do tego rozkładu. W modelu probitowym funkcja F jest dystrybuantą standardowego rozkładu normalnego $N(0,1)$. Zatem mamy:

$$p_t = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t). \quad (16)$$

Po przekształceniu probitowym powyższy model można zapisać w postaci:

$$Pr_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_k X_{tk} + \varepsilon_t, \quad (17)$$

gdzie Pr_t jest probitem obliczanym ze wzoru:

$$Pr_t = \Phi^{-1}(p_t) + 5. \quad (18)$$

Parametry modelu (17) szacujemy również uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów lub przy małej liczbie informacji metodą największej wiarygodności.

Wektor ocen b parametrów strukturalnych oszacowany uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów obliczamy ze wzoru:

$$b = (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X^T \Omega^{-1} Pr, \quad (19)$$

w którym $Pr = \begin{bmatrix} Pr_1 \\ Pr_2 \\ \vdots \\ Pr_{n-K} \end{bmatrix}$, $\Omega = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & v_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & v_{n-K} \end{bmatrix}$, $v_t = \frac{p_t(1-p_t)}{n_t(\varphi(p_t))^2}$, natomiast

φ jest funkcją gęstości standaryzowanego rozkładu normalnego. Ponadto:

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{v_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{v_{n-K}} \end{bmatrix}.$$

Po oszacowaniu parametrów modelu logitowego lub probitowego i sprawdzeniu stopnia dopasowania modeli do danych empirycznych można wyznaczyć prognozy logitu lub probitu odpowiednio, a następnie stosując przekształcenie odwrotne do przekształcenia (14) lub (18), wyznaczamy prognozę prawdopodobieństwa pojawienia się danego wariantu zmiennej jakościowej Y_t informującej o kryzysie, korzystając z następujących wzorów:

– dla modelu logitowego:

$$\hat{p}_t = \frac{e^{\hat{L}_t}}{1 + e^{\hat{L}_t}}, \quad (20)$$

– dla modelu probitowego:

$$\hat{p}_t = \Phi(\widehat{PR}_t - 5). \quad (21)$$

2.5. Analiza empiryczna

Mając na uwadze fiskalne kryterium konwergencji dotyczące relacji długu sektora instytucji rządowych i samorządowych, w artykule jako zmienną informującą o kryzysie wzięto pod uwagę relację długu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %), natomiast jako zmienne wpływające na dług sektora instytucji rządowych i samorządowych uwzględniono:

- wskaźnik inflacji HICP,
- PKB (w mln EUR),
- stopę wzrostu PKB (w %),

- relację deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %),
- deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR),
- relację wydatków sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %),
- wydatki sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR),
- relację dochodów sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %),
- dochody sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR),
- nominalną stopę procentową – stopę referencyjną,
- kursy średnioważone EUR w PLN.

Analizę przeprowadzono na podstawie danych rocznych dla Polski z okresu 2000-2017. Poniżej przedstawiono wyniki analiz dotyczących prawdopodobieństwa przekroczenia optymalnej wartości progowej przez relację długu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB przeprowadzonych na podstawie nieparametrycznych i parametrycznych Systemów Wczesnego Ostrzegania.

Analiza na podstawie nieparametrycznych Systemów Wczesnego Ostrzegania

Na początku na podstawie analizy sygnałów wyznaczono optymalne wartości progowe dla relacji długu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB oraz dla poszczególnych wymienionych zmiennych mających wpływ na relację długu do PKB. Następnie wyznaczono optymalne całkowite błędy i wagi dla poszczególnych zmiennych. Optymalne wartości graniczne, minimalne całkowite błędy i wagi przedstawiono w tabeli III.3.

Tabela III.3. Klasyfikacja sygnałów napięcia fiskalnego

Zmienna	Optymalna wartość graniczna	Minimalny całkowity błąd	Waga
1	2	3	4
Relacja długu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %)	41,8	0,0625	0,1726
Wskaźnik inflacji HICP	4,2	0,0625	0,1726
PKB (w mln EUR)	212406	0,0769	0,1381
Stopa wzrostu PKB (w %)	5,14	0,5667	0,0088
Relacja deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %)	-9,8	0,5667	0,0088
Deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR)	-22997	0,5667	0,0088
Relacja wydatków sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %)	43,2	0,2576	0,0332
Wydatki sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR)	122645	0,0833	0,1266

cd. tabeli III.3

1	2	3	4
Relacja dochodów sektora instytucji rządowych i samorządowych do PKB (w %)	39,7	0,5152	0,0108
Dochody sektora instytucji rządowych i samorządowych (w mln EUR)	85523	0,0769	0,1381
Nominalna stopa procentowa – stopa referencyjna	15,54	0,0625	0,1726
Kursy średnioważone EUR w PLN	3,99	0,5667	0,0088

Źródło: Opracowanie własne.

Następnie obliczono prawdopodobieństwo przekroczenia optymalnych wartości progowych przez agregat złożony ze wszystkich analizowanych zmiennych w poszczególnych latach badanego okresu, które przedstawiono w tabeli III.4.

Tabela III.4. Prawdopodobieństwo kryzysu w latach 2000-2017

Rok	Prawdopodobieństwo kryzysu	Rok	Prawdopodobieństwo kryzysu
2000	0,477	2009	0,551
2001	0,491	2010	0,551
2002	0,664	2011	0,534
2003	0,683	2012	0,500
2004	0,683	2013	0,500
2005	0,396	2014	0,500
2006	0,505	2015	0,500
2007	0,505	2016	0,500
2008	0,514	2017	0,500

Źródło: Opracowanie własne.

Analiza na podstawie parametrycznych Systemów Wczesnego Ostrzegania

W tabeli III.5 zestawiono prawdopodobieństwa kryzysu fiskalnego, czyli prawdopodobieństwa przekroczenia przez relację długu sektora rządowego i samorządowego do PKB wartości progu ostrożnościowego ustalonej na poziomie 50% (uchylony w 2013 r. pierwszy próg ostrożnościowy) dla różnych wyprzedzeń czasowych K prognozy, wyznaczone na podstawie modelu logitowego.

Tabela III.5. Prawdopodobieństwa kryzysu fiskalnego w latach 2000-2017

Rok	Prawdopodobieństwo kryzysu fiskalnego dla wyprzedzenia czasowego K prognozy		
	1	2	3
2000	0,46	0,46	0,45
2001	0,47	0,47	0,51
2002	0,35	0,38	0,40
2003	0,38	0,38	0,38
2004	0,36	0,36	0,38
2005	0,35	0,36	0,40
2006	0,35	0,43	0,48
2007	0,38	0,47	0,57
2008	0,49	0,58	0,57
2009	0,57	0,58	0,66
2010	0,60	0,66	0,68
2011	0,65	0,69	0,71
2012	0,69	0,67	0,67
2013	0,66	0,69	0,69
2014	0,66	0,68	0,67
2015	0,67	0,67	0,50
2016	0,71	0,70	0,59
2017	0,74	0,68	0,37

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowanie

Analizując otrzymane wyniki na podstawie nieparametrycznych Systemów Wczesnego Ostrzegania, bazujących na analizie sygnałów w Polsce w latach 2000-2017, stwierdzono, że optymalna wartość progowa dla relacji długu sektora instytucji rządowych i samorządowych wyniosła 41,8%, natomiast prawdopodobieństwo kryzysu od 2012 r. jest stabilne i wynosi 0,5.

Wykorzystując model logitowy jako przykład parametrycznego Systemu Wczesnego Ostrzegania oraz biorąc pod uwagę częstości wystąpienia kryzysu fiskalnego w krajach Unii Europejskiej, zauważamy, że im większe wyprzedzenie czasowe prognozy, tym mniejsze prawdopodobieństwo kryzysu. W Polsce, przy wyprzedzeniu czasowym prognozy równym 3, w 2019 r. prawdopodobieństwo kryzysu fiskalnego wyniosło 0,59, natomiast przy wyprzedzeniu czasowym prognozy równym 2 prawdopodobieństwo wyniosło 0,68. Na podstawie danych z okresu 2000-2017 prognozujemy, że w 2020 r. prawdopodobieństwo kryzysu fiskalnego w Polsce jest nieduże i wynosi 0,37.

Zatem na podstawie nieparametrycznych i parametrycznych metod Systemów Wczesnego Ostrzegania możemy wyznaczyć prawdopodobieństwo wygene-

rowania fiskalnych sygnałów napięciowych. System Wczesnego Ostrzegania, dostarczający informacji o zagrożeniach kryzysem fiskalnym, spełnia funkcję ostrzegawczą i pozwala na podjęcie decyzji fiskalnych przeciwdziałających sytuacji kryzysu fiskalnego.

Literatura

- Afonso A., Jalles J.T. (2014), *Assessing Fiscal Episodes*, "Economic Modelling", Vol. 37, s. 255-270.
- Baldacci E., Gupta S., Mulas-Granados C. (2012), *Reassessing the Fiscal Mix for Successful Debt Reduction*, "Economic Policy", Vol. 27(71), s. 365-406.
- Baldacci E., Petrova I., Belhocine N., Dobrescu G., Mazraani S. (2011), *Assessing Fiscal Stress*, IMF Working Paper No. 11/100.
- Berti K., Salto M., Lequien M. (2012), *An Early-detection Index of Fiscal Stress for EU Countries*, "European Economy. Economic Papers", Vol. 475, s. 1-25.
- Bussière M. (2013), *Sovereign Debt and Fiscal Policy in the Aftermath of the Financial Crisis: Introduction*, "The Economic Journal", Vol. 123(566), s. F1-F3.
- Comelli F. (2014), *Comparing Parametric and Non-parametric Early Warning Systems for Currency Crises in Emerging Market Economies*, "Review of International Economics", Vol. 22, Iss. 4, s. 700-721.
- Cherif R., Hasanov F. (2017), *Public Debt Dynamics: The Effects of Austerity, Inflation, and Growth Shocks*, "Empirical Economics", Vol. 54(3), s. 1087-1105.
- Collard F., Habib M., Rochet J. (2015), *Sovereign Debt Sustainability in Advanced Economies*, "Journal of the European Economic Association", Vol. 13(3), s. 381-420.
- Dawood M., Horsewood N., Strobel F. (2017), *Predicting Sovereign Debt Crises: An Early Warning System Approach*, "Journal of Financial Stability", Vol. 28, s. 16-28.
- Fuertes A., Kalotychou E. (2006), *Early Warning Systems for Sovereign Debt Crises: The Role of Heterogeneity*, "Computational Statistics & Data Analysis", Vol. 51(2), s. 1420-1441.
- Fuertes A., Kalotychou E. (2007), *Optimal Design of Early Warning Systems for Sovereign Debt Crises*, "International Journal of Forecasting", Vol. 23(1), s. 85-100.
- Gruszczyński M. (2002), *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- Hemming R., Kell M., Schimmelfennig A. (2003), *Fiscal Vulnerability and Financial Crises in Emerging Market Economies*, IMF Occasional Paper No. 218.
- Holopainen M., Sarlin P. (2016), *Toward Robust Early-Warning Models: A Horse Race, Ensembles and Model Uncertainty*, ECB Working Paper 1900.

- Orfanidis S.J. (1998), *Introduction to Signal Processing*, Prentice Hall.
- Przybylska-Mazur A. (2018), *Importance of an Early-detection Index in the Analysis of Public Debt in the Global Economy* [w:] *Globalization and Its Socio-economic Consequences*, 18th International Scientific Conference Proceedings, Part IV, *Behavioural Finance*, 10th-11th October 2018, University of Zilina, Rajcke Teplice, Slovak Republic, s. 1779-1786.
- Thimmaraya R.B., Venkateshwarlu M. (2018), *Dynamics of Financial Stress and Economic Performance*, Emerald Publishing.
- Traktat o funkcjonowaniu Unii Europejskiej, Dz.Urz.UE C 326, 26/10/2012 P. 0001-0390, <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/?uri=celex%3A12012E%2FTXT> (dostęp: 1.02.2019).
- Tsai B. (2013), *An Early Warning System of Financial Distress Using Multinomial Logit Models and a Bootstrapping Approach*, "Emerging Markets Finance and Trade", Vol. 49, Supl. 2, s. 43-69.

Część IV



POMIAR I ZARZĄDZANIE RYZYKIEM



Odporna estymacja miar zagrożenia dla cen energii elektrycznej

Alicja Ganczarek-Gamrot¹

Wprowadzenie

Cena energii elektrycznej zależy od bieżącego zapotrzebowania oraz dostępnej w systemie mocy. Dlatego też w godzinach niższego zapotrzebowania, a przede wszystkim nocą ceny energii są niskie, a na niektórych rynkach nawet ujemne [Od wczoraj ceny energii..., 2019]. Efekt ujemnych cen energii elektrycznej można zaobserwować na rynkach, których nie ma ustalonej prawnie minimalnej wartości ceny oraz znaczna część energii elektrycznej produkowana jest z odnawialnych źródeł energii (OZE), których efektywność zależy od warunków atmosferycznych. Przykładem takim jest niemiecki rynek energii elektrycznej, na którym udział źródeł odnawialnych w produkcji energii elektrycznej jest znaczny. Można przytoczyć sytuację, jaka miała miejsce 1 maja 2018 r., kiedy elektrownie wiatrowe, słoneczne, wodne, na biomasę i biogaz wyprodukowały nadwyżkę zapotrzebowania na energię elektryczną dla całego kraju, a ze względów technicznych nie można było wstrzymać pracy elektrowni konwencjonalnych, które w okresie niskiego zapotrzebowania musiały dopłacić odbiorcom energii [Derski, 2018].

Niska cena energii elektrycznej sprzyja rozwojowi gospodarki, niemniej jednak ujemne ceny zwiększają zmienność i tak bardzo zróżnicowanych cen. Z kolei wysoka zmienność cen utrudnia predykcję oraz estymację ryzyka zmian cen. Dodatkowo w przypadku występowania cen ujemnych problematyczne jest wyznaczanie stóp zwrotu. Przekształcenia danych zniekształcają wysoką zmienność cen, a tym samym mogą wpływać na niedoszacowanie wysokiego poziomu ryzyka zmienności cen.

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Informatyki i Komunikacji, Katedra Demografii i Statystyki Ekonomicznej, alicja.ganczarek-gamrot@ue.katowice.pl.

Głównym celem pracy była próba zastosowania odpornych metod estymacji ryzyka na rynku energii elektrycznej w przypadku ujemnych cen. Na podstawie wykorzystanych metod spróbowano również odpowiedzieć, czy występujące w szeregach ceny ujemne można zaliczyć do obserwacji odstających. W pracy poddano analizie ceny energii elektrycznej z rynku dobowo-godzinowego Europejskiej Giełdy Energii (EEX) notowanych w okresie od 5 października 2008 r. do 31 grudnia 2016 r. W pracy przez ryzyko rozumiano wystąpienie niskiej ceny. Ryzyko to zostało oszacowane za pomocą *Value-at-Risk* (VaR) z wykorzystaniem modeli ARIMA-GARCH. Estymacja VaR została przeprowadzona dwukrotnie, na danych oryginalnych oraz na danych wygładzonych odporną dekompozycją STL (*Seasonal and Trend decomposition using Loess*).

1.1. Metodologia badania

Do estymacji ryzyka zmiany ceny wykorzystano miarę zagrożenia *Value-at-Risk* (VaR) klasycznie definiowaną jako wartość straty, która nie może być przekroczona z zadaniem prawdopodobieństwem α w określonym czasie Δt [Blanco, 1998; Jajuga, 2000]:

$$P(Y_{t+\Delta t} \leq Y_t - VaR_{\alpha,t}) = \alpha, \quad (1)$$

gdzie:

Y_t – bieżąca wartość rozpatrywanego waloru,

$Y_{t+\Delta t}$ – wartość waloru w czasie $t + \Delta t$.

Wówczas VaR jest szacowany jako odpowiedni kwantyl rozkładu stóp zwrotu [Weron, Weron, 2000; Heilpern, 2011]:

$$P(R_{t+\Delta t} \leq VaR_{\alpha,t}(R)) = \alpha, \quad (2)$$

gdzie:

$VaR_{\alpha,t}(R)$ – kwantyl rzędu α rozpatrywanych stóp zwrotu,

$R_{t+\Delta t}$ – wartość stopy zwrotu w okresie $t + \Delta t$.

W niniejszej pracy przez VaR rozumiana jest cena, która nie może być przekroczona z zadaniem prawdopodobieństwem α w określonym czasie Δt [Alexander, 2008; Fiszeder, 2009]:

$$P(Y_{t+\Delta t} \leq VaR_{\alpha,t}(Y_t)) = \alpha, \quad (3)$$

gdzie:

Y_t – bieżąca cena rozpatrywanego waloru,

$Y_{t+\Delta t}$ – cena w czasie $t + \Delta t$.

Tak zdefiniowana wartość VaR jest kwantylem rzędu α rozpatrywanych cen. W pracy rozpatrywano kwantyle rzędu 0,01 oraz 0,05, w związku z czym badano ryzyko spadku cen w czasie Δt (w pracy kolejny dzień lub kolejna godzina). Jest wiele metod estymacji kwantyli. W pracy została zastosowana metoda bazująca na modelach autoregresyjnych ARIMA-GARCH, za pomocą których szereg cen Y_t można zapisać przy zastosowaniu następujących równań [Piontek, 2007; Fiszeder, 2009]:

$$Y_t = \mu_{Yt} + \varepsilon_t, \quad (4)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_{Yt} \xi_t, \quad (5)$$

gdzie:

μ_{Yt} – przeciętny poziom badanego zjawiska opisany za pomocą modeli klasy ARIMA,

σ_{Yt} – warunkowe odchylenie standardowe zjawiska opisane za pomocą modeli klasy GARCH (GARCH, EGARCH, FIGARCH, apARCH),

ε_t – reszty modelu ARIMA,

ξ_t – biały szum.

Analiza wartości odstających w szeregach czasowych sprowadza się do identyfikacji izolowanych jednostek odstających, ścieżek czy np. lokalnych przesunięć poziomu badanego zjawiska. W zależności od rodzaju wartości odstających wpływ takich wartości na kolejne realizacje szeregu czasowego jest inny. Wśród obserwacji odstających wyróżniamy: AO (obserwacje o charakterze jednorazowym), LS (obserwacje o charakterze długotrwałym), TC (obserwacje o charakterze przejściowym), IO (obserwacje o charakterze innowacyjnym) [Chen, Liu, 1993; Charles, 2004; Maronna, Martin, Yohai, 2006; Kosiorowski, 2012]. Jednym z algorytmów identyfikacji poszczególnych wartości odstających jest algorytm zaproponowany przez C. Chena i L.M. Liu [1993], w oparciu o estymację modelu autoregresyjnego obserwowany szereg traktowany jest jako kombinacja wartości odstających:

$$y_t^* = \sum_{j=1}^k \xi_j(B) \omega_j I_t^{(r_j)} + Y_t, \quad (6)$$

gdzie:

y_t^* – obserwowane wartości szeregu czasowego w okresie t ,

Y_t – proces stochastyczny (w pracy zastosowano niezależnie proces ARIMA, a następnie ARIMA-GARCH),

ω_j – udział wartości odstającej w kształtowaniu się wartości y_t^* w czasie $t = r_j$,
 $I_t^{(r_j)}$ – zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 dla $t = r_j$,
 $\xi_j(B)$ – funkcja opisująca wpływ wartości odstającej na zmiany szeregu czasowego w czasie $t = r_j$ (np. $\xi_j(B) = 1$ dla AO – obserwacji o charakterze jednorazowym).

Na bazie algorytmu (6) nie zidentyfikowano wartości odstających zarówno dla modeli ARIMA, jak i ARIMA-GARCH szeregów cen analizowanych w pracy. Dlatego zdecydowano się na wykorzystanie algorytmu wygładzenia za pomocą sezonowego filtra STL (*Seasonal and Trend decomposition using Loess*) [Cleveland i in., 1990; Makridakis, Wheelwright, Hyndman, 1998].

$$Y_t = \tau_t + S_t + u_t, \quad (7)$$

gdzie:

Y_t – szereg czasowy (cen),

τ_t – trend,

S_t – sezonowość,

u_t – reszty.

$Var_{\alpha,t}(Y)$ w ustalonym horyzoncie czasu (w pracy jeden dzień lub jedna godzina, w zależności od szeregu), może być zapisany w sposób dynamiczny za pomocą kwantyla rzędu α [Piontek 2007; Fiszeder, 2009; Ganczarek-Gamrot, 2016]:

$$Var_{\alpha,t}(Y_t) = F^{-1}(\alpha)\sigma_{Yt} + \mu_{Yt}, \quad (8)$$

gdzie $F^{-1}(\alpha)$ jest kwantylem rzędu α standardowego rozkładu X ($EX = 0$, $DX = 1$) uwzględnionego w estymacji parametrów modelu (4-5).

Do oceny efektywności estymacji VaR zostały wykorzystane testy ilości przekroczeń (*Proportion Of Failures test* – POF) oraz niezależności przekroczeń (*Independence test* – IND). POF-test bazuje na statystyce P. Kupca [1995]:

$$LR_{POF} = -2\ln \frac{(1-\alpha)^{(T-K)} \alpha^K}{(1-\bar{w})^{(T-K)} \bar{w}^K}. \quad (9)$$

IND – na statystyce P. Christoffersena [1998]:

$$LR_{IND} = -2\ln \frac{(1-\bar{w})^{(K_{00}+K_{10})} \bar{w}^{(K_{01}+K_{11})}}{(1-w_{01})^{K_{00}} w_{01}^{K_{01}} (1-w_{11})^{K_{10}} w_{11}^{K_{11}}}, \quad (10)$$

gdzie:

α – rząd VaR,

K – liczba przekroczeń VaR,

T – długość szeregu,

$$\bar{w} = \frac{K_{01} + K_{11}}{T} = \frac{K}{T} = \hat{w}_{VaR_\alpha} - \text{udział przekroczeń},$$

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{dla } Y_t \leq VaR_{\alpha t}(Y_t) \\ 0 & \text{dla } Y_t \geq VaR_{\alpha t}(Y_t) \end{cases} \quad i, j = 0, 1,$$

K_{ij} – liczba okresów, dla których $I_t(\alpha) = j$ pod warunkiem, że $I_{t-1}(\alpha) = i$,

$$w_{ij} = \frac{K_{ij}}{K_{i0} + K_{i1}}.$$

Przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej ($H_{POF,0}$ – liczba przekroczeń VaR jest zgodna z poziomem α oraz $H_{IND,0}$ – przekroczenia VaR są niezależne) statystyki (9-10) mają asymptotyczny rozkład chi-kwadrat z jednym stopniem swobody.

1.2. Analiza empiryczna

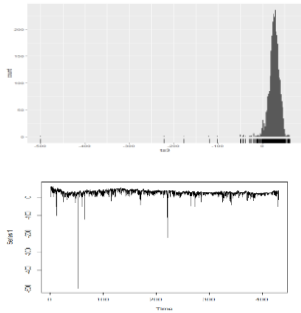
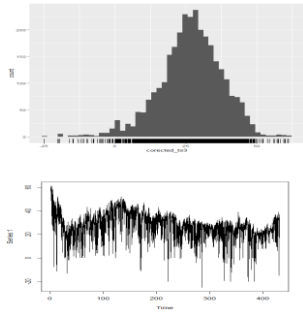
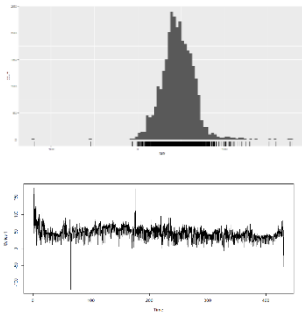
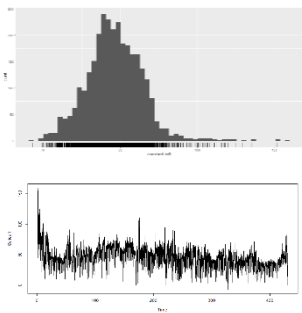
Na EEX obok wysokiej zmienności cen zaobserwować można ujemne wartości cen, które nie pojawiają się często, niemniej jednak w pewnych określonych częstotliwościach – zazwyczaj w godzinach nocnych dni wolnych od pracy. Dlatego też analizę przeprowadzono na trzech szeregach czasowych: dziennych cenach energii elektrycznej notowanych nocą w godzinie 3 (godzina poza szczytem, łącznie 3010 obserwacji dziennych, w tym 62 ujemnych, co stanowi 2% cen), dziennych cenach w godzinie 9 (godzina w szczycie, 3010 obserwacji dziennych, w tym 9 ujemnych, co stanowi 0,3% cen) oraz wszystkie notowania łącznie z częstotliwością godzinową (72 240 obserwacji, w tym 520 ujemnych, co stanowi 0,72% cen). Na pierwszym etapie badania do analizowanych trzech szeregów zastosowano procedurę C. Chena oraz L.M. Liu [1993] w celu identyfikacji obserwacji nietypowych [zob. Ganczarek-Gamrot, 2016; Trzpiot, Majewska, 2016]. Niemniej jednak nie zidentyfikowano żadnego z typów wartości odstających.

W kolejnym kroku wykorzystano odporną dekompozycję STL [Cleveland i in., 1990] za pomocą procedury zaproponowanej w [Makridakis, Wheelwright, Hyndman, 1998]. Badania przeprowadzono na dwóch typach danych: danych oryginalnych oraz danych wygładzonych. W tabeli IV.1 została zaprezentowana wizualizacja rozkładów oraz szeregów, na bazie których na kolejnym etapie zostały oszacowane miary ryzyka.

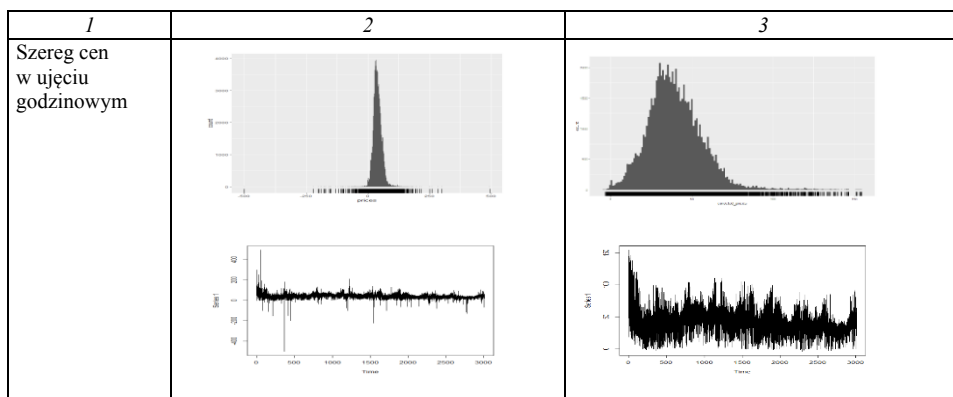
Stosując odporną dekompozycję danych w szeregu cen notowanych w godzinie 3, jako obserwacje odstające zidentyfikowano 36 cen, dla szeregu w godzinie 9 to 6 wartości odstających, a dla danych w ujęciu godzinowym – 931 wartości odstających. Niektóre z zidentyfikowanych cen nietypowych miały wartości ujemne, ale nie wszystkie.

Zarówno w rozkładach oryginalnych danych, jak i w danych skorygowanych widoczne są asymetria oraz leptokurtyczność. W szeregach danych przed i po korekcie możemy zaobserwować brak tendencji rozwojowej, autokorelację, efekt skupiania się zmienności. Zastosowanie algorytmu STL do szeregów cen w pewnym stopniu wygładza szereg i ogranicza asymetrię, niemniej jednak dane po przekształceniu nadal charakteryzują się skośnością, towarzyszy im efekt skupiania się zmienności.

Tabela IV.1. Rozkłady i szeregi cen energii elektrycznej

Właściwości 1	Dane oryginalne 2	Dane wygładzone 3
Godzina 3 Częstotliwość dzienna		
Godzina 9 Częstotliwość dzienna		

cd. tabeli IV.1



Źródło: Opracowanie własne.

Do opisu zmienności badanych szeregów zastosowano modele klasy ARIMA-GARCH w oparciu o kryterium BIC. Dla szeregów czasowych notowanych z częstotliwością dzienną (w godzinie 3 i 9) zarówno dla danych oryginalnych, jak i wygładzonych zastosowano modele AFRIMA(1,0,5,1)-GARCH(1,1) [Engle, 1982; Bollerslev, 1986] z rozkładem skośnym t-Studenta (tabela IV.2). Parametry modeli są istotne. Oszacowania nie różnią się znacznie pomiędzy danymi oryginalnymi, jak też wygładzonymi. Zastosowane modele wyeliminowały z reszt efekt niejednorodności wariancji, niemniej jednak w przypadku godziny 9 nie gwarantują one braku autokorelacji w resztach, a także kwadratach reszt oszacowanych modeli. Podobnie test zgodności z rozkładem skośnym t-Studenta na poziomie istotności 0,05 odrzuca zgodność wszystkich czterech rozkładów reszt z zakładanym rozkładem w modelu. Pomimo że w sensie kryterium BIC modele te są najlepsze spośród modeli klasy ARIMA-GARCH, trudno mówić o ich dobrym dopasowaniu do analizowanych danych.

Tabela IV.2. Wyniki estymacji parametrów modeli AFRIMA(1,0,5,1)-GARCH(1,1)

Parametry	Godzina 3 Dane oryginalne	Godzina 3 Dane wygładzone	Godzina 9 Dane oryginalne	Godzina 9 Dane wygładzone
1	2	3	4	5
mu	39,6565	38,1379	28,8817	31,5601
ar1	0,4556	0,4848	0,4850	0,4954
ma1	-0,6325	-0,6608	-0,7617	-0,7666
arfima	0,5	0,5	0,5	0,5
omega	8,2571	2,5513	4,4260	2,7532
alpha1	0,3355	0,1957	0,0937	0,0774
beta1	0,6635	0,7969	0,8951	0,9149
skew	0,5593	0,5570	0,6822	0,6970

cd. tabeli IV.2

1	2	3	4	5
shape	3,1564	3,8408	6,8710	8,5024
BIC	6,6718	6,5684	8,0787	8,0504
P-wartości testów				
Ljung-Box dla reszt	0,0271	<0,0001	<0,0001	<0,0001
Ljung-Box dla kwadratów reszt	0,9857	0,8005	<0,0001	<0,0001
ARCH LM	0,9653	0,06663	0,0208	0,0087
Dopasowanie rozkładów reszt	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001

Źródło: Opracowanie własne.

Godzinowe szeregi czasowe (danych oryginalnych i wygładzonych) opisano za pomocą modelu ARIMA(1,0,1)-APARCH(1,1) z symetrycznym rozkładem t-Studenta [Ding, Granger, Engle, 1993] (tabela IV.3). Parametry modeli są istotne. Różnice wartości oszacowanych parametrów dla oryginalnych i wygładzonych szeregów są niewielkie. Zastosowane modele wyeliminowały z reszt efekt niejednorodności wariancji. Podobnie jak dla danych dziennych dopasowanie modeli do danych empirycznych nie można uznać za dobre, pomimo że w sensie kryterium BIC modele te są najlepsze spośród modeli klasy ARIMA-GARCH. W świetle uzyskanych wyników nasuwa się więc wniosek, że do analizowanych szeregów czasowych z częstotliwością dzienną, jak również godzinową, na danych oryginalnych i wygładzonych modele klasy ARIMA-GARCH nie są dobrze dopasowane w badanym okresie. Do badanych danych warto zatem poszukać modeli innej klasy.

Tabela IV.3. Wyniki estymacji parametrów modeli AFRIMA(1,0,1)-APARCH(1,1)

Parametry	Dane oryginalne	Dane wygładzone
mu	28,8779	29,1034
ar1	0,9513	0,9516
ma1	0,3440	0,3432
omega	1,6422	1,3731
alpha1	0,5082	0,4254
beta1	0,2978	0,3063
gamma1	-0,5470	-0,6245
delta	0,8111	0,7006
shape	2,8708	3,0552
BIC	5,8076	5,7528
P-wartości testów		
Ljung-Box dla reszt	<0,0001	<0,0001
Ljung-Box dla kwadratów reszt	<0,0001	0,095356
ARCH LM	0,0506	0,0588
Dopasowanie rozkładów reszt	<0,0001	<0,0001

Źródło: Opracowanie własne.

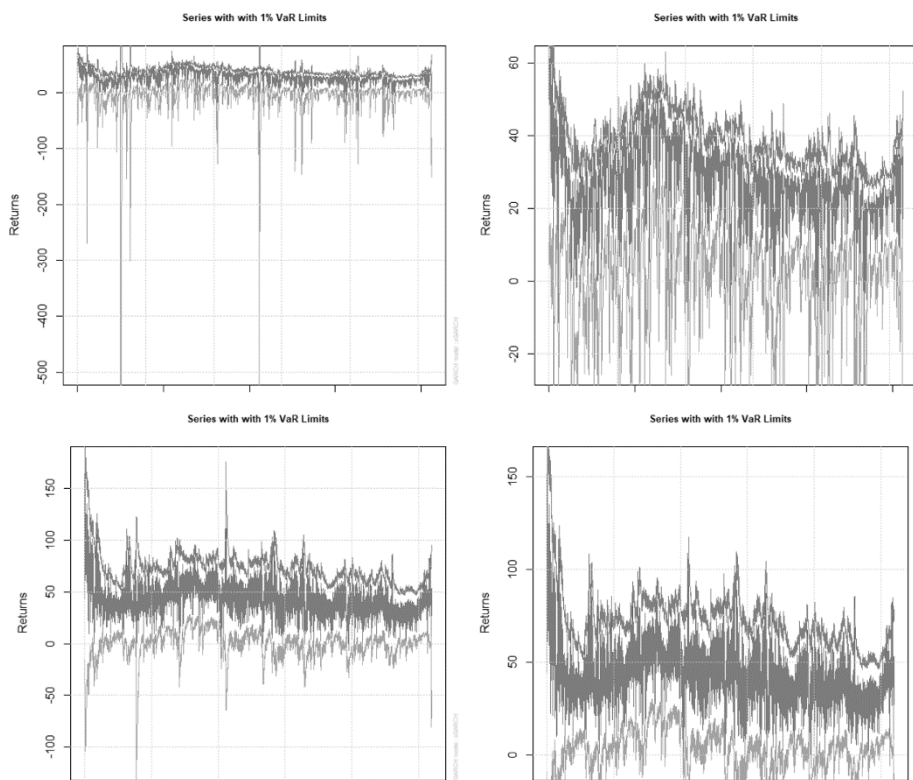
Następnie wykorzystując równanie (8), oszacowano wartości VaR oraz przeprowadzono weryfikację poprawności uzyskanych oszacowań. Dla szeregów notowanych z częstotliwością dzienną (godzina 3 i 9) zastosowano jednodniowy horyzont estymacji VaR, dla szeregów z częstotliwością godzinną VaR szacowane jest na kolejną godzinę doby. W tabeli IV.4 zamieszczono wyniki testów IND oraz POF dla $\alpha = 0,01$ i $0,05$.

Tabela IV.4. Ocena jakości estymacji *Value-at-Risk*

Właściwości	Dane oryginalne		Dane wygładzone	
α	0,01	0,05	0,01	0,05
Godzina 3				
Udział przekroczeń VaR	0,009	0,06	0,0095	0,061
LR _{POF} <i>p</i> -value	0,648	0,037	0,821	0,029
LR _{IND} <i>p</i> -value	0,765	0,045	0,385	0,058
Godzina 9				
Udział przekroczeń VaR	0,007	0,053	0,005	0,055
LR _{POF} <i>p</i> -value	0,154	0,477	0,013	0,312
LR _{IND} <i>p</i> -value	0,328	0,314	0,043	0,176
Szereg z częstotliwością godzinową				
Udział przekroczeń VaR	0,008	0,048	0,014	0,041
LR _{POF} <i>p</i> -value	0,51	0,770	0,231	0,178
LR _{IND} <i>p</i> -value	0,755	0,235	0,399	0,388

Źródło: Opracowanie własne.

Otrzymane wartości *p* dla statystyk POF oraz IND przemawiają za brakiem podstaw do odrzucenia hipotezy, że liczba przekroczeń VaR jest zgodna z oczekiwaną oraz że przekroczenia te są niezależne na poziomie istotności $0,01$. Dla szeregów cen notowanych nocą w godzinie 3 zarówno dla danych oryginalnych, jak i wygładzonych liczba przekroczeń jest większa niż oczekiwana dla poziomu $\alpha = 0,05$. Z kolei dla szeregu skorygowanych cen w godzinie 9 liczba przekroczeń jest mniejsza niż oczekiwana dla $\alpha = 0,01$. Wyniki estymacji VaR dla danych godzinowych są satysfakcjonujące zarówno w przypadku danych oryginalnych, jak i skorygowanych. Na rysunku IV.1 zaprezentowano oszacowane wartości VaR na podstawie równości (8) dla $\alpha = 0,01$ i $0,99$ dla cen oryginalnych i wygładzonych w godzinie 3 i 9.



Rysunek IV.1. Szeregi reszt modeli ARIMA-GARCH wraz z szeregami wartości VaR dla $\alpha = 0,01$ (dolny szereg) i $\alpha = 0,99$ (górny szereg) dla godziny 3 (pierwszy wiersz) i 9 (drugi wiersz) oszacowanych na danych oryginalnych (lewa kolumna) i wygładzonych (prawa kolumna)

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowanie

Podsumowując uzyskane wyniki analizy ryzyka wystąpienia nieoczekiwanych wartości cen na rynku dobowo-godzinny EEX, można powiedzieć, że modele ARIMA-GARCH nie w pełni odzwierciedlają kształtowanie się cen w ujęciu dobowym, jak też godzinowym zarówno na danych oryginalnych, jak i wygładzonych. Dla szeregów reprezentujących kontrakty godzinowe (godzinę 3 i 9) w sensie kryterium Schwarza niższe wartości straty otrzymano, stosując rozkład skośny t-Studenta, natomiast dla danych godzinowych symetryczny rozkład

t-Studenta. W kolejnych badaniach ryzyka na rynku EEX warto rozważyć inne modele zmienności.

Słabe dopasowanie modeli nie wpłynęło negatywnie na końcowe oszacowania wartości VaR badanych rzędów 0,01 oraz 0,05. W przypadku trzech analizowanych szeregów zarówno liczba przekroczeń oszacowanych za pomocą modeli autoregresyjnych VaR_{0,01} (VaR_{0,05}) dla danych oryginalnych, jak i wygładzonych jest zgodna z oczekiwaną i niezależna. Wygładzenie szeregów czasowych w niewielkim stopniu wpływa na przekroczenia oszacowanych miar ryzyka VaR 0,01 (VaR 0,05). Wygładzenie szeregów nie wyeliminowało z danych ujemnych wartości cen.

W związku z tym zarówno próba zastosowania procedury identyfikacji obserwacji nietypowych C. Chena oraz L.M. Liu [1993], jak i wygładzanie za pomocą procedury [Makridakis, Wheelwright, Hyndman, 1998] nie wpłynęły na wyniki estymacji VaR.

Literatura

- Alexander C. (2008), *Value at Risk and Other Risk Metrics* [w:] *Market Risk Analysis*, Vol. 4, *Value-at-Risk Models*, Wiley, s. 1-47.
- Blanco C. (1998), *Value at Risk for Energy: Is VaR Useful to Manage Energy Price Risk?*, Financial Engineering Associates.
- Bollerslev T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, "Journal of Econometrics", Vol. 31, s. 307-327.
- Charles A. (2004), *Outliers and Portfolio Optimization*, "Banque & Marchés", Vol. 72, s. 44-51.
- Chen C., Liu L.M. (1993), *Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effects in Time Series*, "Journal of the American Statistical Association", Vol. 88, s. 284-297.
- Christoffersen P. (1998), *Evaluating Interval Forecasts*, "International Economic Review", Vol. 39, s. 841-862.
- Cleveland R.B., Cleveland W.S., McRae J.E., Terpenning I.J. (1990), *STL: A Seasonal-trend Decomposition Procedure Based on Loess*, "Journal of Official Statistics", Vol. 6(1), s. 3-73.
- Derski B. (2018), *Historyczny rekord. Niemcy pokryły 100 proc. swojego zapotrzebowania OZE*, Forsal, 5 maja, <https://forsal.pl/artykuly/1121168,historyczny-rekord-niemcy-pokryly-100-proc-swojego-zapotrzebowania-oze.html> (dostęp: 5.05.2018).
- Ding Z., Granger C.W.J., Engle R.F. (1993), *A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model*, "Journal of Empirical Finance", Vol. 1(1), s. 83-106.

- Engle R.F. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, "Econometrica", Vol. 50(4), s. 987-1007.
- Fiszeder P. (2009), *Modele klasy GARCH w empirycznych badaniach finansowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Ganczarek-Gamrot A. (2016), *Obserwacje odstające na rynku energii elektrycznej*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach. Informatyka i Ekonometria”, nr 288(5), s. 7-20.
- Heilpern S.A. (2011), *Aggregate Dependent Risks – Risk Measure Calculation*, "Mathematical Economics", Vol. 7(14), s. 108-122.
- Jajuga K. (2000), *Ryzyko w finansach. Ujęcie statystyczne. Współczesne problemy badań statystycznych i ekonometrycznych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Kosiorowski D. (2012), *Wstęp do statystyki odpornej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Kupiec P. (1995), *Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models*, "Journal of Derivatives", Vol. 2, s. 173-184.
- Makridakis S., Wheelwright S.C., Hyndman R.J. (1998), *Forecasting Methods and Applications*, John Wiley & Sons.
- Maronna R.A., Martin R.D., Yohai V.J. (2006), *Robust Statistics – Theory and Methods*, John Wiley & Sons, Chichester.
- Od wczoraj ceny energii w Polsce mogą być ujemne* (2019), Gram w Zielone, 2 stycznia, <https://www.gramwzielone.pl/trendy/33829/od-wczoraj-ceny-energii-w-polsce-moga-byc-ujemne> (dostęp: 2.01.2019).
- Piontek K. (2007), *Przegląd i porównanie metod oceny modeli VaR* [w:] P. Chrzan (red.), *Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice, s. 113-124.
- Trzpiot G., Majewska J. (2016), *Odporne metody statystyczne z programem R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- Weron A., Weron R. (2000), *Gielda Energii. Strategie zarządzania ryzykiem*, Wydawnictwo CIRE, Wrocław.



Czynniki ryzyka dla notowań złota i srebra

Dominik Krężolek¹

Wprowadzenie

Analiza procesów ekonomicznych wymaga właściwego rozpoznania systemu gospodarczego, w zakresie którego procesy te występują. Wszelkie rozważania na temat możliwości modelowania zjawisk rynkowych należy rozumieć w kontekście funkcjonowania rynku. Niejednokrotnie wspomina się o rynku efektywnym, czyli takim, na którym w dowolnym momencie ceny funkcjonujących na nim aktywów odzwierciedlają pełną dostępną informację na ich temat. Zagadnieniem tym zajmował się m.in. E.F. Fama [1970], który wprowadził podział na hipotezy słabej, umiarkowanej oraz silnej efektywności rynku. Zgodnie z jego poglądami hipoteza słabej efektywności rynku zakłada, że obecnie realizowane ceny są odwzorowaniem danych historycznych, a dodatkowo nie jest możliwe prognozowanie ich przyszłego poziomu na podstawie danych z przeszłości. W przypadku hipotezy umiarkowanej efektywności rynku obecna cena aktywów odzwierciedla wszelką publiczną informację dostępną na ich temat, włączając w to dane historyczne, raporty czy też dostępne prognozy gospodarcze. Ostatnia ze wspomnianych, czyli hipoteza silnej efektywności rynku, zakłada występowanie pełnej publicznej i niepublicznej informacji na temat aktywów rynkowych, która to informacja jest oficjalnie dostępna dla każdego uczestnika rynku. Reasumując, efektywność rynku odnosi się w głównej mierze do możliwości prognozowania cen aktywów, a co za tym idzie, do możliwości osiągnięcia ponadprzeciętnych zysków. Przesłanki wskazujące na istnienie rynku efektywnego to m.in. pełny dostęp do bezpłatnej informacji dla wszystkich uczestników rynku, nieograniczona liczba uczestników, brak kosztów transakcji, jednakowy horyzont inwestycyjny czy też brak możliwości osiągnięcia ponadprzeciętnych zysków. Biorąc zatem pod uwagę współczesne gospodarki, można stwierdzić, że rynek efektywny jest pojęciem czysto abstrakcyjnym.

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Kolegium Informatyki i Komunikacji, Katedra Demografii i Statystyki Ekonomicznej, dominik.krezolek@ue.katowice.pl.

W pracy wysunięto hipotezę, że istnieją ukryte czynniki rynkowe, które w istotny sposób determinują poziom stóp zwrotu cen złota i srebra. Zweryfikowano ponadto sąd, że srebro, ze względu na wysoki stopień zmienności, cechuje się wyższym poziomem ryzyka niż złoto. Czynniki rynkowe są bezpośrednio lub pośrednio powiązane z rynkiem metali. Jedną z ważnych własności towarów, różnicujących je od innych aktywów rynkowych (w tym akcji, obligacji, jednostek udziałowych w funduszach inwestycyjnych itd.), jest ograniczoność zasobów. Wielkość produkcji posiada swoje górne ograniczenie. Jest to czynnik niezwykle ważny, ponieważ warunkuje kontrakty terminowe na fizyczną dostawę tych kruszców. Wśród czynników wpływających na poziom cen i stóp zwrotu złota i srebra wymienia się [Borowski, 2016]:

- kursy walutowe,
- stopy procentowe i czynnik inflacji,
- wzrost dochodów ludności i poprawę sytuacji ekonomicznej gospodarstw domowych,
- niepewność rynków finansowych,
- sytuację polityczną,
- zmienność cen surowców strategicznych (ropa naftowa, gaz ziemny),
- popyt i podaż.

Wymienione czynniki mają istotny wpływ na poziom cen i stóp zwrotu analizowanych metali. Wszystkie są nieprzewidywalne, więc generują ryzyko związane z różnokierunkowymi zmianami poziomów cenowych. Oczywiście jest, że zbiór czynników determinujących poziom cen i stóp zwrotu złota i srebra jest znacznie większy, jednak z punktu widzenia działalności inwestycyjnej powyższe wymieniane są najczęściej. Istnieją ponadto również przesłanki ekonomiczne, które wskazują na pewne rozróżnienie pomiędzy cenami a stopami zwrotu złota i srebra. Podczas gdy oba metale są szeroko stosowane w procesach przemysłowych, istnieją znaczne różnice pomiędzy tymi zastosowaniami. Srebro jest niezwykle odblaskowe, dobrze przewodzi prąd elektryczny i ma szerokie zastosowanie w optyce i fotografii. Zastosowania przemysłowe złota są rzadsze, przy czym większość popytu pochodzi głównie z rynku jubilerskiego i dentystycznego, a także jest stymulowane przez popyt na rezerwy Banku Centralnego (tzw. złoto sektora publicznego).

2.1. Przegląd literatury

Z historycznego punktu widzenia złoto i srebro są wzajemnie bliskimi substitutami, a jako metale szlachetne mogą być wymiennie używane do zabezpie-

czania pozycji finansowych lub też mogą być używane jako waluta. Istnieją dowody na to, że metale te mogą odgrywać istotną rolę w dywersyfikacji ryzyka, a także być atrakcyjną inwestycją samą w sobie. Można się więc zakładać, że zarówno ceny, jak i stopy mają podobną dynamikę.

V. Alptekin [2010] przeanalizował relację pomiędzy cenami złota a kondycją gospodarki światowej za pomocą wybranych indeksów giełdowych. Badania wykazały, że wzrosty i spadki cen złota są wskaźnikiem niestabilności rynku jako całości. Badanie empiryczne przeprowadzono przy zastosowaniu modeli GARCH, wykazując istotną zmienność pomiędzy cenami złota a zmiennością rynku. B. Adrangi, A. Chathrat i K. Rarrie [2003] badali relację stóp zwrotu cen złota i srebra z tempem wzrostu produkcji przemysłowej w USA. Badanie wykazało słabą korelację, a dodatkowo negatywną, długookresową korelację pomiędzy cenami tych metali a tempem wzrostu produkcji przemysłowej. Przyczyny upatrują w dążeniu do wyboru najbardziej korzystnej formy inwestycji w warunkach zróżnicowanej koniunktury gospodarczej. J.A. Frankel [2006] oraz N. Apergis, C. Christou i J.E. Payne [2014] badali wpływ czynników makroekonomicznych, m.in. stóp procentowych w USA, na kształtowanie się cen surowców (w tym złota i srebra). Stwierdzili oni, że wysoki poziom stóp procentowych w USA wpływa na zmniejszenie popytu na złoto i srebro, a jednocześnie napędza podaż. Stąd też ceny złota i srebra są niższe. I. Figuerola-Ferretti i J. Gonzalo [2010] badali kointegrację cen złota i srebra. Wykazali oni, że ceny tych dwóch metali są skointegrowane, jednakże tylko w warunkach deprecjacji kursu dolara i istotnie wysokiej zmienności rynku. Z ich badań wynika, że w przypadku słabej zmienności i aprecjacji amerykańskiej waluty złoto i srebro nie mogą być wykorzystywane jako instrumenty hedgingowe przed tymi samymi rodzajami ryzyka.

Relacja pomiędzy cenami złota i srebra została zbadana przez zespoły C.M. Conover i in. [2009] oraz P. Draper, R.W. Faff i D. Hillier [2010]. Pokazali oni, że ceny metali są zazwyczaj ujemnie skorelowane z kursami walut i aktywami rynku finansowego. Na polskim rynku problem inwestycji w metale zbadła U. Gierałtowska [2012] i wskazała na potrzebę dywersyfikacji portfela finansowego o aktywa rynków alternatywnych. A. Kasprzak-Czelej [2018] weryfikowała hipotezę, że metale szlachetne są klasą aktywów alternatywnych. Hipoteza ta została przebadana dla inwestorów inwestujących swoje środki w PLN, jednak ostatecznie nie została potwierdzona. W badaniach [Krężolek, 2017a; Krężolek, Trzpiot, 2017] przeprowadzono ocenę ryzyka inwestycyjnego na rynku metali przy użyciu miar ryzyka ilościowego. Zauważono istotne różnice w ocenach wyznaczanych przez klasę miar ryzyka. Wskazano również, że uzasadnione jest wykorzystanie rodziny gruboogonowych rozkładów teoretycznych w szacowaniu ryzyka ekstremalnego.

2.2. Ryzyko i jego pomiar

Mechanizmy sterujące gospodarką, zarówno te główne, jak i zakłócające, są źródłem niepewności, czyli niewiedzy dotyczącej kształtowania się analizowanych procesów w przyszłości. Niepewność wynika bezpośrednio ze zmienności wartości aktywów w czasie oraz z braku wiedzy na temat zbioru czynników sprawczych dla tej zmienności. Zmienność oraz niepewność generują ryzyko, które można określić jako rozbieżność pomiędzy obecną a przyszłą wartością analizowanych aktywów. Wynika stąd, że ryzyko (jako różnica) może zostać wyrażone liczbowo. W teorii podejmowania decyzji ryzyko powiązane jest bezpośrednio z posiadaną informacją. Decyzje można podejmować w warunkach pewności (gdy decyzja pociąga za sobą określone konsekwencje, które dla decydenta są znane), ryzyka (podejmowana decyzja pociąga za sobą więcej niż jedną konsekwencję, a dodatkowo zbiór konsekwencji oraz prawdopodobieństwo ich wystąpienia są dla decydenta znane) oraz niepewności (gdy decydent nie zna prawdopodobieństwa dla konsekwencji podjętej decyzji). Z przytoczonej definicji wynika, że ryzyko powiązane jest bezpośrednio z rozkładem prawdopodobieństwa dla możliwego zbioru konsekwencji [Ronka-Chmielowiec, 2003]. Z punktu widzenia oceny wielkości ryzyka niezwykle ważne jest wskazanie, jak duży zysk lub jak duża strata mogą być dla uczestnika rynku istotne. W literaturze można wskazać pewien specyficzny rodzaj ryzyka, który niewątpliwie powinien być brany pod uwagę. Mowa tu o tzw. ryzyku ekstremalnym, które oznacza wystąpienie zdarzenia ryzykownego z bardzo małym prawdopodobieństwem, lecz o istotnie znaczących konsekwencjach [Jajuga, 2008].

W badaniach teoretyków oraz praktyków zajmujących się pomiarem ryzyka wykorzystywanych jest wiele mierników jego poziomu. Jedną z najpopularniejszych miar stanowi wartość zagrożona definiowana jako odpowiedni kwantyl rozkładu stopy zwrotu i wskazująca liczbowo wielkość potencjalnej straty, jaka może wynikać z różnicy pomiędzy obecną a przyszłą wartością aktywów rynkowego w zadanym horyzoncie czasowym i przy ustalonym poziomie tolerancji $1 - \alpha$. Dla zmiennej losowej X wyrażającej stratę formalny zapis jest następujący:

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \inf\{x | F_X(x) \geq \alpha\} = F_X^{-1}(\alpha). \quad (1)$$

Miara VaR jest intuicyjna w interpretacji, stąd jej popularność zastosowania. Niemniej jednak posiada ona pewną wadę, a mianowicie nie spełnia aksjomatu subaddytywności miary koherentnej [Artzner i in., 1999], co oznacza, że nie powinna być wykorzystywana przy ocenie ryzyka dla portfela aktywów ryn-

kowych. Alternatywą dla miary wartości zagrożonej są oczekiwana wartość zagrożona w sensie wartości oczekiwanej (*Expected Shortfall* lub warunkowa wartość zagrożona) oraz oczekiwana wartość zagrożona w sensie mediany (*Median Shortfall*) wyrażone za pomocą następujących wzorów:

$$ES_{\alpha}(X) = CVaR_{\alpha}(X) = E[X|X > VaR_{\alpha}(X)], \quad (2)$$

$$MS_{\alpha}(X) = Median[X|X > VaR_{\alpha}(X)]. \quad (3)$$

Zarówno *Expected Shortfall*, jak i *Median Shortfall* spełniają własność miary koherentnej, posiadając tym samym równie intuicyjną interpretację. Wśród innych miar wykorzystywanych do oceny ryzyka ekstremalnego można wskazać także wskaźnik Racheva oraz miarę GlueVaR. Wskaźnik Racheva jest ilorazem oczekiwanego zysku do oczekiwanej straty przy zadanym poziomie VaR jednocześnie w obszarze zysków (prawy ogon rozkładu) oraz w obszarze strat (lewy ogon rozkładu). Zakładając, że stopa zwrotu wolna od ryzyka wynosi zero, wskaźnik Racheva wyrażony jest wzorem [Rachev i in., 2004]:

$$R_{\alpha_1, \alpha_2}(X) = \frac{E[|X||X \geq -VaR_{\alpha_1}(-X)]}{E[|X||X \leq VaR_{\alpha_2}(X)]} = \frac{CVaR_{\alpha_1}(-X)}{CVaR_{\alpha_2}(X)}, \quad (4)$$

gdzie α_1 oraz α_2 oznaczają odpowiednio poziomy istotności dla zmiennej losowej X wyrażającej stratę.

Ciekawą własnością wskaźnika Racheva jest możliwość oceny asymetrii ogonów rozkładu. Z kolei miara GlueVaR jako koherentna miara ryzyka została zaproponowana przez J. Belles-Sampera, M. Giullén i M. Santolino [2014] jako miara uwzględniająca stosunek uczestnika rynku do hipotetycznego zdarzenia ryzykownego. GlueVaR jest kombinacją liniową wartości zagrożonej VaR oraz warunkowej wartości zagrożonej CVaR. Zakładając pełną koherentność miary GlueVaR, wyeliminowano składnik odpowiedzialny za wartość VaR, otrzymując ostatecznie wzór:

$$mGlueVaR_{\beta, \alpha}^{\omega_1, \omega_2}(X) = \omega_1 CVaR_{\beta}(X) + \omega_2 CVaR_{\alpha}(X), \quad (5)$$

gdzie α, β oznaczają odpowiednio poziomy istotności spełniające warunek $0 < \alpha \leq \beta < 1$, natomiast ω_1, ω_2 to wagi, jakie decydent nadaje subiektywnej istotności realizacji zdarzeń ryzykownych.

Miara mGlueVaR informuje o oczekiwanym poziomie wartości straty dla dwóch zdarzeń ryzykownych przy dodatkowym założeniu istotności danego zdarzenia dla uczestnika rynku. Istotność rozumiana jest tu w kontekście rangi konsekwencji, jakie niesie ze sobą wystąpienie zdarzenia ryzykownego.

Analiza empiryczna na rynku złota i srebra

Rynek metali szlachetnych jest obecnie bardzo atrakcyjnym obszarem inwestycyjnym, przede wszystkim w sytuacji wzrastającej niepewności na rynku finansowym. Jest to pewna nieklasyczna forma inwestowania, alternatywna do tradycyjnych form obserwowanych na rynku finansowym [Dębski, 2006]. Analizując problematykę złota i srebra, zaobserwowano, że większość publikacji naukowych dotyczy ich zastosowania w przemyśle czy medycynie. Niewiele jest prac opisujących rynek metali szlachetnych z inwestycyjnego punktu widzenia.

Zagadnienie pomiaru ryzyka dotyczy w zasadzie każdego obszaru aktywności człowieka. W prezentowanej pracy skupiono się na analizie ryzyka zmienności stóp zwrotu złota i srebra, a wybór podyktowany jest ich charakterem z punktu widzenia uczestnika rynku metali. Złoto jest kruszcem, którego historia sięga czasów starożytnych. Jest symbolem władzy, bogactwa i stabilności ekonomicznej. Złoto ma bardzo szerokie zastosowanie praktyczne, jest wykorzystywane w przemyśle, elektronice, stomatologii, medycynie czy też w kosmetyce, a nawet gastronomii. Z punktu widzenia inwestycyjnego stanowi przedmiot zawierania transakcji na rynku towarowym (przede wszystkim kontrakty terminowe), na rynku kapitałowym to komponent różnorodnych produktów strukturalnych, funduszy inwestycyjnych typu ETF (*Exchange-Traded Fund*). Ponadto jest bardzo szeroko wykorzystywany w jubilerstwie jako metal szlachetny. Postrzeganie złota przez człowieka jest także bardzo charakterystyczne – określane jest jako tzw. bezpieczna przystań, co oznacza, że w sytuacji niepewności ekonomicznej posiadanie złota kojarzy się ze stabilnością finansową, możliwością zabezpieczenia w sytuacji kryzysów gospodarczych. Z analitycznego punktu widzenia obserwuje się przeciwną korelację pomiędzy indeksami giełdowymi i indeksami walut a ceną złota. Spadki na rynkach kapitałowych mają swoje odzwierciedlenie we wzroście cen złota. Z kolei srebro, podobnie jak złoto, wykorzystywane jest w przemyśle, dodatkowo znajduje zastosowanie w jubilerstwie, elektronice, fotografii oraz w medycynie. Srebro jest produktem ubocznym przy produkcji miedzi, w związku z tym właściwości chemiczne obu tych metali są zbliżone.

Analizę empiryczną przeprowadzono na podstawie dziennych logarytmicznych stóp zwrot cen złota i srebra oraz wybranych wskaźników giełdowych (indeksów, par walutowych) notowanych w okresie styczeń 2010 r. – grudzień 2017 r. Dane pochodzą z London Metal Exchange oraz giełd należących do CME Group. Celem zdiagnozowania ukrytej struktury czynnikowej w zakresie wskaźników giełdowych zastosowano analizę czynnikową, gdzie jako metodę wyodrębniania czynników wykorzystano analizę głównych składowych. Anali-

zie poddano macierz korelacji pomiędzy logarytmicznymi stopami zwrotu dla zmiennych objaśniających, natomiast zasadność zastosowania analizy czynnikowej zweryfikowano współczynnikiem adekwatności doboru próby Kaisera–Mayera–Olkina (KMO) oraz testem sferyczności Bartletta. Współczynnik KMO sprawdza stopień adekwatności całego zbioru danych wejściowych, bazując na kwadratach współczynników korelacji cząstkowej. Im wyższą wartość przyjmuje, tym większej można spodziewać się redukcji wejściowego zbioru danych. Zakłada się odpowiednią adekwatność próby, gdy KMO przekracza wartość 0,5 [Panek, Zwierzchowski, 2013]. Z kolei test sferyczności Bartletta weryfikuje hipotezę, że macierz korelacji pomiędzy zmiennymi wejściowymi jest jednostkowa. Do jej weryfikacji wykorzystuje się statystykę chi-kwadrat. Odrzucenie hipotezy oznacza występowanie ukrytej struktury czynnikowej w zakresie analizowanego zbioru zmiennych wejściowych. W celu interpretacji uzyskanych czynników zastosowano rotację ortogonalną osi czynnikowych Varimax [Panek, Zwierzchowski, 2013]. W części związanej z analizą i pomiarem ryzyka wykorzystano miary zaprezentowane wzorami (1)–(5). Dodatkowo do oszacowania tych miar wykorzystano dwa rozkłady teoretyczne: normalny oraz t-Studenta. Miary oszacowano dla kwantyli na poziomie 1% oraz 5%. Wszystkie obliczenia wykonano przy wykorzystaniu oprogramowania STATISTICA, SPSS oraz RStudio.

W tabeli IV.5 przedstawiono szczegółowy opis zmiennych objaśniających, które z dużym prawdopodobieństwem mogą determinować zmienność stóp zwrotu analizowanych metali, natomiast w tabeli IV.6 zaprezentowano statystyki opisowe dla tych zmiennych.

Tabela IV.5. Zbiór zmiennych objaśniających

DXY	Indeks dolara
LMEX	London Metal Exchange Index
MSCIWMMI	MSCI World Metals and Mining Index
DJUSTMBMI	Dow Jones US Total Market Basic Materials Index
MSCIWII	MSCI World Industrials Index
MSCIWREI	MSCI World Real Estate Index
BVP	Bovespa Index – Brazylia
CAC40	CAC 40 Index – Francja
DAX	DAX Index – Niemcy
DJC	Dow Jones Composite – USA
DJI	Dow Jones Industrial – USA
DJT	Dow Jones Transportation – USA
FTSE250	Financial Times Stock Exchange 250 – Wielka Brytania
FTSE100	Financial Times Stock Exchange 100 – Wielka Brytania
NDQ	Nasdaq Composite – USA
NDX	Nasdaq 100 – USA
NKX	Nikkei 225 – Japonia

cd. tabeli IV.5

SPX	S&P 500 – USA
AUD/USD	Dolar australijski do dolara amerykańskiego
EUR/USD	Euro do dolara amerykańskiego
GBP/USD	Funt brytyjski do dolara amerykańskiego
USD/CAD	Dolar amerykański do dolara kanadyjskiego
USD/CHF	Dolar amerykański do franka szwajcarskiego
USD/JPY	Dolar amerykański do jena japońskiego

Źródło: Opracowanie własne.

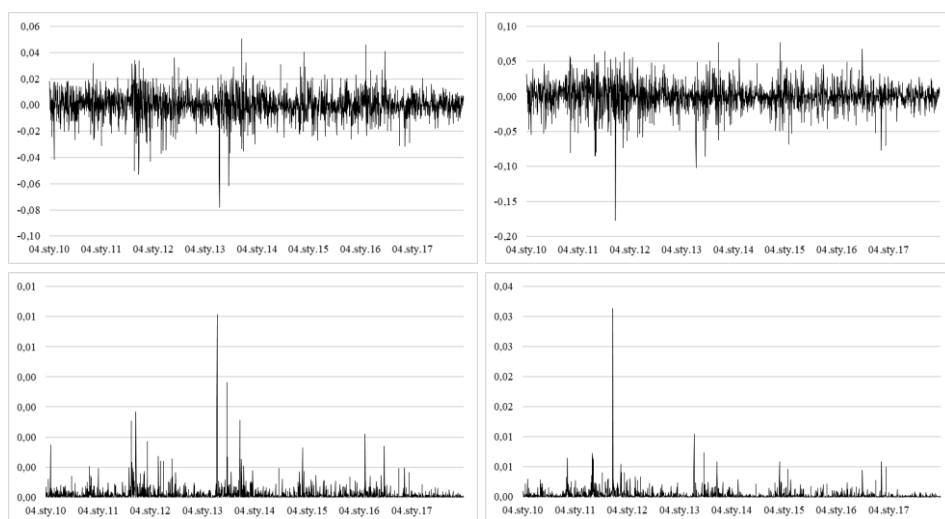
Tabela IV.6. Statystyki opisowe dla zmiennych objaśniających

	Minimum	Maksimum	Rozstęp	Średnia	Odchylenie standardowe	Współczynnik zmienności	Skośność	Kurtoza
Złoto	-0,078001	0,050664	0,128665	0,000082	0,010081	122,48	-0,560	4,861
Srebro	-0,176996	0,076774	0,253770	0,000001	0,018491	15345,17	-0,837	6,788
DXY	-0,024008	0,020310	0,044318	0,000081	0,004646	57,59	0,053	1,474
LMEX	-0,085271	0,057172	0,142443	0,000002	0,012496	5771,32	-0,341	3,230
MSCIWMMI	-0,091129	0,083667	0,174797	-0,000197	0,015470	-78,47	-0,116	2,384
DJUSTMBMI	-0,085910	0,066789	0,152699	0,000260	0,013097	50,44	-0,373	4,192
MSCIWI	-0,054529	0,048884	0,103413	0,000352	0,009086	25,84	-0,446	4,470
MSCIWREI	-0,058125	0,042397	0,100521	0,000224	0,008155	36,34	-0,501	4,548
BVP	-0,092110	0,063858	0,155968	0,000092	0,014193	154,14	-0,130	1,990
CAC40	-0,083844	0,092208	0,176052	0,000147	0,012821	87,00	-0,151	4,081
DAX	-0,070673	0,062752	0,133424	0,000359	0,012404	34,51	-0,218	2,819
DJC	-0,061830	0,041208	0,103038	0,000397	0,008844	22,25	-0,491	4,151
DJI	-0,057061	0,041533	0,098594	0,000412	0,008733	21,20	-0,516	4,367
DJT	-0,072923	0,053830	0,126754	0,000448	0,012299	27,45	-0,404	2,530
FTSE250	-0,074565	0,052622	0,127187	0,000348	0,009327	26,79	-0,730	5,992
FTSE100	-0,047795	0,050322	0,098117	0,000129	0,009611	74,44	-0,166	2,491
NDQ	-0,071489	0,051592	0,123081	0,000555	0,010538	18,98	-0,492	3,682
NDX	-0,063053	0,049374	0,112427	0,000623	0,010547	16,93	-0,402	3,169
NKX	-0,111534	0,074262	0,185796	0,000360	0,013472	37,45	-0,568	5,561
SPX	-0,068958	0,046317	0,115276	0,000423	0,009309	22,03	-0,520	4,917
AUDUSD	-0,044639	0,033480	0,078119	-0,000062	0,006929	-111,44	-0,237	2,288
EURUSD	-0,029480	0,029618	0,059098	-0,000081	0,005888	-72,45	-0,064	1,637
GBPUSD	-0,095050	0,031300	0,126351	-0,000067	0,005673	-84,32	-2,276	38,380
USDCAD	-0,019343	0,027630	0,046973	0,000086	0,005179	60,46	0,205	1,616
USDCHE	-0,170219	0,090795	0,261014	-0,000033	0,007368	-225,56	-5,048	148,561
USDJPY	-0,041355	0,034721	0,076076	0,000089	0,006078	67,92	-0,152	4,644

Źródło: Opracowanie własne.

Wśród analizowanych zmiennych najwyższy przeciętny poziom zaobserwowano dla stóp zwrotu indeksu dolara (DXY), najniższy natomiast dla indeksu NDX. Największe zróżnicowanie mierzone współczynnikiem zmienności wykazywały stopy zwrotu dla srebra, natomiast najniższe – indeks NDX. Rozkłady stóp zwrotu są lewostronnie asymetryczne, wykazując przy tym znaczny stopień kurtozy. Testy zgodności Kołmogorowa–Smirnowa oraz Shapiro–Wilka odrzu-

ciły hipotezę o zbieżności empirycznych rozkładów z rozkładem normalnym. Na rysunku IV.2 przedstawiono przebieg szeregu czasowego dla stóp zwrotu oraz kwadratów stóp zwrotu złota i srebra. Widać wyraźnie zjawisko grupowania się wariancji oraz występowanie obserwacji odstających świadczących o obecności grubych ogonów w empirycznych rozkładach analizowanych zmiennych.



Rysunek IV.2. Empiryczne szeregi czasowe stóp zwrotu (górny) i kwadratów stóp zwrotu (dolny) dla notowań złota (lewy) oraz srebra (prawy)

Źródło: Opracowanie własne.

Celem specyfikacji czynników ryzyka na podstawie zaproponowanych zmiennych objaśniających zastosowano analizę czynnikową. Jako metodę wyodrębniania czynników wybrano metodę głównych składowych z dodatkowym założeniem dotyczącym wartości własnych przekraczających poziom 1. Wybór metody wyodrębniania czynników wynika z niespełnienia założenia normalności rozkładu analizowanych zmiennych obserwowalnych. Test adekwatności doboru próby Kaisera–Mayera–Olkina na poziomie 0,787 oraz test sferyczności Bartletta na poziomie 34403,8 ($df = 276$, $p\text{-value} = 0,000$) wykazują na duże prawdopodobieństwo występowania ukrytej struktury czynnikowej pomiędzy zmiennymi, co uzasadnia zastosowanie analizy czynnikowej. W wyniku przeprowadzonej analizy otrzymano cztery czynniki, które łącznie tłumaczą ok. 52,87% zmienności oryginalnego zbioru danych. Dokonano zatem redukcji zbioru 24-wymiarowego do zbioru 4-wymiarowego. Interpretacji uzyskanych czynników dokonano po zastosowaniu rotacji ortogonalnej Varimax. Strukturę czynnikową zaprezentowano w tabeli IV.7.

Tabela IV.7. Struktura czynnikowa zmiennych objaśniających

	Czynnik	Czynnik			
		1	2	3	4
SPX	Amerykańskie indeksy finansowe – F ₁	0,984	.	.	.
DJC		0,977	.	.	.
DJI		0,962	.	.	.
NDX		0,925	.	.	.
DJT		0,911	.	.	.
NDQ		0,629	.	.	.
MSCIWI	Amerykańskie indeksy przemysłowe – F ₂	.	0,911	.	.
MSCIWM		.	0,866	.	.
DJUSBMI		.	0,847	.	.
MSCIWREI		.	0,818	.	.
LMEX		.	0,705	.	.
DX		.	-0,504	.	.
USDCAD	Pary walutowe – F ₃	.	.	-0,692	.
EURUSD		.	.	0,674	.
AUDUSD		.	.	0,667	.
GBPUSD		.	.	0,618	.
USDCHE		.	.	-0,559	.
FTSE250	Brytyjskie indeksy finansowe – F ₄	.	.	.	0,937
FTSE100		.	.	.	0,935

(.) bezwzględna wartość ładunku czynnikowego poniżej 0,5.

Źródło: Opracowanie własne.

Komentując wyniki zamieszczone w tabeli IV.7, można wyróżnić cztery czynniki, determinowane najwyższą wartością ładunków czynnikowych pomiędzy nimi a zmiennymi obserwowalnymi. Pierwszy czynnik F₁ tworzą w największym stopniu amerykańskie indeksy finansowe. Największą korelację zaobserwowano dla indeksu S&P500 oraz Dow Jones Composite. Drugi czynnik F₂ tworzą amerykańskie indeksy przemysłowe oraz indeks dolara. Ten drugi wykazuje przeciwną korelację z czynnikiem, co jest zjawiskiem naturalnym (występuje przeciwna korelacja pomiędzy stopami zwrotu towarów a indeksem dolara). Trzeci ukryty czynnik F₃ tworzą pary walutowe. Zaobserwowano, że pary dolara amerykańskiego z dolarem kanadyjskim i frankiem szwajcarskim wykazują umiarkowanie silną i silną, ale ujemną korelację z wykrytym czynnikiem. Ostatnim z czynników F₄ jest ten, który powiązany jest z finansowym rynkiem Wielkiej Brytanii. Tworzą go w głównej mierze dwa indeksy FTSE2500 oraz FTSE100. Konkludując, uzyskane czynniki zaprezentowano w tabeli IV.7.

Analiza czynnikowa umożliwiła rozpoznanie nieobserwowalnej struktury w obrębie zmiennych objaśniających. Odkryte cztery czynniki wykorzystano następnie do budowy regresyjnego modelu czynnikowego, który można przedstawić w następujący sposób [Ross, 1976; Tarczyński, 1997]:

$$r_i = \beta_0 + \beta_1 F_{i1} + \beta_2 F_{i2} + \dots + \beta_k F_{ik} + \varepsilon_i, \quad (6)$$

gdzie zmienna r reprezentuje stopę zwrotu w i -tym okresie ($i = 1, 2, \dots, t$), F_k określa k -ty czynnik, natomiast ε_i jest realizacją składnika losowego. Parametry tak określonego modelu, gdzie zmienną objaśnianą jest stopa zwrotu złota oraz srebra, natomiast zmiennymi objaśniającymi są otrzymane cztery czynniki, oszacowano metodą najmniejszych kwadratów. Zastosowanie jako zmiennych objaśniających czynników uzyskanych w analizie czynnikowej eliminuje zagrożenie współliniowości, gdyż otrzymane czynniki są względem siebie ortogonalne, zatem nie wykazują żadnej korelacji. Wyniki estymacji parametrów modeli stóp zwrotu złota oraz srebra zaprezentowano w tabeli IV.8. Oszacowań dokonano metodą krokową dla metody najmniejszych kwadratów.

Tabela IV.8. Oszacowania parametrów czynnikowych modeli regresji

Model		Współczynniki niestandardyzowane		Współczynniki standaryzowane	Statystyka Walda	
		B	Błąd standardowy	Beta	t	Istotność
Złoto	(Stała)	0,000082	0,000212	–	0,388	0,698
	F_2	0,002818	0,000212	0,279488	13,285	<0,001
Srebro	(Stała)	0,000001	0,000366	–	0,003	0,997
	F_2	0,007939	0,000366	0,429336	21,696	<0,001

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku modelu regresyjnego dla złota czynnikiem statystycznie istotnie wpływającym na poziom stopy zwrotu jest czynnik związany z amerykańskimi indeksami przemysłowymi oraz indeksem dolara (F_2). Współczynnik korelacji wielorakiej (0,279) świadczy o słabym wpływie czynnika na poziom stopy zwrotu, jednakże istotnym. Przeprowadzono także ocenę autokorelacji składnika losowego przy wykorzystaniu testu Durбина–Watsona, który weryfikuje hipotezę głoszącą, że składniki losowe są wzajemnie niezależne [Kufel, 2011]. Wartość statystyki testującej pierwszy rząd autokorelacji ($DW = 2,023$, $p\text{-value} = 0,699$) wskazuje na nieistotną autokorelację ujemną. Wartości czynnika stymulują wartości stopy zwrotu złota, co oznacza, że wraz ze wzrostem wartości czynnika przemysłowego F_2 wartości stopy zwrotu zwiększają się. Podobne wnioski wyciągnięto w przypadku stóp zwrotu srebra. Wartość współczynnika korelacji wielorakiej (0,429) wskazują na umiarkowanie silny wpływ czynnika przemysłowego F_2 , przy czym ten wpływ jest silniejszy niż w przypadku stopy zwrotu złota. Statystyka Durбина–Watsona ($DW = 2,042$, $p\text{-value} = 0,833$) także wskazuje na ujemną, nieistotną autokorelację rzędu pierwszego. Można zatem powiedzieć, że w przypadku stóp zwrotu złota oraz srebra najbardziej istotnym

czynnikiem determinującym ich poziom jest czynnik związany z amerykańskimi indeksami przemysłowymi oraz indeksem dolara (F_2).

W dalszej części pracy dokonano oceny ryzyka dla realizacji stóp zwrotu przy zastosowaniu miar określonych wzorami (1)-(5). Jako rozkłady teoretyczne zaproponowano rozkład normalny oraz rozkład t-Studenta. Obliczenia przeprowadzono dla kwantyli rzędu 0,01 oraz 0,05. Wyniki estymacji miar ryzyka przedstawiono w tabeli IV.9.

Tabela IV.9. Miary ryzyka *Value-at-Risk*, *Expected Shortfall* oraz *Median Shortfall*

Miara ryzyka	Rozkład empiryczny		Rozkład normalny		Rozkład t-Studenta	
VaR	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro
0,01	-0,0287	-0,0534	-0,0230	-0,0423	-0,0251	-0,0502
0,05	-0,0158	-0,0284	-0,0162	-0,0299	-0,0161	-0,0287
ES	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro
0,01	-0,0397	-0,0762	-0,0264	-0,0484	-0,0311	-0,0622
0,05	-0,0242	-0,0459	-0,0204	-0,0375	-0,0227	-0,0403
MS	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro	Złoto	Srebro
0,01	-0,0346	-0,0723	-0,0227	-0,0447	-0,0318	-0,0612
0,05	-0,0213	-0,0394	-0,0192	-0,0338	-0,0207	-0,0361

Źródło: Opracowanie własne.

Wyniki zaprezentowane w tabeli IV.9 pokazują, że rozkład t-Studenta, jako gruboogonowy w stosunku do rozkładu normalnego, dokładniej przybliża empiryczne wartości miar ryzyka bez względu na rząd kwantyla i bez względu na rozważany metal. Spoglądając na badany okres całościowo, zaobserwowano, że bez względu na rozkład teoretyczny oraz analizowany metal dla kwantyla 0,01 oraz 0,05 wszystkie miary ryzyka są niedoszacowane. Powodem mogą być nierównomierny rozkład stopy zwrotu dla cen badanych metali oraz asymetria tego rozkładu. Zaobserwowano ponadto, że zazwyczaj oszacowanie ryzyka dla stóp zwrotu srebra jest wyższe niż dla złota, natomiast ta różnica jest blisko dwukrotna.

W badaniu wykorzystano jeszcze dwie miary ryzyka: wskaźnik Racheva (R-ratio) oraz mGlueVaR (wzory 4-5). Pierwsza z nich wyraża stosunek oczekiwanego zysku do oczekiwanej straty ponad poziom wartości zagrożonej, natomiast druga ocenia ryzyko przy uwzględnieniu subiektywnego stosunku uczestnika rynku do tego problemu. Wyniki zaprezentowano w tabeli IV.10.

Tabela IV.10. Miara ryzyka mGlueVaR oraz wskaźnik Racheva

Miara ryzyka	Rozkład empiryczny	
	Złoto	Srebro
R-ratio 0,95/0,05	0,8781	0,8533
R-ratio 0,99/0,01	0,8002	0,7279
mGlueVaR 0,01/0,05	-0,0358	-0,0687

Źródło: Opracowanie własne.

Wskaźnik Racheva R-ratio wyznaczono dla symetrycznych par kwantyli. Wyniki pokazują, że oczekiwane zyski są niższe niż oczekiwane straty. Różnica jest widoczna przede wszystkim dla stóp zwrotu srebra. Z kolei miarę mGlueVaR wyznaczono przy założeniach:

- prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia ryzykownego (0,05 oraz 0,95) przy subiektywnej ocenie uczestnika rynku na poziomie 0,25,
- prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia bardzo ryzykownego (0,01 oraz 0,99) przy subiektywnej ocenie uczestnika rynku na poziomie 0,75.

Otrzymane wyniki wskazują, że ryzyko na poziomie przeciętnym pomiędzy zdarzeniem ryzykownym a bardzo ryzykownym jest wyższe w przypadku srebra. Zaobserwowana różnica jest blisko dwukrotna.

Podsumowanie

W pracy podjęto próbę oceny ryzyka poziomu stóp zwrotu złota i srebra, aktywów towarowego rynku metali. Zaproponowano analizę bazującą czynnikiem modelu regresji oraz na kwantylowych miarach ryzyka. Wykryto, że analizowane zmienne reprezentujące różnorodne dane rynkowe (indeksy giełdowe, pary walutowe) posiadają ukrytą strukturę czynnikową (cztery czynniki), którą można wykorzystać przy próbie modelowania cen obu badanych metali. Wskazano na różnokierunkowy wpływ tych odkrytych czynników, jednakże istotny okazał się czynnik powiązany z amerykańskimi indeksami przemysłowymi oraz indeksem dolara (silna i ujemna korelacja). W ocenie ryzyka zaobserwowano, że ryzyko stopy zwrotu najlepiej opisuje rozkład t-Studenta, dla którego bezwzględne różnice pomiędzy wartościami oszacowanymi dla danych empirycznych oraz teoretycznych okazały się najmniejsze. Oszacowanie ryzyka dla stóp zwrotu srebra było blisko dwukrotnie wyższe niż dla złota. Badanie pokazało ponadto, że oczekiwane zyski są niższe niż oczekiwane straty. Dodatkowo ocena poziomu zmienności wykazała, że realizacje stóp zwrotu dla złota mają bardziej stabilny charakter niż w przypadku stóp zwrotu srebra. Niższy

stopień zmienności stóp zwrotu złota jest zjawiskiem naturalnym, gdyż złoto wykazuje odporność na zaburzenia obserwowane na rynkach, stąd określa się je jako tzw. bezpieczną przystań.

Literatura

- Adrangi B., Chathrat A., Rarrie K. (2003), *Economic Activity, Inflation, and Hedging: The Case of Gold and Silver Investments*, "The Journal of Wealth Management", No. 6(2), s. 60-77.
- Alptekin V. (2010), *Modeling Volatility of the Gold Prices by Using Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Method: The Case of Turkey*, "Journal of Academic Research in Economics", Vol. 2, No. 2, s. 197-212.
- Apergis N., Christou C., Payne J.E. (2014), *Precious Metal Markets, Stock Markets and the Macroeconomic Environment: A FAVAR Model Approach*, "Applied Financial Economics", No. 24(10), s. 691-703.
- Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. (1999), *Coherent Measures of Risk*, "Mathematical Finance", Vol. 9(3), s. 203-228.
- Belles-Sampera J., Guillén M., Santolino M. (2014), *Beyond Value-at-Risk: GlueVaR Distortion Risk Measures*, "Risk Analysis", Vol. 34(1), s. 121-134.
- Borowski K. (2016), *Rynek inwestycji alternatywnych. Od inwestowania w metale i kamienie szlachetne do numizmatyki, skrypofilstyki i falerystyki*, Wydawnictwo CeDeWu, Warszawa.
- Conover C.M., Jensen G.R., Johnson R.R., Mercer J.M. (2009), *Can Precious Metals Make Your Portfolio Shine?*, "Journal of Investing", Vol. 18, No. 1, s. 75-86.
- Dębski W. (2006), *Produkty strukturyzowane i fundusze hedgingowe jako inwestycje alternatywne rynku kapitałowego* [w:] H. Mamcarz (red.), *Rynki finansowe*, Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin, s. 257-269.
- Draper P., Faff R.W., Hillier D. (2006), *Do Precious Metals Shine? An Investment Perspective*, "Financial Analysts Journal", Vol. 62, No. 2, s. 98-106.
- Fama E.F. (1970), *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, "Journal of Finance", Vol. 25(2), s. 383-417.
- Figuerola-Ferretti I., Gonzalo J. (2010), *Price Discovery and Hedging Properties of Gold and Silver Markets*, Universidad Carlos III de Madrid Working Paper, Citeseer.
- Frankel J.A. (2006), *The Effect of Monetary Policy on Real Commodity Prices*, "The National Bureau of Economic Research Working Paper", No. 12713.
- Gierałowska U. (2012), *Możliwość wykorzystywania instrumentów rynku metali szlachetnych do dywersyfikacji równoległej*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania”, nr 26, s. 99-120.

- Jajuga K. (2008), *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Kasprzak-Czelej A. (2018), *Metale szlachetne jako klasa aktywów*, „Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarskiej Wiejskiej w Warszawie. Polityki Europejskie, Finanse i Marketing”, nr 19(68), s. 52-61.
- Krężolek D. (2017a), *Skośność rozkładu a estymacja kwantylowych miar ryzyka – przypadek rynku metali*, „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych”, vol. XVIII, nr 4, s. 624-634.
- Krężolek D. (2017b), *The Use of Value-at-Risk Methodology in the Assessment of Investor's Risk Attitudes on the Precious Metals Market*, „Ekonometria”, nr 3(57), s. 101-112.
- Krężolek D., Trzpiot G. (2017), *The Effectiveness of the GlueVaR Risk Measure on the Metals Market – The Application of Omega Performance Measure*, „Acta Universitatis Lodzensis. Folia Oeconomica”, vol. 5, nr 331, s. 153-167.
- Kufel T. (2011), *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Panek T., Zwierchowski J. (2013), *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Teoria i zastosowania*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- Rachev S.T., Biglova A., Ortobelli S., Stoyanov S. (2004), *Different Approaches to Risk Estimation in Portfolio Theory*, „The Journal of Portfolio Management”, Vol. 31, No. 1, s. 103-112.
- Ronka-Chmielowiec W. (2003), *Modelowanie ryzyka w ubezpieczeniach. Wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Ross S.A. (1976), *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing*, „Journal of Economic Theory”, Vol. 13, s. 341-360.
- Tarczyński W. (1997), *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, t. 2, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa.

Część V



RYZYO NA RYNKU KAPITAŁOWYM

Publikacja danych makroekonomicznych a reakcja rynku walutowego w Polsce

Jarosław Janecki¹

Wprowadzenie

Zgodnie z hipotezą efektywnego rynku (EMH) ceny aktywów powinny w pełni odzwierciedlać wszystkie dostępne informacje. Tak więc ceny aktywów powinny reagować tylko na pojawienie się nowych informacji w formie „zaskoczenia”, które może wpłynąć na oceny kształtowania się sytuacji makroekonomicznej w przyszłości i na zmiany zachowania inwestorów (strategia inwestycyjna itp.). Sposób, w jaki zmieniają się wyceny aktywów w efekcie pojawiających się informacji, generuje wiele pytań. Dla przykładu, jak szybko następują dostosowywania w wycenach aktywów po publikacji danych makroekonomicznych, czy inwestorzy tak samo reagują w przypadku, gdy dane makroekonomiczne zaskakują inwestorów w sposób pozytywny lub negatywny, czy wpływ publikacji na wyceny aktywów jest różny w zależności od rodzaju aktywów?

Wpływ informacji na wycenę aktywów finansowych stanowi temat szeroko badany przez ekonomistów. Jest to również ważna problematyka dla uczestników rynku finansowego, z punktu widzenia podejmowania decyzji inwestycyjnych. Ekonomiści zainteresowani są badaniem tej zależności w kontekście poszukiwań źródeł zmienności na rynkach finansowych. Kwestie te zostają poruszone m.in. w pracach [Bollerslev, Chou, Kroner, 1992; Li, Engle, 1998]. Zauważają oni, że w dniach publikacji danych makroekonomicznych rośnie zmienność w wycenach aktywów finansowych. Jest to intuicyjnie zgodne z praktyką postępowania uczestników rynków finansowych. Wraz z napływem nowych informacji inwestorzy mają możliwość zmiany swoich strategii inwestycyjnych, wprowadzania pewnych korekt, które wynikają z wartości nowo publikowanych danych. Można przy tym się spodziewać, że w przypadku gdy publikowane dane są zgodne

¹ Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Kolegium Zarządzania i Finansów, Instytut Ryzyka i Rynków Finansowych, jaroslaw.janecki@sgh.waw.pl.

z wcześniejszymi oczekiwaniami, wówczas zmienność w wycenie aktywów będzie mniejsza niż w przypadku, gdy publikowane są dane makroekonomiczne różniące się od wcześniejszych prognoz. Co więcej, reakcja w przypadku wystąpienia zaskoczenia powinna być kierunkowo różna, gdy jest to zaskoczenie pozytywne lub zaskoczenie negatywne.

Odchylenia publikowanych danych makroekonomicznych od konsensusu rynkowego (oczekiwań rynkowych) może przekładać się na zmienność wyceny aktywów na rynkach finansowych, w tym m.in. na rynku walutowym. Ocena efektów publikacji danych makroekonomicznych z punktu widzenia rynków finansowych stanowi podstawową motywację do przeprowadzenia obliczeń dla polskiego rynku finansowego.

W kolejnej części artykułu przedstawiono motywację przeprowadzenia badań, omówione zostały przykładowe badania, które poruszały podobne zagadnienia. Następnie, w części badań empirycznych, zaprezentowana została metodologia badania, próba badawcza oraz przedstawiono uzyskane wyniki. Artykuł kończy podsumowanie, w którym wskazano również możliwe kierunki kontynuowania zaproponowanych badań.

1.1. Motywacja do przeprowadzenia badań

Główną motywacją przeprowadzenia badań dla polskiego rynku jest fakt braku informacji, w jaki sposób zachowują się ceny aktywów tuż po publikacji danych makroekonomicznych. Z punktu widzenia inwestorów może być to ważna informacja w procesie podejmowania decyzji o kupnie lub sprzedaży danego instrumentu finansowego. Przy czym należy podkreślić, że nie jest to wyłącznie aspekt krótkoterminowej spekulacji na rynku finansowym (np. kupno instrumentu finansowego tuż przed publikacją danych makroekonomicznych i sprzedaż tuż po publikacji). Możemy sobie wyobrazić, że zwiększona zmienność tuż po publikacji danych może spowodować ewentualne straty dla osoby planującej np. wymienić w tym czasie większą kwotę walut.

Celem artykułu jest zrozumienie procesów przyczyniających się do zmiany wyceny aktywów finansowych; zrozumienie, w jaki sposób inwestorzy reagują na publikowane dane makroekonomiczne tuż po ich opublikowaniu, a szczególnie w sytuacji, gdy są to informacje nieoczekiwane przez inwestorów.

Hipotezą badawczą jest hipoteza mówiąca, że kurs walutowy EUR/PLN w sposób statystycznie istotny reaguje tuż po publikacji danych makroekono-

micznych: produkcję przemysłową, sprzedaż detaliczną, ceny produkcji, płace, zatrudnienie oraz inflację. W tym celu przeprowadzona została estymacja modelu GARCH (1,1) przy użyciu danych o wysokiej częstotliwości dla trzech wariantów: 10, 20 i 30 minut po publikacji danych makroekonomicznych.

1.2. Dotychczasowe badania – przykładowe wyniki

W literaturze poruszającej temat zależności pomiędzy publikacją danych makroekonomicznych i reakcją w wycenie aktywów finansowych kwestia jest badana z punktu widzenia zmian w wycenach różnych rodzajów aktywów, jak również z perspektywy różnych rodzajów publikowanych wartości makroekonomicznych. Uzyskiwane wyniki nie są jednoznaczne, co zapewne jest po części efektem rodzaju rynku, dla którego przeprowadzane są obliczenia, długości szeregu czasowego, rodzaju informacji (publikowanych danych makroekonomicznych) czy też zastosowanej metodologii badań.

Duże zainteresowanie ekonomistów skupiają szczególnie zmiany cen akcji lub zmiany wartości indeksów giełdowych. Uzyskiwane wyniki są różne, w zależności od specyfiki wykorzystywanych danych i użytej metodologii. Dla przykładu, na brak reakcji publikowanych danych makroekonomicznych na wyceny akcji zwraca się uwagę w [Chan, Karceski, Lakonishok, 1998]. Przeważająca większość wyników badań potwierdza jednak wpływ publikowania danych makroekonomicznych na ceny akcji lub generalnie wskaźników giełdowych. Tego rodzaju wyniki uzyskano m.in. w [Lamont, 2000; Flannery, Protopapadakis, 2002; Nikkinen, Sahlstrom, 2004], czy też dla krajów strefy euro [Caporale, Spagnolo, Spagnolo, 2016]. Z kolei T.G. Andersen, T. Bollerslev, F.X. Diebold i C. Vega [2007] zwrócili uwagę na to, że rynek giełdowy w różny sposób reaguje na napływające informacje, w zależności od fazy cyklu, w którym znajduje się gospodarka. Ten sam zespół ekonomistów w badaniach z 2005 r. potwierdził wpływ informacji makroekonomicznych na wyceny kontraktów futures na amerykańskim rynku obligacji [Andersen i in., 2005]. Podobne wyniki dla rynku obligacji uzyskali P. Balduzzi, E.J. Elton i T.C. Green [2001]. Wpływ informacji makroekonomicznych na długookresowe stopy procentowe potwierdzili w swoich badaniach R.F. Gürkaynak, B. Sack i E. Swanson [2005].

Zależność ta nie jest potwierdzana we wszystkich badaniach. Dla przykładu, J. Liebermann [2011] zauważył wpływ publikacji wyników ankietowych (tzw. miękkich danych) na rynek amerykańskich obligacji, a nie tzw. twardych

danych. W przeprowadzanych badaniach dla amerykańskiego rynku obligacji zwracano uwagę, że publikacja danych makroekonomicznych wpływa na rynek obligacji [Pasquariello, Vega, 2007], przyczynia się do wzrostu zmienności na rynku obligacji [Brenner, Pasquariello, Subrahmanyam, 2009] oraz generalnie wzrostu wartości zawieranych transakcji [Jiang, Lo, Valente, 2013].

W przypadku badań zależności pomiędzy publikacjami danych makroekonomicznych a zmiennością na rynku walutowym interesujące wyniki uzyskali T.G. Andersen, T. Bollerslev, F.X. Diebold i C. Vega [2003]. Potwierdzili oni występowanie zależności w przypadku niektórych danych makroekonomicznych, w tym m.in. w przypadku wystąpienia nieoczekiwanych wartości PKB, inflacji, produkcji przemysłowych, zamówień czy też podaży pieniądza.

Warto również zwrócić uwagę na wyniki badań przeprowadzanych z wykorzystaniem danych z polskiego rynku finansowego. Jak wykazuje B. Będowska-Sójka [2010], reakcja indeksu WIG występuje jedynie w przypadku publikacji wskaźnika bezrobocia w Polsce. Według autorki badań reakcja indeksu jest zauważalna na dzień przed publikacją wskaźnika. Wynik ten może zaskakiwać, ponieważ praktyka rynkowa oraz wyniki badań odnoszących się do rynku akcji w innych krajach sugerują, że wyceny akcji (wartości indeksów giełdowych) powinny reagować raczej na publikacje takich wskaźników, jak produkcja przemysłowa lub konsumpcja indywidualna (przykład wyników otrzymanych przez O. Lamonta [2000]). Badania nad wpływem publikacji danych makroekonomicznych na wskaźniki giełdowe przeprowadzali również H. Gurgul, M. Suliga i T. Wójtowicz [2012; 2013a; 2013b]. Przy czym warto zauważyć, że badano również wpływ publikowania danych makroekonomicznych spoza Polski na wycenę polskich aktywów. Zależności te zbadano w pracach [Gurgul, Suliga, Wójtowicz, 2013a; 2013b; Suliga, Wójtowicz, 2013; Wójtowicz, 2015; 2016].

Wpływ publikacji danych makroekonomicznych na kurs EUR/PLN badały K. Bień-Borkowska [2011] czy M. Moravcová [2018]. Otrzymane przez Bień-Borkowską wyniki (estymacja modelu VAR) wskazują, że publikacje danych makroekonomicznych wywierają istotny wpływ na zmianę kursu EUR/PLN. Interesujące wyniki przyniosły również badania przepływów zleceń tuż po publikacji danych. Okazało się, że w dwie minuty po opublikowaniu danych makroekonomicznych kanał przepływu zleceń odpowiada za ok. 41% reakcji kursu, a po upływie kolejnych 6 minut wynosi 52%.

1.3. Badania empiryczne

W badaniach zastosowano modele warunkowej autoregresyjnej heteroskedastyczności ARCH, zaproponowane przez R. Engle'a [1982] i Bollersleva [1986]. Tego rodzaju podejście pozwala na uzyskanie przybliżenia nieobserwowalnej warunkowej zmienności, która zależy od dotychczasowej informacji. W obliczeniach został wykorzystany model GARCH (1,1), którego specyfikację zaproponowana została m.in. w pracach [Hanousek, Kocenda, Kután, 2009; Hanousek, Kocenda, 2011; Mastronardi, Patane, Tucci, 2011]. W obliczeniach zastosowano następujący model GARCH (1,1):

$$R_{i,t} = \sum_{j=1}^n \sum_{q=3}^3 \delta_{q,j} S^j + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$h_t = \omega + \sum_{m=1}^r \alpha_m \varepsilon_{t-m}^2 + \sum_{m=1}^s \beta_m h_{i,t-m} + \sum_{d=1}^4 \psi_d W_d + \sum_{g=10:00}^{10:10} \phi_g, \quad (2)$$

gdzie:

- $R_{i,t}$ jest zwrotem z EUR/PLN;
- indeks q wskazuje na trzy cechy informacji: pozytywną, negatywną oraz zgodną z oczekiwaniami (neutralną), natomiast indeks j – na rodzaj publikowanej informacji makroekonomicznej (sprzedaż detaliczna (RS), produkcja przemysłowa (IO), płace (W), zatrudnienie (EM), ceny produkcji (PPI), inflacja (CPI));
- współczynnik δ mierzy wpływ informacji na kurs EUR/PLN;
- współczynnik ϕ rejestruje zmiany zachodzące pomiędzy godziną publikacji danych (10:00) a godziną, w której jesteśmy zainteresowani sprawdzić zachodzące zmiany kursu EUR/PLN; obliczenia przeprowadzono również dla interwału 10-minutowego (zapis w równaniu 2). Dla publikowanych wielkości makroekonomicznych zmienne pozorne przyjmują wartość 1, gdy zdarzenie ma miejsce, oraz 0 w innych przypadkach.

W modelu uwzględnione zostały pozytywne i negatywne zaskoczenia publikowanymi danymi makroekonomicznymi. Innymi słowy, czy publikowane wartości danych makroekonomicznych były wyższe lub niższe od wartości wynikającej z konsensusu makroekonomicznego (średnia wartość z oczekiwanych prognoz ankietowanych ekonomistów przez instytucję tworzącą konsensus rynkowy). Zaskoczenie negatywne lub pozytywne jest przedstawiane w postaci wystandaryzowanej, zgodnie z propozycjami pojawiającymi się w literaturze [Balduzzi, Elton, Green, 2001; Andersen i in., 2003; 2007]. Jest ono wyznaczane

jako iloraz prognozowanej wielkości makroekonomicznej przez odchylenie standardowe (równanie 3):

$$S_k = \frac{A_{kt} - F_{kt}}{\hat{\sigma}}, \quad (3)$$

gdzie:

S_k – wystandaryzowane zaskoczenie,

A_{kt} – aktualna wartość wskaźnika makroekonomicznego k w czasie t ,

F_{kt} – średnie prognozy (konsensusu),

$\hat{\sigma}$ – standardowe odchylenie od różnicy $A_{kt} - F_{kt}$.

Zgodnie z przedstawionym równaniem rozróżnienie informacji będącej pozytywnym zaskoczeniem (publikowana wartość makroekonomiczna powyżej konsensusu) i negatywnym zaskoczeniem (publikowana wartość makroekonomiczna poniżej konsensusu) [Mastronardi, Patane, Tucci, 2011] może w niektórych sytuacjach budzić zastrzeżenia z uwagi na problem precyzyjnego zdefiniowania zaskoczenia pozytywnego i negatywnego. Dla przykładu, w okresie procesów dezinflacji, obniżania się inflacji z wysokich poziomów publikacja danych o dynamice inflacji poniżej wartości wynikającej z konsensusu rynkowego może stanowić pozytywne zaskoczenie. Jednak w przypadku, gdy mamy do czynienia z procesami deflacyjnymi, obniżenie się inflacji poniżej konsensusu – wyraźnie poniżej celu inflacyjnego, w pobliżu zera lub przyjmowanie wartości ujemnych (procesy deflacyjne) – można jako zdarzenie zaliczać do zaskoczeń negatywnych. Potrzebne jest zatem precyzyjne sformułowanie rodzaju zaskoczenia.

Przy okazji formułowania konsensusu warto zauważyć, że inwestorzy mają do dyspozycji różne punkty odniesienia, są to np. konsensus stworzony przez agencje PAP, Reuters, Bloomberg lub redakcje dziennika „Parkiet” i „Rzeczpospolita”. Średnie wartości prognoz tworzące konsensusy mogą się od siebie różnić. Wynika to m.in. z faktu, że w badaniach ankietowych przeprowadzanych przez instytucje bierze udział różna liczba ankietowanych. W naszych obliczeniach wykorzystano konsensus rynkowy przygotowany przez agencję Bloomberg.

Do obliczeń wykorzystano dane z okresu od września 2018 r. do marca 2019 r. W przypadku kursu walutowego EUR/PLN są to dane o wysokiej częstotliwości, 10-minutowe, za okres od 17 września 2017 r. do 31 marca 2019 r., co stanowi łącznie 58,986 danych za omawiany okres. W przypadku danych makroekonomicznych: produkcja przemysłowa, sprzedaż detaliczna, płace, zatrudnienie, ceny produkcji oraz inflacja, w badanym okresie były publikowane 19 razy. Dysponujemy zatem łącznie zestawem 114 par danych (publikowana dana makroekonomiczna i odpowiadający jej konsensus rynkowy).

Obliczenia zostały przeprowadzone dla interwałów 10-, 20- i 30-minutowych po publikacji danych makroekonomicznych. Otrzymane wyniki (aneksy 1-3) zwracają uwagę na niewielki, w większości przypadków statystycznie nieistotny wpływ publikowanych danych makroekonomicznych (produkcji przemysłowej, sprzedaży detalicznej, cen produkcji, płace i zatrudnienia) na kurs EUR/PLN. Zarówno 10, 20, jak i 30 minut po publikacji danych ich wpływ na kurs EUR/PLN był statystycznie nieistotny. We wszystkich tych przypadkach należy zatem odrzucić hipotezę badawczą mówiącą, że kurs walutowy EUR/PLN w sposób statystycznie istotny reaguje na publikowane dane makroekonomiczne w danych interwałach czasowych. Do odmiennych konkluzji dochodzimy w przypadku publikacji danych o inflacji. Można stwierdzić statystycznie istotny wpływ zaskoczeń negatywnych na kurs EUR/PLN, czyli sytuacji, kiedy publikowane dane są niższe od rynkowego konsensusu. Zjawisko to jest szczególnie zauważalne 10 i 20 minut po publikacji danych. Dodatnia wartość współczynnika (bez opóźnień) w przypadku negatywnego zaskoczenia informacją o inflacji i negatywna w przypadku pozytywnego zaskoczenia jest zgodna z oczekiwaniami, ponieważ oznacza odpowiednio umocnienie i osłabienie kursu PLN. Podsumowując, prawdziwą jest hipoteza badawcza mówiąca, że kurs walutowy EUR/PLN w sposób statystycznie istotny reaguje na publikowane dane o inflacji w przypadku, gdy dochodzi do negatywnego zaskoczenia publikowaną daną.

Podsumowanie

Przeprowadzone obliczenia dla danych z polskiego rynku finansowego wskazują, że publikacje danych o inflacji wywierają statystycznie istotny wpływ na kurs walutowy krótko po publikacji danych (szczególnie 10 lub 20 minut po publikacji danych). W przypadku publikacji innych danych makroekonomicznych (produkcja przemysłowa, sprzedaż detaliczna, zatrudnienie, płace, ceny produkcji) nie zaobserwowano statystycznie istotnych reakcji kursu walutowego EUR/PLN. Nie można jednak wykluczyć, że jest to jednak efekt zbyt krótkiego szeregu, który nie pozwala na jednoznaczną ocenę badanego zjawiska. Wyniki obliczeń wskazują na konieczność kontynuowania badań, z jednej strony w kierunku rozszerzenia rodzajów aktywów z polskiego rynku finansowego, na których wyceny mogą mieć wpływ informacje dotyczące publikowanych danych makroekonomicznych (np. obligacje skarbowe, wskaźniki giełdowe). Z drugiej strony, widać potrzebę pracy na większych zbiorach typu *big data* (dane minutowe

z kilku lat). Zbyt krótki szereg czasowy nie pozwala na dokładne stwierdzenie, w jaki sposób zachowuje się kurs EUR/PLN w przypadku pozytywnych lub negatywnych zaskoczeń. Wydłużenie badanego okresu pozwoli zebrać większą liczbę pozytywnych i negatywnych zaskoczeń publikowanymi danymi makroekonomicznymi, co pomoże zweryfikować hipotezę o różnym wpływie zaskoczeń danymi makroekonomicznymi, podczas różnych faz cyklu koniunkturalnego, cyklu w polityce pieniężnej, a także okresów dezinflacji lub wzrostów inflacji.

Literatura

- Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Vega C. (2003), *Micro Effects of Macro Announcements: Real-time Price Discovery in Foreign Exchange*, "American Economic Review", No. 93(1), s. 38-62.
- Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Vega C. (2005), *Real-time Price Discovery in Stock, Bond and Foreign Exchange Markets*, NBER Working Paper No. 11312.
- Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Vega C. (2007), *Real-time Price Discovery in Global Stock, Bond and Foreign Exchange Markets*, "Journal of International Economics", No. 73, s. 251-277.
- Balduzzi P., Elton E.J., Green T.C. (2001), *Economic News and Bond Prices: Evidence from the US Treasury Market*, "Journal of Financial and Quantitative Analysis", No. 36, s. 523-543.
- Będowska-Sójka B. (2010), *Intraday CAC40, DAX and WIG20 Returns when the American Macro News Is Announced*, „Bank i Kredyt”, nr 41, s. 7-20.
- Bień-Borkowska K. (2011), *Wpływ publikacji danych makroekonomicznych na kurs EUR/PLN w kontekście badania mikrostruktury rynku*, „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych”, vol. XII/2, s. 48-57.
- Bollerslev T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, "Journal of Econometrics", No. 31, s. 307-327.
- Bollerslev T., Chou R.Y., Kroner K.F. (1992), *ARCH Modeling in Finance. A Review of the Theory and Empirical Evidence*, "Journal of Econometrics", No. 52, s. 5-59.
- Brenner M., Pasquariello P., Subrahmanyam M. (2009), *On the Volatility and Comovement of U.S. Financial Markets around Macroeconomic News Announcements*, "Journal of Financial and Quantitative Analysis", Vol. 44, No. 6, s. 1265-1289.
- Caporale G.M., Spagnolo F., Spagnolo N. (2016), *Macro News and Stock Returns in the Euro Area: A VAR-GARCH-in-mean Analysis*, "International Review of Financial Analysis", No. 45, s. 180-188.
- Chan K., Karceski J., Lakonishok J. (1998), *The Risk and Return Form Factors*, "Journal of Financial and Quantitative Analysis", No. 33, s. 159-188.

- Engle R. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, "Econometrica", No. 50, s. 987-1007.
- Flannery M.J., Protopapadakis A. (2002), *Macroeconomic Factors Do Influence Aggregate Stock Returns*, "The Review of Financial Studies", No. 15, s. 751-782.
- Gurgul H., Suliga M., Wójtowicz T. (2012), *Responses of the Warsaw Stock Exchange to the U.S. Macroeconomic Data Announcement*, "Managerial Economics", Vol. 12, s. 41-60.
- Gurgul H., Suliga M., Wójtowicz T. (2013a), *The Impact of US Macroeconomic News on the Polish Stock Market. The Importance of Company Size to Information Flow*, "Central European Journal of Operations Research", Vol. 22, s. 795-817.
- Gurgul H., Suliga M., Wójtowicz T. (2013b), *The Reaction of Intraday WIG Returns to the U.S. Macroeconomic News Announcements*, "Quantitative Methods in Economics". Vol. XIV, s. 150-159.
- Gürkaynak R.F., Sack B., Swanson E. (2005), *The Sensitivity of Long-term Interest Rates to Economic News: Evidence and Implications for Macroeconomic Models*, "The American Economic Review", Vol. 95, No. 1, s. 425-436.
- Hanousek J., Kocenda E. (2011), *Foreign News and Spillovers in Emerging European Stock Markets*, "Review of International Economics", No. 19(1), s. 170-188.
- Hanousek J., Kocenda E., Kutan A. (2009), *The Reaction of Asset Prices to Macroeconomic Announcements in New EU Markets: Evidence from Intraday Data*, "Journal of Financial Stability", No. 5, s. 199-219.
- Jiang G.J., Lo I., Valente G. (2013), *High Frequency Trading around Macroeconomic News Announcements: Evidence from the US Treasury Market*, Working Paper No. 56, Bank of Canada.
- Lamont O. (2000), *Economic Tracking Portfolios*, "Journal of Econometrics", No. 105, s. 161-184.
- Li L., Engle R.F. (1998), *Macroeconomic Announcements and Volatility of Treasury Futures*, Department of Economics Discussion Paper No. 98-27, University of California, San Diego.
- Liebermann J. (2011), *The Impact of Macroeconomic News on Bond Yields: (In)stabilities over Time and Relative Importance*, Working Paper No. 07, Central Bank of Ireland.
- Mastronardi R., Patane M., Tucci M.P. (2011), *Macroeconomic News and the Italian Equity Market*, Society for Computational Economics, Computing in Economics and Finance, San Francisco.
- Moravcová M. (2018), *The Impact of German Macroeconomic News on Emerging European Forex Markets*, "Prague Economic Papers", Vol. 5, s. 505-521.
- Nikkinen J., Sahlstrom P. (2004), *Scheduled Domestic and US Macroeconomic News and Stock Valuation in Europe*, "Journal of Multinational Financial Management", No. 14, s. 201-215.

- Pasquariello P., Vega C. (2007), *Informed and Strategic Order Flow in the Bond Markets*, "Review of Financial Studies", No. 20, s. 1975-2019.
- Suliga M., Wójtowicz T. (2013), *The Reaction of the WSE to U.S. Employment News Announcements*, "Managerial Economics", Vol. 14, s. 39-60.
- Wójtowicz T. (2015), *Macroeconomic Indicators Forecasts Accuracy and Reaction of Investors on the WSE*, „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych”, nr 16, t. 2, s. 142-151.
- Wójtowicz T. (2016), *Intraday Event Study. The Impact of US Macroeconomic News on WIG20*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 295, s. 109-118.



Efekt kapitalizacji na rynku NewConnect

Monika Mościbrodzka¹

Wprowadzenie

Efektywność rynku jest jednym z warunków prawidłowej wyceny instrumentów, ponieważ od efektywności zależy skuteczność tego rynku. Rynek nazywa się efektywnym, jeśli w pełni odzwierciedla on wszystkie informacje będące kryterium podejmowania decyzji inwestycyjnych. Giełda zatem może być uważana za instrument przetwarzania informacji, który powinien szybko reagować na nowe informacje i odpowiednio przystosowywać do nich ceny akcji [Begg, Fisher, Dornbusch, 1993, s. 414]. W badaniach, które zostały przeprowadzone na rozwiniętych rynkach kapitałowych, przedstawiono m.in. hipotezy efektywnego rynku, na którym rozważono wpływ anomalii efektu skali (efekt małych spółek) oraz efektu wskaźnika wartości księgowej do wartości rynkowej (*Book-to-Market Effect*). Wykazano, że obie te zmienne mają odwrotnie proporcjonalny wpływ na zwrot z inwestycji i obok klasycznej miary ryzyka, jaką jest „beta” instrumentu, mogą być one dodatkowymi miarami ryzyka systematycznego [Fama, French, 1992].

Efekt kapitalizacji, zwany również „efektem małych spółek”, to statystycznie istotna zależność stóp zwrotu z akcji od wielkości spółki, nieobjaśniona innymi zmiennymi, przede wszystkim ryzykiem systematycznym [Reilly, Brown, 2001, s. 315]. Polega na tym, iż spółki o niskiej kapitalizacji giełdowej przynoszą ponadprzeciętne stopy zwrotu. Dla rynku amerykańskiego efekt ten został pokazany po raz pierwszy przez Banza [1981], który wykazał, że mniejsze spółki przynoszą średnio wyższą stopę zwrotu niż spółki duże. Własność ta była wielokrotnie potwierdzana na innych rynkach kapitałowych. I tak, dla przykładu, M.R. Reinganum [1981; 1983; zob. Gangopadhyay, Reinganum, 1996] porównywał m.in. stopy zwrotu z portfeli notowanych na NYSE i AMEX, posortowanych ze względu na kapitalizację w długim okresie. Jego badania wykazały,

¹ Uniwersytet Wrocławski, Wydział Prawa, Administracji i Ekonomii, Instytut Nauk Ekonomicznych, monika.moscibrodzka@uwr.edu.pl, ORCID: 0000-0002-3987-8246.

że inwestorzy zarządzający w sposób dynamiczny – ze względu na kapitalizację – swoim portfelem, uzyskują wyższą stopę zwrotu niż ci, którzy zajmują pozycje w dłuższych okresach, niezależnie czy inwestują oni w spółki małe czy duże.

Z kolei H.R. Stoll i R.E. Whaley [1983] w swoich badaniach również potwierdzili istnienie odwrotnej zależności między wartością rynkową spółki a zwrotami z ich akcji. Co więcej, pokazali, że istnieje silna dodatnia korelacja pomiędzy przeciętnymi cenami akcji a wartością rynkową spółki. Natomiast w pracy [Chan, Chen, Hsieh, 1985] można zauważyć, że większość różnic w powiązaniach z wielkością zwrotów może być wyjaśniana przez kompletny pomiar ryzyka (w tym ryzyka związanego z wielkością spółki). W wielu badaniach związanych z efektem „małych spółek” wykorzystywano obszerne bazy danych, obejmujących od 30 do 50 lat, tym samym osiągając wynik, wedle którego efekt kapitalizacji może występować przez wiele lat. Dla kontrastu P. Brown, A.W. Kleidon i T.A. Marsch [1983] badali wyniki spółek w różnych interwałach czasowych i wykazali, że efekt kapitalizacji nie jest stabilny (w niektórych relacjach otrzymywali oni ujemne relacje, w innych dodatnie). Z kolei w swoich badaniach E.F. Fama i K.R. French [1992] posortowali portfele według kapitalizacji i ryzyka systematycznego. Stwierdzili oni, iż istnieje ujemna zależność stóp zwrotu od średniej kapitalizacji portfela oraz brak zależności między współczynnikiem beta i wielkością kapitalizacji. W późniejszych pracach tych autorów uwzględnienie zarówno efektu małych spółek, jak i efektu wartości księgowej do rynkowej były podstawą do stworzenia trójczynnikowego modelu wyceny kapitału [Fama, French, 1996] i jego weryfikację na rozwiniętych rynkach światowych [zob. Maroney, Protopapadakis, 2002; Czapkiewicz, Skalna, 2010].

Warto zaznaczyć, że efekt małych spółek był również badany w Polsce. Między innymi w pracach [Czekaj, Woś, Żarnowski, 2001; Wolski, Rychter, 2009; Żarnowski, 2012] pokazano, iż kapitalizacja posiada wyższą zdolność objaśniania stóp zwrotu w Polsce niż współczynnik beta w modelu CAPM.

Zauważyć należy jednak, że obok regulowanych rynków giełdowych funkcjonują od dłuższego już czasu alternatywne platformy obrotu papierami wartościowymi. Takimi platformami są m.in. najstarszy rynek amerykański NASDAQ2 czy też brytyjski rynek AIM3. W Polsce również istnieje taki system obrotu, którym jest (istniejący od sierpnia 2007 r.) pozagiełdowy rynek pod nazwą NewConnect. Rynek ten posiada status rynku zorganizowanego, lecz prowadzony jest przez Giełdę Papierów Wartościowych w Warszawie w formule alternatywnego systemu obrotu (ASO). Platforma ta skierowana jest dla małych spółek o wysokim potencjale, które nie spełniają wymagań stawianych przez rynek

regulowany. Dzięki prostszym warunkom wprowadzenia spółki do obrotu i niskim kosztom debiutu takie firmy za pośrednictwem NewConnect mogą wprowadzić swoje akcje na giełdę. Ponieważ NewConnect charakteryzuje się zwiększonym poziomem ryzyka inwestycyjnego, istnieje na nim możliwość osiągnięcia wyższej stopy zwrotu na zaangażowanym kapitale. Brakuje na nim jednak rekomendacji i analiz, ponieważ informacje dotyczące uwarunkowań tego rynku sprawiają, iż nie powinien być on wprost porównywany do rynków regulowanych [Fijałkowska, Muszyński, Pauka, 2013]. Warto podkreślić jednak, że część analiz, które do tej pory były przeprowadzane, wskazały na pewnego rodzaju asymilację zachowań spółek notowanych na GPW przez spółki notowane na NewConnect. Podobnie jak na GPW również na NC zdaje się występować zarówno efekt wartości księgowej do wartości rynkowej [Mościbrodzka, 2015], jak i efekt monotoniczności premii za ryzyko [Homa, Mościbrodzka, 2016], których wyniki również sugerują występowanie efektu kapitalizacji na tymże rynku.

Celem pracy jest więc próba sprawdzenia, czy mimo różnic pomiędzy systemem NewConnect a rynkiem regulowanym efekt kapitalizacji może występować również na alternatywnym rynku obrotu akcjami. Aby ten cel zrealizować, zaproponowano zweryfikowanie następujących hipotez:

- H₁: Spółki o małej kapitalizacji przynoszą istotnie większą stopę zwrotu niż spółki o wysokiej kapitalizacji.
- H₂: Widoczne są statystycznie istotna zależność stóp zwrotu portfela od jego kapitalizacji i brak zależności od współczynnika beta portfela.
- H₃: Możliwe jest uzyskanie wyższej premii za ryzyko w inwestycję w spółki o niższej kapitalizacji niż w spółki o wyższej wartości tego wskaźnika.

Wszystkie prezentowane wyniki liczone są w nieodpłatnie udostępnionym pakiecie, publikowanym przez Free Software Foundation pod nazwą Gretl (witryna Gretl.sourceforge.net, polskojęzyczna wersja opracowana przez T. Kufla).

2.1. Metodologia badania

W związku z tym, że stopy zwrotu z inwestycji giełdowych charakteryzują się występowaniem wartości ekstremalnych i w praktyce rzadko posiadają rozkład normalny, do zweryfikowania pierwszej hipotezy posłużono się testem sum rang Wilcoxona (testem Wilcoxona dla grup zależnych) [Wilcoxon, 1945; 1950]. Test sumy rang Wilcoxona pozwala na porównanie dwóch rozkładów bez konieczności przyjmowania założeń na temat rodzaju tych rozkładów. W szcze-

gólnym przypadku, gdy oba rozkłady są identyczne co do kształtu i rozproszenia, a różnią się jedynie wartością mediany, test Wilcoxona jest w istocie testem różnicy median. Mówiąc dokładniej, hipoteza zerowa w tym szczególnym przypadku orzeka, iż mediany populacyjne obu rozkładów są jednakowe. Test sumy rang sprawdza tę hipotezę względem hipotezy alternatywnej, iż mediany populacyjne się różnią. Test ten jest odpowiednikiem testu t-Studenta dla zmiennych powiązanych. Hipotezy dla testu Wilcoxona formułuje się następująco:

$$H_0: F1 = F2 \text{ (nie ma istotnej różnicy w rozkładach zmiennych),}$$

$$H_1: F1 \neq F2 \text{ (rozkłady zmiennych różnią się istotnie).}$$

W teście tym, podobnie jak w przypadku jego odpowiednika testu t, wprowadzana jest trzecia zmienna, określająca wartość bezwzględną różnicy pomiędzy wartościami sparowanych obserwacji. Różnica ta wykorzystywana jest do weryfikacji hipotezy o tym, że mediana dla niej (dla różnicy) w badanej populacji wynosi 0. Następnie wyliczonym modułom przypisuje się rangi. W kolejnym kroku osobno sumuje się rangi dla różnic ujemnych oraz dla różnic dodatnich. Mniejsza z otrzymanych sum to wartość statystyki testowej T testu Wilcoxona. Dla dużych prób do wyznaczenia obszaru krytycznego skorzystać należy z asymptotycznej zbieżności statystyki testowej (przy założeniu prawdziwości H_0) do rozkładu normalnego $N(m, s)$, gdzie:

$$m = \frac{n(n+1)}{4} \quad s = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}.$$

Aby zweryfikować drugą postawioną hipotezę, przeprowadzono analizę regresji wielorakiej. Posłużono się modelem przekrojowym zaproponowanym przez R. Banza [1981]:

$$r_p = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \beta_p + \alpha_2 \cdot K_p + \varepsilon,$$

gdzie:

r_p – średnia stopa zwrotu portfela P ,

β_p – współczynnik „beta” portfela P , obliczony z wykorzystaniem modelu CAPM,

K_p – kapitalizacja portfela P .

Model wyceny aktywów kapitałowych CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) pozwala wyjaśniać osiągnięte stopy zwrotu z papierów wartościowych poprzez ryzyko rynkowe. Oznacza to, że opiera się on na założeniu, że kształtowanie się stóp zwrotu akcji jest zdeterminowane czynnikiem odzwierciedlającym zmiany na rynku kapitałowym. Równanie tego modelu ma postać:

$$r_t = \alpha + \beta r_{Mt} + \varepsilon_t,$$

gdzie:

r_t – wektor nadwyżkowych stóp zwrotu portfela w chwili t nad stopę wolną od ryzyka,

r_{Mt} – nadwyżkowa stopa zwrotu z indeksu rynku w chwili t nad stopę wolną od ryzyka.

Zgodnie z powyższym kluczowe znaczenie dla wartości inwestycji posiada portfel rynkowy.

Odpowiedź na pytanie trzecie uzyskano, wykorzystując trójczynnikowy model Famy–Frencha:

$$r_t = \alpha + \beta \cdot r_{Mt} + \beta_{SMB} \cdot SMB_t + \beta_{HML} \cdot HML_t + \varepsilon_t,$$

gdzie SMB i HML to czynniki Famy–Frencha w okresie t .

Konstrukcji czynników F-F dokonano zgodnie z procedurą zaproponowaną przez E.F. Famę i K.R. Frencha [1992], a szczegółowy opis procedury dla rynku NewConnect został zamieszczony w pracy M. Homa i M. Mościbrodzkiej [2016]. Spółki w każdym miesiącu sortowano według kapitalizacji i dzielono na dwie grupy: portfel spółek dużych (B – *Big*) oraz portfel spółek małych (S – *Small*). Następnie w każdej podgrupie dokonywano sortowania spółek według ich wskaźnika BV/MV i dzielono je na trzy podgrupy: H – *High*, M – *Medium*, L – *Low*.

W rezultacie w każdym miesiącu otrzymano sześć rozłącznych portfeli: BH, BM, BL oraz SH, SM, SL. W każdym tygodniu na podstawie tygodniowych stóp zwrotu obliczano wartości czynników SMB i HML :

- Różnica między stopą zwrotu z małych portfeli (SL, SM, SH) a stopą zwrotu z dużych portfeli (BL, BM, BH) była podstawą do utworzenia czynnika SMB .
- Różnica między stopą zwrotu z portfeli o wysokich wartościach wskaźnika BV/MV (BH, SH) oraz stopą zwrotu z portfeli o niskich wartościach wskaźnika BV/MV (BL, SL) posłużyła do utworzenia czynnika HML .

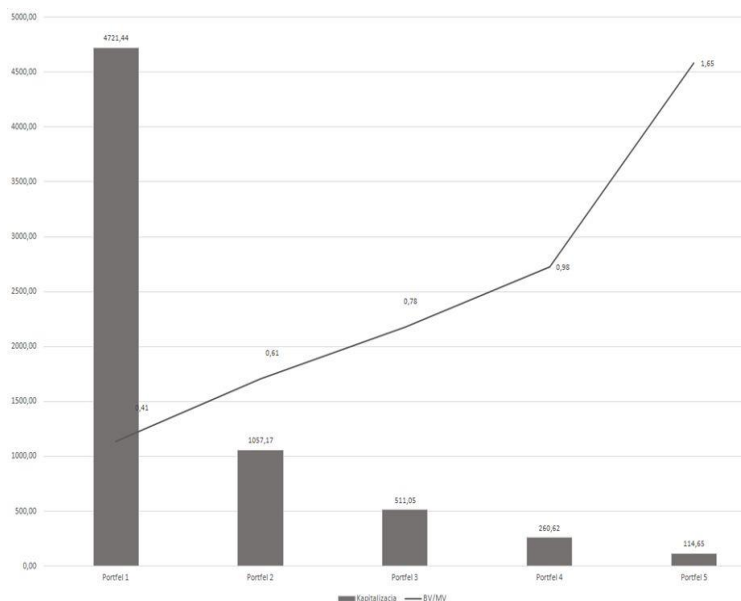
Zatem współczynniki β_{SMB} oraz β_{HML} to miary wrażliwości stopy zwrotu z inwestycji na zmiany stopy zwrotu z portfeli odpowiednio SMB i HML , czyli ich ładunki stanowią dodatkową premię za ryzyko związane z inwestycją w spółki odpowiednio o małej kapitalizacji i wysokiej wartości wskaźnika będącego ilarazem wartości księgowej do wartości rynkowej spółki.

2.2. Wyniki badań

Zwrot z portfela a jego kapitalizacja

Badaniem objęto wszystkie spółki alternatywnego systemu obrotu notowane od stycznia 2009 r. do grudnia 2016 r., które posiadały dodatnią wartość księgową. Dodatkowo opierając się na notowaniach indeksu rynku – NCIndeks w badanym okresie, wydzielono dwa podokresy: hossy (lata 2009-2010) oraz bessy (lata 2011-2016). Wszystkie dane dotyczące notowań oraz wartości kapitalizacji spółek i wskaźnika BV/MV pochodziły ze strony rynku NewConnect [www 1]. Spółki te w każdym miesiącu były na nowo segregowane według wielkości kapitalizacji i przydzielane do pięciu równolicznych portfeli. Pierwszy portfel obejmował spółki o największej kapitalizacji, a ostatni spółki o najmniejszej wartości tego wskaźnika. Stopa zwrotu każdego z portfeli wyliczona została jako średnia tygodniowych stóp zwrotu wszystkich akcji w portfelu. Natomiast kapitalizację portfela wyliczono, sumując kapitalizacje akcji w portfelu. Stopy zwrotu poszczególnych akcji policzono na podstawie ostatniego notowania w danym tygodniu.

Na rysunku V.1 przedstawiono kształtowanie się kapitalizacji analizowanych portfeli w cały badany okres, a także wartość wskaźnika BV/MV, świadczącego o potencjale badanych portfeli.



Rysunek V.1. Kapitalizacja i wskaźnik BV/MV portfeli w okresie 2009-2016

Źródło: Opracowanie własne.

Natomiast w tabeli V.1 zamieszczono statystyki opisowe dotyczące rozkładu stóp zwrotu w całym okresie i wyróżnionych podokresach wraz z testem na normalność tego rozkładu.

Tabela V.1. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu z portfeli testowych wraz z testem o normalności rozkładu

		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
Pełny okres	Średnia	0,088	0,128	0,337	0,629	1,457
	Odch.stand.	1,686	1,942	2,079	2,614	3,673
	Wsp. zmienności	19,125	15,140	6,173	4,154	2,522
	Mediana	0,088	0,006	0,235	0,458	1,223
	Zakres Q3-Q1	2,135	2,422	2,543	3,328	3,863
	Skośność	0,456	0,396	0,487	0,679	1,237
	Kurtoza	0,002	0,515	0,495	1,058	2,717
	Test chi-kwadrat zgodności z rozkładem normalnym	15,339	9,027	12,858	23,171	76,849
	Wartość p	0,000	0,011	0,002	0,000	0,000
Hossa	Średnia	-0,024	0,595	0,578	0,710	1,782
	Odch.stand.	2,610	2,052	2,829	3,790	4,681
	Wsp. zmienności	108,270	3,451	4,896	5,336	2,626
	Mediana	0,100	0,612	0,510	0,321	1,359
	Zakres Q3-Q1	3,455	2,905	3,395	4,766	5,303
	Skośność	-0,075	5,303	0,160	0,684	0,970
	Kurtoza	-0,353	-0,079	-0,272	0,495	1,093
	Test chi-kwadrat zgodności z rozkładem normalnym	0,223	2,887	0,530	8,033	16,669
	Wartość p	0,894	0,236	0,767	0,018	0,000
Bessa	Średnia	-0,103	0,487	0,229	0,589	1,332
	Odch.stand.	1,509	3,431	1,767	2,140	3,301
	Wsp. zmienności	14,626	7,040	7,703	3,633	2,479
	Mediana	-0,103	-0,021	0,125	0,507	1,160
	Zakres Q3-Q1	2,054	2,283	2,561	3,168	3,922
	Skośność	0,372	4,432	0,483	0,379	1,496
	Kurtoza	0,033	29,860	0,805	0,199	5,250
	Test chi-kwadrat zgodności z rozkładem normalnym	6,345	839,370	9,916	5,931	57,808
	Wartość p	0,042	0,000	0,007	0,052	0,000

Źródło: Opracowanie własne.

Zauważalne jest, że wraz ze spadkiem wielkości kapitalizacji wzrastała wartość średniej stopy zwrotu portfeli w każdym z analizowanych okresów.

W związku z tym, że w każdym analizowanym okresie rozkład osiąganych stóp zwrotu nie był zgodny z rozkładem normalnym oraz rozkłady charakteryzowały się prawostronna asymetrią, do weryfikacji hipotezy dotyczącej istotnie większej wartości osiąganych przeciętnych stóp zwrotu w portfelach o niższej wartości kapitalizacji posłużono się testem Wilcoxona. Wyniki testu zamieszczono w tabeli V.2.

Tabela V.2. Wyniki testu Wilcoxona dla analizowanych portfeli

Okres 2009-2016						
Wartość p		Różnica median				
		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	Portfel 1	x	0,264	-1,600	-2,672	-5,292
	Portfel 2	0,396	x	-1,246	-2,410	-4,990
	Portfel 3	0,055	0,106	x	-1,316	-4,025
	Portfel 4	0,004	0,008	0,094	x	-2,650
	Portfel 5	0,000	0,000	0,000	0,004	x
Okres 2009-2010						
Wartość p		Różnica median				
		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	Portfel 1	x	1,532	-1,236	-0,917	-2,595
	Portfel 2	0,063	x	0,158	0,460	-1,465
	Portfel 3	0,108	0,437	x	0,255	-1,543
	Portfel 4	0,180	0,460	0,400	x	0,061
	Portfel 5	0,005	0,071	0,061	0,060	x
Okres 2011-2016						
Wartość p		Różnica median				
		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	Portfel 1	x	-1,501	-2,158	-3,776	-5,444
	Portfel 2	0,067	x	-0,481	-2,196	-3,971
	Portfel 3	0,015	0,315	x	-1,868	-3,921
	Portfel 4	0,000	0,028	0,031	x	-2,159
	Portfel 5	0,000	0,000	0,000	0,015	x

Źródło: Opracowanie własne.

Zauważalne jest, że zarówno w pełnym okresie, jak i w okresie bessy widoczne są statystycznie istotne różnice w wartościach osiąganych stóp zwrotu dla analizowanych portfeli. Takich różnic nie uświadczymy w okresie hossy. Wartości p zostały odczytane dla jednostronnego obszaru odrzucenia, stąd można wnioskować, że wraz ze spadkiem wartości rynkowej portfela osiągnięte przeciętne stopy zwrotu istotnie wzrastają.

Wpływ ryzyka systematycznego i kapitalizacji na stopę zwrotu z portfela

Aby współczynniki beta mogły być zróżnicowane w obrębie portfela, eliminując również ich zależność od kapitalizacji, zastosowano metodę E.F. Fama i K.R. French. Mianowicie każdy z pięciu portfeli został podzielony na kolejnych pięć, gdzie tym razem kryterium doboru papierów wartościowych była wartość współczynnika beta. Konsekwentnie portfel pierwszy złożony był ze spółek o najniższym współczynniku beta, a portfel największy zawierał w swoim składzie spółki o najwyższej jego wartości. Rewaluacja portfeli odbywała się raz na kwartał. Stworzenie łącznie 25 portfeli inwestycyjnych przy użyciu jako kryterium doboru kapitalizacji i ryzyka systematycznego oznacza, że dana akcja

nie zawsze musiała znaleźć się w tym samym portfelu. Współczynnik beta każdej z akcji wyliczany był na podstawie tygodniowych stóp zwrotu za kwartał notowań danego waloru, poprzez oszacowanie nachylenia w równaniu regresji średniej stopy zwrotu akcji i portfela rynkowego. Za portfel rynkowy przyjęto wartości stóp zwrotu z indeksu NCIndeks. Na potrzeby badania postawiono dwie pary hipotez badawczych. Pierwsza para odnosi się do wpływu ryzyka systematycznego na stopę zwrotu z portfela. W tym przypadku poddano weryfikacji tezę, że stopa zwrotu z portfela nie jest zależna od współczynnika beta tego portfela, wobec hipotezy alternatywnej: stopa zwrotu z portfela jest zależna od współczynnika beta tego portfela. Konsekwentnie dla wpływu kapitalizacji na portfel sformułowano hipotezę zerową: stopa zwrotu z portfela nie jest zależna od wielkości kapitalizacji tego portfela, wobec hipotezy alternatywnej: stopa zwrotu z portfela jest zależna od wielkości kapitalizacji tego portfela.

Aby zweryfikować tak postawione hipotezy, przeprowadzono analizę regresji wielorakiej. Analizie regresji poddano średnie stopy zwrotu każdego portfela z badanego okresu, ryzyko systematyczne danego portfela obliczone jako nachylenie w równaniu regresji stóp zwrotu z danego portfela i stóp zwrotu z portfela rynkowego oraz średnią kapitalizację. Badania wykonano również w trzech okresach. Wyniki regresji przedstawiono w tabeli V.3.

Tabela V.3. Wyniki regresji wielorakiej

Okres	α_0	α_1	α_2	R^2	$r(\beta, K)$
2009-2016	0,9722*	1,0741**	-0,0006**	0,4571	-0,2142
2009-2010	3,2062***	-1,8873 ***	-0,0079**	0,7579	-0,0698
2011-2016	0,0001***	1,7061***	-0,0014***	0,7286	-0,1348

* – istotność na poziomie 0,1.

** – istotność na poziomie 0,05.

*** – istotność na poziomie 0,01.

Źródło: Opracowanie własne.

Analiza regresji zarówno dla pełnego okresu, jak i w podokresach wykazała, że istotny wpływ na osiągnięte stopy zwrotu miały ryzyko systematyczne oraz równocześnie wielkość rynkowa portfela. Co więcej, w każdym z przypadków widoczny był ujemny wpływ kapitalizacji na osiągnięte stopy zwrotu, co także może świadczyć o tym, że spółki o mniejszej wartości rynkowej osiągają wyższe stopy zwrotu. Zauważalny jest jednak zmienny wpływ ryzyka systematycznego na wartość osiąganych stóp zwrotu. Zarówno w pełnym okresie, jak i w okresie bessy wpływ ten był istotnie pozytywny. Warto dodać, że oba te czynniki niezależnie wpływały na wyniki portfeli, o czym świadczy brak istotnej zależności

między ryzykiem systematycznym portfela a jego kapitalizacją (ostatnia kolumna w tabeli V.3).

Premia za ryzyko inwestowania w spółki o podwyższonym ryzyku

Ostatnim dopełnieniem badania była weryfikacja tezy, która mówiłaby, że inwestycje w spółki o małej kapitalizacji związane są z otrzymywaniem wyższej premii za ryzyko, które ponosi inwestor. Do weryfikacji tej tezy posłużono się rozszerzeniem klasycznego modelu wyceny kapitału o dodatkowe czynniki, które opisywałyby wpływ kapitalizacji oraz wartości wskaźnika BV/MV na uzyskiwane stopy zwrotu – modelem Famy–Frencha. Ponieważ portfele zostały utworzone według wielkości ich wartości rynkowej z pominięciem analizy (sortowania) wartości wskaźnika BV/MV, nie postawiono hipotezy dotyczącej wpływu drugiego z czynników Famy–Frencha. Dla przejrzystości badania w tabeli V.4 również nie ujęto wartości ryzyka związanego z tym czynnikiem.

Tabela V.4. Wpływ ryzyka systematycznego oraz związanego z wielkością spółki

2009-2016		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	α	1,657**	0,774*	2,467**	0,814***	3,340***
	β	1,138***	0,588***	0,431***	0,940***	0,919***
	β_{SMB}	-0,154**	0,0237*	0,029*	0,036***	0,051**
2009-2010		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	α	0,467*	0,328	3,979**	0,144**	1,178**
	β	0,756***	0,822***	0,052*	1,167***	1,299***
	β_{SMB}	-0,020**	0,044*	0,087*	0,176***	0,130**
2011-2016		Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
	α	2,282**	1,124**	2,111*	0,989***	4,048***
	β	1,482***	0,498**	0,737**	0,817***	0,786***
	β_{SMB}	-0,172**	0,02*	0,046*	0,118***	0,138**

Źródło: Opracowanie własne.

Na podstawie uzyskanych wyników można uznać, że widoczna jest pewnego rodzaju monotoniczność premii za ryzyko związana z inwestycją w portfele spółek o różnej wielkości rynkowej. Mianowicie portfele o najwyższej wartości kapitalizacji, niezależnie od okresu analizy, charakteryzowały się istotnie ujemną premią za poniesione ryzyko inwestycji w spółki duże. W miarę spadku wielkości spółki wpływ tej premii wzrastał od nieistotnych (istotnych na poziomie 0,1) dodatnich wartości po istotnie pozytywne i każdorazowo dla portfela 5, czyli złożonego z małych spółek, inwestor mógł spodziewać się najwyższej rekompensaty za poniesione ryzyko. Warto zaznaczyć, że w okresie badawczym wartość ryzyka systematycznego portfeli nie wykazywała się monotonicznością, ale widoczny był istotny wpływ rynku na uzyskany wynik.

Podsumowanie

Wyniki testu Wilcoxona dla pełnego okresu oraz dla okresu bessy potwierdziły występowanie wyższych wartości przeciętnych stóp zwrotu dla spółek o niskiej wartości kapitalizacji. Zależność ta nie była już jednak widoczna w okresie hossy, w którym to zaobserwowano jedyną istotnie ujemną różnicę w stopach zwrotu dla portfela o najwyższej wartości rynkowej i portfela o najniższej kapitalizacji.

Dodatkowo można przyjąć hipotezę o istotnie ujemnym wpływie wielkości portfela oraz istotny wpływ ryzyka systematycznego na osiągane średnie stopy zwrotu, co potwierdziły wyniki regresji przekrojowej. Jednak wpływ ten nie był ukierunkowany i w zależności od okresu mógł działać stymulująco lub destymulująco na wielkość osiąganych stóp zwrotu. Analiza ryzyka z wykorzystaniem trójczynnika modelu Famy–Frencha również potwierdziła stawianą hipotezę o uzyskaniu wyższej premii za ryzyko inwestycji w spółki o niższej wartości rynkowej.

Na podstawie wyników badań można więc stwierdzić, że w analizowanym okresie na rynku NewConnect widoczny był efekt kapitalizacji i że anomalia rynkowa, polegająca na osiąganiu ponadprzeciętnych stóp zwrotu w inwestycje w małe spółki, miała również miejsce na alternatywnym systemie obrotu, co wskazuje asymilację zachowań spółek z rynków regulowanych przez polski rynek alternatywny. Interesujące wydaje się dalsze badanie zachowań tego rynku nie tylko w porównaniu z rynkiem regulowanym, ale również zestawienie go z innymi rynkami alternatywnymi pod kątem rozważań nad ich efektywnością.

Literatura

- Banz R. (1981), *The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks*, "Journal of Financial Economics", No. 9, s. 3-18.
- Begg D., Fisher S., Dornbusch R. (1993), *Ekonomia*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Brown P., Kleidon A.W., Marsch T.A. (1983), *New Evidence on the Nature of Size-related Anomalies in Stock Prices*, "Journal of Financial Economics", No. 1, s. 33-56.
- Chan K.C., Chen N.-F., Hsieh D.A. (1985), *An Exploratory Investigation of the Firm Size Effect*, "Journal of Financial Economics", No. 3, s. 451-471.
- Czapkiewicz A., Skalna I. (2010), *The CAPM and Fama–French Models in Warsaw Stock Exchange*, „Przegląd Statystyczny”, nr 57(4), s. 128-141.

- Czekaj J., Woś M., Żarnowski J. (2001), *Efektywność giełdowego rynku akcji w Polsce*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Fama E.F., French K.R. (1992), *The Cross-section of Expected Stock Returns*, "The Journal of Finance", Vol. 47, s. 427-465.
- Fama E.F., French K.R. (1996), *Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*, "Journal of Finance", Vol. 51(1), s. 55-84.
- Fijałkowska D., Muszyński M., Pauka M. (2013), *Zjawisko underpricingu na rynku NewConnect*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 62, s. 267-276.
- Gangopadhyay P., Reinganum M.R. (1996), *Interpreting Mean Reversion in Stock Returns*, "Quarterly Review of Economic and Finance", Vol. 36, Iss. 3, s. 377-394.
- Homa M., Mościbrodzka M. (2016), *Monotoniczność premii za ryzyko inwestycji w spółki notowane na NewConnect w oparciu o trójczynnikiowy model Famy–Frencha*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 4(82/2), s. 133-145.
- Maroney N., Protopapadakis A. (2002), *The Book-to-Market and Size Effects in a General Asset Pricing Model: Evidence from Seven National Markets*, "European Finance Review", Vol. 6(2), s. 189-221.
- Mościbrodzka M. (2015), *Efekt wartości księgowej do wartości rynkowej na NewConnect*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 73, s. 303-311.
- Reilly F.K., Brown K.C. (2001), *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem*, t. I, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Reinganum M.R. (1981), *Abnormal Returns in Small Firm Portfolios*, "Financial Accounting Journal", Vol. 37, No. 2, s. 52-56.
- Reinganum M.R. (1983), *Portfolio Strategies Based on Market Capitalization*, "Journal of Portfolio Management", Vol. 9, No. 2, s. 29-36.
- Stoll H.R., Waley R.E. (1983), *Transactions Costs and the Small Firm Effect*, "Journal of Financial Economics", Vol. 12, No. 1, s. 57-79.
- Wilcoxon F. (1945), *Individual Comparisons by Ranking Methods*, "Biometrics Bulletin", Vol. 1, No. 6, s. 80-83.
- Wilcoxon F. (1950), *Some Rapid Approximate Statistical Procedures*. Stamford, "Annals of the New York Academy of Sciences", Vol. 52, Iss. 6, s. 808-814.
- Wolski R., Rychter M. (2009), *Efekt kapitalizacji na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, „Acta Universitatis Lodzensis. Folia Oeconomica”, vol. 226, s. 221-238.
- Żarnowski J. (2012) *Efekt kapitalizacji w Polsce*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 51, s. 255-263.
- [www 1] www.newconnect.pl (dostęp: 15.06.2018).

Spis rysunków

I.1.	Drzewo klasyfikacyjne CART	21
I.2.	Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez unitaryzację zerowaną	53
I.3.	Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez standaryzację.....	54
I.4.	Wartości Smart Indeksu przy normowaniu ocen poprzez rangowanie.....	54
I.5.	Schemat gry kwantowej w schemacie EWL	67
II.1.	Ranking państw Unii Europejskiej pod względem eliminacji poziomu ubóstwa w latach 2010 i 2017	103
II.2.	Algorytm grupowania drzewkowego według metody aglomeracji Warda	108
II.3.	Wykres średnich zmiennych ilościowych	110
II.4.	Metodyka oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstwa z wykorzystaniem analizy wielokryterialnej – proces oceny merytorycznej	120
II.5.	Wybór metody wielokryterialnej.....	125
II.6.	Rozkład wnioskodawców ze względu na przynależność do klasy profilu osobowościowego (N = 80).....	129
II.7.	Wykresy krzywych ROC.....	129
II.8.	Zyski/straty na koniec kolejnych miesięcy roku 2018 ($S_i = 0,5$).....	146
II.9.	Zyski/straty na koniec kolejnych miesięcy roku 2018 ($S_i = \bar{x}$)	147
II.10.	Przykładowa macierz analizy ryzyka	159
III.1.	Zbiór rozwiązań dopuszczalnych przykładowego zadania.....	176
III.2.	Wahania gradientu funkcji celu pod wpływem zmiany współczynników funkcji celu.....	180
III.3.	Optymalne rozwiązanie graficzne ZPL po zmianie współczynników funkcji celu.....	181
III.4.	Kierunki wpływu zmiany wyrazów wolnych na kształt zbioru rozwiązań dopuszczalnych	182
III.5.	Zbiory rozwiązań dopuszczalnych ZPL: pierwotny i zmodyfikowany	183

IV.1. Szeregi reszt modeli ARIMA-GARCH wraz z szeregami wartości VaR dla $\alpha = 0,01$ (dolny szereg) i $\alpha = 0,99$ (górny szereg) dla godziny 3 (pierwszy wiersz) i 9 (drugi wiersz) oszacowanych na danych oryginalnych (lewa kolumna) i wygładzonych (prawa kolumna)	212
IV.2. Empiryczne szeregi czasowe stóp zwrotu (górny) i kwadratów stóp zwrotu (dolny) dla notowań złota (lewy) oraz srebra (prawy)	223
V.1. Kapitalizacja i wskaźnik BV/MV portfeli w okresie 2009-2016	248



Spis tabel

I.1.	Charakterystyka zmiennych użytych do analizy	18
I.2.	Średnie wartości wskaźnika dochodu podatkowego G w przedziałach dla gmin wiejskich województwa małopolskiego w 2019 r.	20
I.3.	Charakterystyka grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego.....	22
I.4.	Przyrosty w infrastrukturze technicznej w latach 2010-2017 według grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego	23
I.5.	Średnie dochody gmin w przeliczeniu na mieszkańca według grup uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego w latach 2010-2017.....	24
I.6.	Wysokość średnich składowych dochodu własnego gmin w przeliczeniu na mieszkańca w grupach uzyskanych z zastosowaniem drzewa klasyfikacyjnego, średnia z lat 2010-2017	25
I.7.	Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w Polsce w 2017 r. (poziom krajowy).....	35
I.8.	Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w województwie wielkopolskim w 2017 r. (poziom regionalny)	36
I.9.	Statystyki opisowe wartości cech opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego gmin w powiecie poznańskim w 2017 r. (poziom lokalny)	37
I.10.	Wartości progowe cech społeczno-gospodarczych gmin w 2017 r.	37
I.11.	Klasyfikacja typologiczna gmin w Polsce pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom krajowy)	38
I.12.	Klasyfikacja typologiczna gmin w województwie wielkopolskim pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom regionalny)	39
I.13.	Klasyfikacja typologiczna gmin w powiecie poznańskim pod względem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (poziom lokalny)	40
I.14.	Statystyki opisowe dla mierników syntetycznych poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego gmin według podejść i poziomów analiz	40
I.15.	Wybrane systemy oceny Smart City	47

I.16. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące gospodarkę miasta	50
I.17. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące jakość życia w mieście	51
I.18. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący ludzi	51
I.19. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący mobilności	52
I.20. Wyselekcjonowane wskaźniki opisujące obszar dotyczący środowiska	52
I.21. Wartości wybranych miar podobieństwa rankingów	55
I.22. Macierz wypłat gry dylemat więźnia	61
I.23. Macierz wypłat gry walka płci	61
I.24. Macierz wypłat gry w cykora	62
I.25. Tabela wypłat gry w cykora II.....	63
I.26. Wypłaty dla głównych strategii gry dylematu więźnia w schemacie EWL: $\hat{W}$ – współpraca, $\hat{O}$ – odmowa oraz $\hat{Q}$ – strategia „magiczna”	69
I.27. Wypłaty dla gry walka płci w schemacie EWL	70
I.28. Wypłaty dla gry w cykora II w schemacie EWL.....	71
II.1. Cele Zrównoważonego Rozwoju	98
II.2. Wskaźniki wykorzystane w analizie z podziałem na stymulanty i destymulanty	99
II.3. Statystyki opisowe – wyniki obliczeń	102
II.4. Państwa o największym wzroście i spadku w rankingu w zestawieniu lat 2017/2010	104
II.5. Dwa wyodrębnione skupienia krajów Unii Europejskiej	109
II.6. Ocena punktowa wskaźnika płynności finansowej dla przedsiębiorstw w branży produkcyjnej	117
II.7. Macierz klasyfikacji – stan faktyczny i wskazania modelu.....	124
II.8. Skalowanie wyrażań lingwistycznych: kryteria „stan cywilny pożyczkobiorcy”, „wiek pożyczkobiorcy”, „wykształcenie”, „liczba osób na utrzymaniu”, „staż pracy w latach”	127
II.9. Wagi kryteriów decyzyjnych dla profilu osobowościowego wnioskodawcy ...	128
II.10. Ocena globalna wniosków pożyczkowych otrzymana metodą LTOPSIS	128
II.11. Współrzędne krzywej ROC	130
II.12. Wyniki klasyfikacji pożyczkobiorców	130

II.13. Wartości odległości wskaźnika S_i oraz rankingi według poszczególnych wariantów	144
II.14. Rezultaty grupowania spółek według wartości S_i	145
II.15. Zyski/straty portfeli efektywnych (w %).....	146
II.16. Kategorie źródeł ryzyka technologicznego we wnioskach złożonych w ramach naborów POIR 1.1.1.	158
II.17. Priorytety dla grup ryzyka (szacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia).....	163
II.18. Priorytety dla czynników ryzyka (szacowanie wpływu na projekt)	164
II.19. Iloczyn prawdopodobieństwa i wpływu skutków ryzyka.....	165
II.20. Rangi dla czynników ryzyka za pomocą metody porównań parami i macierzy ryzyka	166
II.21. Priorytety dla strategii zarządzania ryzykiem	167
III.1. Warunki przykładowego zadania	174
III.2. Przypadki przedstawiające typ sygnału wysłanego przez zmienną w czasie $t - k$ i stan rzeczywisty w czasie t	189
III.3. Klasyfikacja sygnałów napięcia fiskalnego.....	195
III.4. Prawdopodobieństwo kryzysu w latach 2000-2017	196
III.5. Prawdopodobieństwa kryzysu fiskalnego w latach 2000-2017	197
IV.1. Rozkłady i szeregi cen energii elektrycznej	208
IV.2. Wyniki estymacji parametrów modeli AFRIMA(1,0.5,1)-GARCH(1,1).....	209
IV.3. Wyniki estymacji parametrów modeli AFRIMA(1,0,1)-APARCH(1,1)	210
IV.4. Ocena jakości estymacji <i>Value-at-Risk</i>	211
IV.5. Zbiór zmiennych objaśniających.....	221
IV.6. Statystyki opisowe dla zmiennych objaśniających.....	222
IV.7. Struktura czynnikowa zmiennych objaśniających.....	224
IV.8. Oszacowania parametrów czynnikowych modeli regresji	225
IV.9. Miary ryzyka <i>Value-at-Risk</i> , <i>Expected Shortfall</i> oraz <i>Median Shortfall</i>	226
IV.10. Miara ryzyka mGlueVaR oraz wskaźnik Racheva.....	227

V.1. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu z portfeli testowych wraz z testem o normalności rozkładu	249
V.2. Wyniki testu Wilkoxy dla analizowanych portfeli	250
V.3. Wyniki regresji wielorakiej	251
V.4. Wpływ ryzyka systematycznego oraz związanego z wielkością spółki	252



WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO W KATOWICACH

NOWOŚCI WYDAWNICZE

Długowieczność – modelowanie i analiza ryzyk. Grażyna Trzpiot, Justyna Majewska. Monografia, 104 s., ISBN 978-83-7875-590-6.

Koherencja metod kreowania personelu sprzedaży i strategii marketingowej. Dominika Kołodziej. Monografia, 218 s., ISBN 978-83-7875-603-3.

Kraje rozwijające się zachodniej hemisfery – udział Ameryki Łacińskiej w przemianach gospodarki światowej. Red. Tadeusz Sporek, Małgorzata Dziembała, Joanna Kos-Łabędowicz. Monografia, 216 s., ISBN 978-83-7875-577-7.

Kreatywność językowa w ekonomii i zarządzaniu. Wybrane problemy. Anna Lipka, Małgorzata Król, Stanisław Waszczak. Monografia, 196 s., ISBN 978-83-7875-599-9.

Miasta przyjazne seniorom. Jacek Szołtysek, Grażyna Trzpiot. Monografia, 110 s., ISBN 978-83-7875-593-7.

Polityka makroostrożnościowa w regulowaniu stabilności sektora bankowego. Innowacyjność, implementacja, bariery. Irena Pyka, Mariusz Zygierewicz, Piotr Bolibok, Aleksandra Nocoń. Monografia, 212 s., ISBN 978-83-7875-584-5.

Polskość w narracjach medialnych z perspektywy Górnego Śląska. Red. Aleksandra Pethe, Anna Musialik-Chmiel, Rafał Śpiewak. Monografia, 258 s., ISBN 978-83-7875-597-5.

Pomiędzy polityką a ideologią – globalne wyzwania współczesnej gospodarki światowej. Tadeusz Sporek, Anna Czech, Małgorzata Fronczek, Joanna Kos-Łabędowicz. Monografia, 130 s., ISBN 978-83-7875-588-3.

Regionalne zróżnicowanie wykorzystania zasobów pracy – bariery, implikacje. Maria Balcerowicz-Szkućnik, Anna Sączewska-Piotrowska, Anna Skórska. Monografia, 168 s., ISBN 978-83-7875-595-1.

Ujawnianie informacji niefinansowych w zakresie CSR. Dobre praktyki. Red. Magdalena Wójcik-Jurkiewicz, Izabela Emerling. Monografia, 174 s., ISBN 978-83-7875-552-4.

Zachowania finansowe gospodarstw domowych. Jagoda Gola, Sławomir Smyczek. Monografia, 288 s., ISBN 978-83-7875-601-9.

Zmiany zakresu informacyjnego raportów finansowych i niefinansowych. Dorota Adamek-Hyska, Marzena Strojek-Filus, Katarzyna Tkocz-Wolny, Aneta Wszelaki. Monografia, 206 s., ISBN 978-83-7875-586-9.



WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU EKONOMICZNEGO W KATOWICACH

NOWOŚCI WYDAWNICZE



Zachowania finansowe gospodarstw domowych
Jagoda Gola, Sławomir Smyczek

Monografia koncentruje się na problematyce nowego, rozwijającego się nurtu badawczego finansów behawioralnych, ukierunkowanego w szczególności na finanse osobiste. W rozważaniach przyjęto holistyczne podejście do identyfikacji i analizy zachowań finansowych gospodarstw domowych. Istotnym celem podjętych analiz było opracowanie typologii gospodarstw domowych w zakresie oszczędzania oraz zadłużania się, a tym samym pokazanie znacznego zróżnicowania zachowań finansowych gospodarstw domowych. Monografia, 288 s., ISBN 978-83-7875-601-9.



Miasta przyjazne seniorom
Jacek Szoltysek, Grażyna Trzpiot

W monografii wpisującej się w dyscypliny logistyki i demografii podjęto rozważania nad dostosowaniem miast do potrzeb seniorów, koncentrując się na zadaniach przynależnych lokalnym władzom i interesariuszom, z uwzględnieniem kwestii społecznych, finansowych, związanych z organizacją przestrzeni i zapewnienia bezpieczeństwa. Publikacja może zainteresować zarówno środowisko naukowe, jak i jednostki samorządowe czy organizacje działające na rzecz poprawy jakości życia seniorów w miastach. Monografia, 110 s., ISBN 978-83-7875-593-7.



Polityka makroostrożnościowa w regulowaniu stabilności sektora bankowego. Innowacyjność, implementacja, bariery
Irena Pyka, Mariusz Zygierewicz, Piotr Bolibok, Aleksandra Nocoń

Polityka makroostrożnościowa to nowe, całkowicie innowacyjne narzędzie stabilizowania systemu finansowego współczesnej gospodarki światowej pozostającej stale pod ciężarem skutków globalnego kryzysu XXI wieku. Koncepcja polityki makroostrożnościowej opracowana przez Bank Rozrachunków Międzynarodowych została skierowana na działania zapobiegające narastaniu nierównowag, ryzyka systemowego i występowaniu zjawisk kryzysowych. W monografii podjęto próbę krytycznej analizy i oceny wprowadzanych do sektora bankowego nowych rozwiązań regulacyjnych w ramach polityki makroostrożnościowej. Omawia się m.in.: nowy paradygmat związany ze zmianą nastawienia regulatorów i nadzorców do pojmowania i kształtowania stabilności finansowej; modele instytucjonalizacji polityki makroostrożnościowej; cele oraz narzędzia polityki makroostrożnościowej; zasady polityki makroostrożnościowej stosowane w odniesieniu do największych instytucji finansowych, uznawanych za systemowo ważne; uwarunkowania i metody oceny skuteczności polityki makroostrożnościowej; najistotniejsze bariery polityki makroostrożnościowej w sektorze bankowym. Monografia, 212 s., ISBN 978-83-7875-584-5.